

(修订版)

SHU XUE

数学

初二年级

ZHISHIJINGJIANGYUNENGLIXUNLIAN

知识精讲与能力训练

与人教版最新教材（试验修订本）初中数学同步配套

特级教师 刘锐诚◎主编

- 强化综合能力 课内重点点拨
- 典型例题解析 指点考试迷津
- 模拟试卷练习 综合能力检测
- 名校名师伴学 解你学习之忧



人民日报出版社

数 学

知识精讲与能力训练

顾 问 费孝通
策 划 张正武
主 编 刘锐诚

(修订版)

(初二·代数分册)

本册主编 李廷秀
本册编者 王保业 李廷秀

(初二·几何分册)

本册主编 李廷秀
本册编者 李廷秀 王保业



人民日报出版社

图书在版编目(CIP)数据

知识精讲与能力训练·初二/刘锐诚 主编. —北京:

人民日报出版社,2001.5

ISBN 7-80153-396-8

I. 知... II. 刘... III. 课程—初中—教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 021768 号

(修订版)

书 名:知识精讲与能力训练·初二 (数学)

主 编:刘锐诚

责任编辑:曼 熳

装帧设计:吴本泓

出版发行:人民日报出版社(北京金台西路2号,

邮编:100733)

经 销:新华书店

印 刷:北京市朝阳区飞达印刷厂

开 本:890×1240 1/32

字 数:1568.8千

印 张:60.75

印 数:5000

印 次:2002年6月第1版 第1次印刷

书 号:ISBN 7-80153-396-8/G·234

初二全套定价:68.00元 (本册定价:15.00元)

前 言

《知识精讲与能力训练》丛书是配套 2000 年秋季开始正式使用的人教版最新初、高中教材而编写的辅导与练习丛书。本丛书较好地体现了最新大纲的精神,而且与最新教材的内容和进度同步,既重视了基础知识和基本技能的落实,又照顾到了优等生拓宽拔高的特殊需要。整套丛书的编写强调了科学性与实用性的统一,旨在帮助学生掌握系统的基础知识,训练有效的学习方法,培养思维能力、应用能力和创新能力,全面提高学生的综合素质。

本书《数学知识精讲与能力训练》(初二年级)主要分为“知识精讲”和“能力训练”两大部分。

一、“知识精讲”主要有五个栏目:

【重点难点】是将本小节内容的重点和难点指出,并指出处理他们的关键所在。

【学法指导】用不同的数学语言将本小节所涉及到的内容、方法、定理、公式、概念等加以梳理,从中掌握文字语言、图形语言、符号语言的互译。

【巧学妙思】主要是解决本小节内容与以往所学知识之间的联系,以及各类题型的处理方法,选择有代表性的题目做例题,进行分析、讲解,给出处理各类题型的方法、技巧,使学生的思维能力有所提高。

【竞赛辅导】一般配备与本节内容相关的竞赛题,为学有余力的同学提供了动脑的机会,进一步提高学生分析问题,解决问题的能力。

【趣味数学】主要是用数学知识解决实际生活中的问题,或是有巧妙解法的数学问题,旨在激发兴趣,开发智力。

二、“能力训练”主要有三个栏目：

【双基过关】提供有选择题、填空题、解答题三大类型的题，可供教师课堂上检查教学落实的情况，也可用于学生课后练习，以巩固本节内容。题型全、题目新，绝大部分是基础题，符合大纲规定的教学要求的水平。

【拔高挑战】是本学科的综合性和提高性习题，为学有余力的同学提供了一个提高分析能力、解题能力的机会。

【竞赛天地】为同学们提供了一展才华的机会，培养学生的逻辑思维能力，也为初中开展数学课外活动提供了素材。

各章综合检测试题以及期中和期末综合检测试题采用标准题型，便于学生进行阶段自测和考前热身。

书后集中附有训练题和检测题的参考答案及解题思路点拨，便于练习后及时反馈；也可将答案预先统一撕掉，以供老师们在课堂上统一讲用。

参加本书编写工作的老师教学成绩优秀，把教学中的丰富经验融入了本书的编写工作中，更增加了本书的实用性和科学性。

我们真诚地希望本丛书能成为广大读者的良师益友，同时也恳请读者批评指正。

编者
2002年6月

代数分册

(初二年级)



开卷有益
创新求实

费孝通

二〇〇五年六月



目 录

(代数分册)

第八章 因式分解	(1)
§ 8.1 提公因式法	(1)
§ 8.2 运用公式法	(6)
§ 8.3 分组分解法	(11)
第八章综合检测试题	(16)
第一学期期中综合检测试题	(18)
第九章 分式	(20)
§ 9.1 分式	(20)
§ 9.2 分式的基本性质	(25)
§ 9.3 分式的乘法	(31)
§ 9.4 分式的加减法	(37)
§ 9.5 含有字母系数的一元一次方程	(43)
§ 9.6 探究性活动: $a = bc$ 型数量关系	(48)
§ 9.7 可化为一元一次方程的分式方程及其应用	(52)
第九章综合检测试题	(58)
第一学期期末综合检测试题	(61)
第十章 数的开方	(64)
§ 10.1—10.2 平方根和用计算器求平方根	(64)
§ 10.3—10.4 立方根和用计算器求立方根	(69)
§ 10.5 实数	(73)
第十章综合检测试题	(78)
第十一章 二次根式	(80)
§ 11.1 二次根式	(80)
§ 11.2 二次根式的乘法	(85)
§ 11.3 二次根式的除法	(93)
§ 11.4 最简二次根式	(101)

第二学期期中综合检测试题	(106)
§ 11.5 二次根式的加减法	(109)
§ 11.6 二次根式的混合运算	(116)
§ 11.7 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 的化简	(123)
第十一章综合检测试题	(129)
第二学期期末综合检测试题	(132)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(135)

(几何分册)

第三章 三角形	(179)
第一单元 三角形	(179)
§ 3.1 关于三角形的一些概念	(179)
§ 3.2 三角形三条边的关系	(185)
§ 3.3 三角形的内角和	(190)
第二单元 全等三角形	(197)
§ 3.4 全等三角形	(197)
§ 3.5 三角形全等的判定(一)	(202)
§ 3.6 三角形全等的判定(二)	(208)
§ 3.7 三角形全等的判定(三)	(214)
§ 3.8 直角三角形全等的判定	(219)
§ 3.9 角的平分线	(224)
第三单元 尺规作图	(229)
§ 3.10 基本作图	(229)
§ 3.11 作图题举例	(233)
第一学期期中综合检测试题	(238)
第四单元 等腰三角形	(240)
§ 3.12 等腰三角形的性质	(240)
§ 3.13 等腰三角形的判定	(246)
§ 3.14 线段的垂直平分线	(252)
§ 3.15 轴对称和轴对称图形	(257)
第五单元 勾股定理	(262)
§ 3.16 勾股定理	(262)
§ 3.17 勾股定理的逆定理	(265)
第三章综合检测试题	(270)

第一学期期末综合检测试题	(272)
第四章 四边形	(275)
第一单元 四边形	(275)
§ 4.1 四边形	(275)
§ 4.2 多边形的内角和	(280)
第二单元 平行四边形	(285)
§ 4.3 平行四边形及其性质	(285)
§ 4.4 平行四边形的判定	(291)
§ 4.5 矩形、菱形	(296)
§ 4.6 正方形	(303)
§ 4.7 中心对称和中心对称图形	(308)
§ 4.8 实习作业	(313)
第三单元 梯形	(318)
§ 4.9 梯形	(318)
§ 4.10 平行线等分线段定理	(323)
§ 4.11 三角形、梯形的中位线	(328)
第四章综合检测试题	(334)
第二学期期中综合检测试题	(336)
第五章 相似形	(338)
第一单元 比例线段	(338)
§ 5.1 比例线段	(338)
§ 5.2 平行线分线段成比例定理	(344)
第二单元 相似三角形	(351)
§ 5.3 相似三角形	(351)
§ 5.4 相似三角形的判定	(357)
§ 5.5 相似三角形的性质	(365)
第五章综合检测试题	(370)
第二学期期末综合检测试题	(373)
附录:能力训练与综合检测试题参考答案	(376)

第八章 因式分解

§ 8.1 提公因式法

知识精讲

【重点难点】

理解公因式的意义,识别多项式中的公因式,并把它提出来.

【学法指导】

1. 因式分解定义

把一个多项式化为几个整式的乘积的形式,叫做把这个多项式分解因式,也叫把这个多项式因式分解.

因式分解与整式的乘法是一个互逆的过程,把一个多项式分解因式得到的结果是若干整式的乘积形式,而整式的乘法运算得到的结果是一个多项式.它们目标不同,过程相反.

$$\text{多项式} \xrightleftharpoons[\text{整式乘法}]{\text{分解因式}} \text{几个整式的乘积}$$

2. 公因式的定义

多项式中,各项都含有的一个公共的因式叫做这个多项式的公因式.

3. 提公因式法

如果多项式各项中有公因式,可以把这个公因式提到括号外,将多项式写成因式乘积的形式,这种分解因式的方法叫做提公因式法.

4. 如何寻找公因式

- (1) 公因式的系数是各项系数的最大公约数.
- (2) 公因式中字母是各项都含有的公共字母.
- (3) 公因式字母指数是公共字母的最小指数.

5. 二项式幂的变号规律

- (1) $(a-b)^2 = (b-a)^2$ 偶次幂与此相同
- (2) $(a-b)^3 = -(b-a)^3$ 奇次幂与此相同

【巧学妙思】

1. 如何判断变形为因式分解

因式分解结果要求:

- (1) 结果必须是几个整式的乘积的形式.
- (2) 结果中每个因式在有理数范围内分解到不能再分解为止.

[例 1] 下列从左到右的变形哪些是因式分解?哪些不是?为什么?

$$\textcircled{1} a(m+n) = am + an$$

$$\textcircled{2} a^2 - 2ab + b^2 - 1 = (a-b)^2 - 1$$

$$\textcircled{3} ax^2 - 16a = a(x+4)(x-4)$$

$$\textcircled{4} a^2 - 2a + 2b - b^2 = (a^2 - b^2) - 2(a-b)$$

解:

③是,其余不是.①是整式的乘积,②、④右边不符合因式分解结果要求,即不是几个整式的乘积形式.③把多项式 $ax^2 - 16a$ 分解成 a 与 $(x+4)(x-4)$ 的乘积,且每个因式都不能再分.

2. 如何正确提取公因式

[例 2] 把多项式 $4x^4y^3z^2 - 12x^3y^2z^3 + 18a^2x^2y^5z^3$ 分解因式,应提出的公因式为:

()

A. $4x^2y^2z^2$ B. $2a^2x^2y^2z^2$ C. $2x^2y^2z^2$ D. $4x^4y^3z^2$

分析:

公因式系数应是各项系数的最大公约数,各项系数分别为 4, -12, 18, 它们的最大公约数为 2; 字母取各项都含有的字母,各项中都含有的字母为 x, y, z ; 字母指数为最低次幂, x, y, z 的最低次幂分别为 2, 2, 2, 故提公因式为 $2x^2y^2z^2$ 选 C.

[例 3] 分解因式 $-4x^3y + 10xy - 12x^2 + 2x$.

分析:

提公因式时,如首项系数为负,一般要提出“-”号,使括号内第一项系数为正.1 作为系数常常省略,而作为单独一项则千万不能漏掉.

解:

$$\text{原式} = -2x(2x^2y - 5y + 6x - 1)$$

[例 4] 把下列各式分解因式:

$$\textcircled{1} 2a(x-3y) + 4b(3y-x)$$

$$\textcircled{2} (x-y)^3 - 3a(y-x)^2$$

$$\textcircled{3} (2a+b)(2a-3b) - a(2a+b)$$

分析:

本例中,公因式都为多项式,因此我们将各项中相同的多项式看做一个整体

提到括与外.系数取最低次,同样,系数公因式也要提出.注意括号中相反数的变号,统一字母顺序后再提公因式,最后能合并同类项的要合并同类项

解:

$$\textcircled{1} \text{原式} = 2a(x-3y) \cdot 4b(x-3y) = 2(x-3y)(a-2b)$$

$$\textcircled{2} \text{原式} = (x-y)^2 - 3a(x-y)^2 = (x-y)^2(x-y-3a)$$

$$\textcircled{3} \text{原式} = (2a+b)(2a-3b-a) = (2a+b)(a-3b)$$

【趣味数学】

[例5] 用提公因式法计算下列各题.

$$\textcircled{1} 123 \times \frac{987}{1368} + 264 \times \frac{987}{1368} + 456 \times \frac{987}{1368} + 525 \times \frac{987}{1368}$$

$$\textcircled{2} 0.582 \times 8.69 + 1.236 \times 8.69 + 2.478 \times 8.69 + 5.704 \times 8.69$$

解:

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{原式} &= \frac{987}{1368} \times (123 + 264 + 456 + 525) \\ &= 1368 \times \frac{987}{1368} = 987 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \text{原式} &= (0.582 + 1.236 + 2.478 + 5.704) \times 8.69 \\ &= 10 \times 8.69 = 86.9 \end{aligned}$$

【竞赛辅导】

[例6] 证明:一个三位数的百位数字与个位数字交换位置,则新数与原数之差能被99整除.

分析:

一个三位数可用 $100x + 10y + z$ 表示,交换位置后的三位数表示为 $100z + 10y + x$.只需证明这两个数之差是99的倍数即可.

证明:

设原数百位数字为 x ,十位数字为 y ,个位数字为 z ,则原数可表示为 $100x + 10y + z$,交换位置后数字为 $100z + 10y + x$.

$$\begin{aligned} \text{则:} & (100z + 10y + x) - (100x + 10y + z) \\ &= 100z - 100x + x - z = 100(z-x) - (z-x) \\ &= (z-x)(100-1) = 99(z-x) \end{aligned}$$

∴ 原结论成立.

能力训练

【双基过关】

一、选择题

1. 下列各式提公因式正确的是 ()

A. $2x^3 + 6x^2 - x = x(2x^2 + 6x)$

B. $x(a-b)^2 - xy(b-a)^2 = x(a-b)^2(1+y)$

C. $-6a^2(b-c)^2 + 3a(c-b)^3 = -3a(c-b)^2(2a-c+b)$

D. $-a^2 - a^{n+1} + a^n = -a^2(1 - a^{n-3} + a^{n-2})$ (n 为大于 4 的整数)

2. 若多项式 $-6xy + 18x^2y^2z - 36x^2yz^2$ 的一个因式是 $-6xy$, 则其余因式为 ()

A. $-1 + 3xyz - 6xz^2$

B. $1 + 3xyz - 6xz^2$

C. $-1 - 3xyz + 6xz^2$

D. $1 - 3xyz + 6xz^2$

3. 下列分解因式正确的是 ()

A. $mn(a-b) - n(b-a) = m(a-b)(n-1)$

B. $(x-y)^2 + 5(y-x) = (x-y)(x-y+5)$

C. $a(a-b+c) + b(b-a-c) + c(a-b+c)$
 $= (a-b+c)^2$

D. $2x(y-x)^3 - 4xy(x-y)^2 = 2x(x-y)^2(x-3y)$

二、把下列各式因式分解

4. $12xy^2z + 8x^2y^2z^2 - 6xy$

5. $(x-2)(x+1) + (2-x)(x-1)$

6. $2xy(x-y) - (y-x)^3$

三、把下列各式分解因式

7. $(x-3)^3(x-5) + (x-3)^2(5-x)^2$

8. $(a-b)(x+y) - a + b$

9. $a(b-a)^4 - ab(a-b)^4 - ac(a-b)^5$

10. $(x-a)^2 + 3y(x-a) - (x+y)(a-x)$

【拔高挑战】

11. 证明: 对于任意自然数 n , $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ 一定是 10 的倍数.

12. 证明: $81^7 - 27^9 - 9^{13}$ 能被 15 整除.

【竞赛天地】

13. 计算 $1998 + 1998^2 - 1999^2$

14. 分解因式: $2x^{3n} - 20x^{2n}y^3 + 50x^ny^6$

四

一

·

数

字

·

代

数

分

册

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

·

§ 8.2 运用公式法

知识精讲

【重点难点】

掌握运用常用公式分解因式,注意公式的特点.

【学法指导】

1. 平方差公式: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

语言叙述: 两数的平方差等于它们的和与它们的差的积.

特点: (1) 两项之差.

(2) 两项均为平方数.

(3) 两项符号相反.

2. 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

语言叙述: 两数的平方和加上(或减去)这两数的积的 2 倍等于这两数的和(或差)的平方.

特点: (1) 二次三项式.

(2) 两个完全平方的和与它们底数乘积 2 倍的和或差.

(3) 乘积 2 倍的符号与完全平方后括号中的符号一致.

3. 其他公式

(1) 三项的完全平方:

$$a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2bc \pm 2ac = (a \pm b \pm c)^2$$

(2) 完全立方公式:

$$a^3 + b^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 = (a \pm b)^3$$

【巧学妙思】

1. 认清公式特点,正确应用公式

【例 1】把下列各式分解因式.

$$\textcircled{1} -x^2y^4 + \frac{1}{16} \quad \textcircled{2} 2x^{n+1} - 8x^{n-1} \quad \textcircled{3} -\frac{1}{4}m^2 + \frac{1}{3}mn - \frac{1}{9}n^2$$

分析:

要运用公式法分解因式首先要记清公式的特点,其次对照公式与所给多项式选择正确公式.如 ① 是两项的平方差,可以直接选择公式 ② 是两项差的形式但

不能表示成平方差,可考虑先提公因式再运用公式 ③ 是个二次三项式的形式可考虑用完全平方式.

解:

$$\begin{aligned} \text{① 原式} &= \frac{1}{16} - x^2y^4 = \left(\frac{1}{4}\right)^2 - (xy^2)^2 \\ &= \left(\frac{1}{4} + xy^2\right)\left(\frac{1}{4} - xy^2\right) \\ &= \frac{1}{16}(1 + 4xy^2)(1 - 4xy^2) \end{aligned}$$

$$\text{② 原式} = 2x^{n-1} \cdot (x^2 - 4) = 2x^{n-1}(x + 2)(x - 2)$$

$$\begin{aligned} \text{③ 原式} &= -\left[\left(\frac{1}{2}m\right)^2 - \frac{1}{3}mn + \left(\frac{1}{3}n\right)^2\right] \\ &= -\left(\frac{1}{2}m - \frac{1}{3}n\right)^2 \\ &= -\frac{1}{36}(3m - 2n)^2 \end{aligned}$$

注意:

(1) 如果多项式有公因式,一定要先提公因式,再运用公式.

(2) 分解后括号内整式系数一般化为整数.

(3) 分解后检查每个公因式是否达到不能再分的地步.

2. 具有公式特点的比较复杂式子的因式分解

[例 2] 把下列各式分解因式.

$$\text{① } \frac{1}{3}x^2y^2 - 3 \qquad \text{② } (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$$

分析:

以上三题都具有公式特点,但都不能一次分解完毕.① 具有平方差的形式但不能直接应用平方差公式,应先提公因式.② 先运用平方差公式,再用完全平方公式,是两个公式的套用.

解:

$$\text{① 原式} = \frac{1}{3}(x^2y^2 - 9) = \frac{1}{3}(xy + 3)(xy - 3)$$

$$\begin{aligned} \text{② 原式} &= (a^2 + b^2 + 2ab)(a^2 - b^2 - 2ab) \\ &= (a + b)^2(a - b)^2 \end{aligned}$$

【竞赛辅导】

[例 3] 分解因式 $(a^2 + b^2 - c^2)^2 - 4a^2b^2$

解:

$$\text{原式} = (a^2 + b^2 - c^2 + 2ab)(a^2 + b^2 - c^2 - 2ab)$$