YI YONG WU LI XUE

医用物理学

东北师范大学出版社

编 者 的 话

这本教材是根据卫生部1983年修订的高等医学院校《医用物理学》教学大纲，由白求恩医科大学、佳木斯医学院和吉林医学院三校共同编写的。可供医学、儿科、口腔、卫生等专业学生使用，也可供生物学和其他医学工作者作为学习有关物理知识的参考书。

参加本书编写的同志有：谢绛利（第一、二、九、十章）、张均一（第三、四、五、六、十二章）、吴几恺（第六、七、十一章）、徐克仁（第十三、十四章）、黄修林（第十五、十六章）、张孝思（第十七、十八章）。在编写过程中，白求恩医科大学程希云教授为本书写了绪论、审阅了部分书稿，并提出了许多指导性意见，特此表示衷心感谢。

由于编者水平有限，错误和缺点在所难免，恳切地希望使用本书的教师和学生给予批评指正。

编 者

1985 年12月

目　　录

绪　论

§0—1　物理学的研究对象

物理学和其它自然科学一样，是研究自然界中物质运动的客观规律的。我们周围的世界是一个物质的世界。一切物质都处于永恒的运动（变化）之中。一切物质的运动都具有客观的规律，自然科学的任务就在于研究物质运动的规律，力求正确反映这些规律，并运用它们为人类社会谋福利。

物质运动有各种不同的形式。物理学所研究的物质运动形式——机械运动、分子热运动、电磁运动、原子和原子核内部的运动等，是最简单和最普遍的运动形式，它普遍地存在于其他高级运动形式之中。因此，物理学中的定律和理论带有极大的普遍性。例如，地球上和天空中的一切物体，不论其化学性质如何，有生命或无生命，都普遍遵从物理学中的万有引力定律；一切的变化过程，不论是否具有化学的、生物的或其他特殊的性质，都遵从物理学所确定的能量守恒和转换定律。

由于物理学所研究的物质运动具有普遍性，由于它和其它自然科学的密切联系，使得物理学在自然科学中占有重要的地位。物理学是其它科学和技术的基础。因此，巩固地掌握物理知识可以帮助我们顺利地掌握各门专业知识和技术上的最新成就，更好地为社会主义建设服务。

§ 0—2　物理学和医学的关系

生产实践与科学实践是物理学发展的动力，反过来物理学的新成就又促进了两者的进一步发展。物理学与医学的关系也不例外。物理学的一些新发现，为医学的发展提供了理论基础和手段，反过来医学的不断发展又向物理学提出新的课题。它们互相促进，互相推动。

光学显微镜与电子显微镜的出现，使生物医学的研究由生物整体水平进入细胞和分子水平。不但弄清了细胞内部的微细结构，而且能在分子水平上研究细胞内部化合物的物理、化学的变化过程。从而为阐明生命活动的最基本规律提供了重要手段。

1953年，华生·克里克，把X射线晶体分析技术应用于 DNA 的结构分析上，提出了 DNA 双螺旋结构模型，解决了生物自我繁殖、自我复制这个一直困扰着许多科学家的难题。这一发现，是继达尔文物种起源学说之后，在生物学领域中取得的又一重大突破。如果说本世纪前五十年是物理、化学突飞猛进的时代，那么，后五十年便是生物医学的全盛时期。

现代科学技术发展的趋向是：由定性的向定量的、由分立的向综合的、由物质的低级运动形态向高级运动形态过渡。因此，人们对生物现象的认识也越来越深入。生物医学的研究已从宏观形态进入微观机理的探讨，在分子水平上来解释生命活动的规律。

综合上述可见，物理学与医学的关系日益密切，随着生物医学的发展，物理学必将发挥其更大的作用。

物理学与医学的关系，目前大体可归纳为下述两个方面：

一、物理学的理论是深入了解人类生理过程和病理过程的基础。

例如，从力学观点研究人体肌肉，骨骼等的结构和功能，为制作人工骨骼、关节、假肢提供了理论依据；从能量观点来研究机体内物质的能量转换和利用；以电磁学理论为基础来研究人体内各种生物电现象；以声学和光学为基础来研究人的听觉和视觉的生理过程，以及其它各种物理技术对有机体的作用等等。

二、物理学的方法和技术为医学研究、诊断和治疗开辟了新的途径。

例如，光学显微镜、X射线透视照象、心电、脑电、超声等在医学上的应用，早为人们所熟知。电子显微镜、X射线结构分析、光谱技术、激光技术和放射性同位素的应用等，大大提高了基础医学研究和医疗水平。

现代电子技术的发展也促进了医学的发展。如今，诊断、治疗、预防、监测等无不以电子技术为有力工具。电子计算机现已广泛应用于医院管理、医学统计、图象识别、生物模拟等方面，特别是电子计算机X射线断层扫描仪（简称 CT）的应用大大提高了诊断的准确度，为应用X射线的诊断开辟了新的途径。

实践证明，物理学的每一新发现或物理学技术发展到每一新阶段，都为医学提供了更先进、更精确和更方便的仪器和方法。由于物理学和医学有着如此密切的关系，尽管它所讨论的内容一般并不直接解决医学中的某些具体问题，但它却为学习后续课程以及将来从事医疗卫生工作提供了必要的基础知识。所以物理学成为医学院校的一门必修的基础课。

第一章　力学的基本定律

力学是研究物体运动及引起这种运动的原因的科学。它包含三个主要部分：运动学、动力学和静力学。运动学是从空间和时间的观点去描述物体的运动，但不考虑引起物体运动的原因；动力学研究物体与物体运动之间的联系及引起这种运动的原因；静力学则研究物体在力和力矩作用下平衡的条件。这一章，我们将根据医学需要侧重讨论力学的一些基本定律。

§1—1　质点运动学

物质运动的最简单形式是，一个物体相对于另一个物体的位置的变化，或一个物体的某一部分相对于其它部分的位置的变化，这种位置的变化称为**机械运动**。在研究物体运动时，为了简化问题，我们引入质点这一抽象的概念。当所研究的物体的大小和形状在运动中可以忽略时，就可以把这个物体的质量看成集中在一个点上，这个点叫**质点**（mass point），这个物体的运动就可以用质点的运动来代替。如果物体的大小和形状在运动中不能忽略，此时可把整个物体看成是由无数质点所组成，分析这些质点的运动，就可以弄清整个物体的运动。

一、参照系　坐标系　矢量

1.　参照系　一切物体都处在永恒的运动中，因此，要描述一个物体的运动，必须选择另一个运动的物体作为参考，然后研究这个物体相对于所选的参考物体是怎样运动的。这个参考的物体叫做**参照系**（reference system）。同一物体的运动对不同的参照系来说运动状态不同。例如，以地球作为参照系，地面上的树木和房屋是静止的；若以太阳作为参照系，它们却是处在运动中。因此，参照系的选择应根据所研究的问题的需要来决定。

2.　坐标系　为了定量地研究物体的运动，选定参照系后，还必须在参照系上选择一个**坐标系**（coordinate system）。常用的坐标系是直角坐标系，它包含一个坐标原点O和三条互相垂直，标明长度，并通过原点的坐标轴——X 轴、Y轴、Z 轴。有了这样的坐标系，空间物体的位置就可以用它的三个坐标来确定了。如图1—1所示，质点A的位置可以用它所在的坐标系中的 x、y、z 三个坐标来表示。也可以用从坐标原点O到质点A的有向线段OA来表示。有向线段OA即矢量**r**也叫**位置矢量**(radius vector)，也叫**矢径**，它的大小是

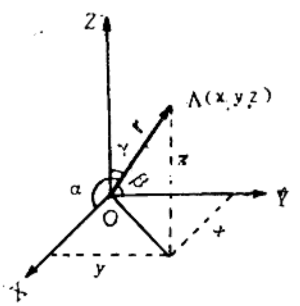

图 1—1　直角坐标系

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (1—1)$$

它的方向由三个方向余弦决定，即

$$\cos\alpha = \frac{x}{r};\ \cos\beta = \frac{y}{r};\ \cos\gamma = \frac{z}{r} \qquad (1—2)$$

3.　矢量　同时用数值大小和方向来确定的物理量

叫**矢量**（vector）。力学中的位移、速度和加速度等物理量都是矢量。矢量常用黑体字母或带有箭号的字母来表示，在作图时一般用有箭头的线段来表示。箭头表示矢量的方向，而线段的长度按一定比例表示矢量的数值，**它称为矢量的模**。

在许多问题中引入单位矢量的概念是十分有益的。**具有确定方向，并且其数值大小为"1"的矢量，叫做该方向的单位矢量**（unit vector）。例如沿矢量$\mathbf{A}$方向的单位矢量可记作$\hat{\mathbf{A}}$。用单位矢量的概念可把矢量$\mathbf{A}$写成

$$\mathbf{A}=A\hat{\mathbf{A}} \qquad (1-3)$$

只有数值大小而无方向的物理量**叫做标量**（scalar）。质量、密度、功等物理量都是标量。

二、位移　速度　加速度

1.　位移　当一质点相对于所选的参照系运动时，它所通过的路程叫运动轨道。图1—2中曲线AB是质点的运动轨道。在t时刻，质点位于A点；在（$t+\Delta t$）时刻质点位于B点。质点在每一时刻的位置可以用它所在点的坐标（x、y、z）来表示；也可以用该点的矢径来表示。我们把终点B与起点A的位置矢量之差，即

$$\Delta\mathbf{r}=\mathbf{r}_B-\mathbf{r}_A \qquad (1-4)$$

叫做质点的**位移**（displacement）。位移是矢量，它不但有大小而且有方向。它的大小用线段AB的长度来表示，方向由最初位置A指向最终位置B。值得注意的是，位移只表示物体位置的改变而不是物体运动所沿的实际路程。路程是一标量，只有当$\Delta t\longrightarrow 0$时，也就是B点趋近于A点时，路程的长度才趋近于位移的长度。

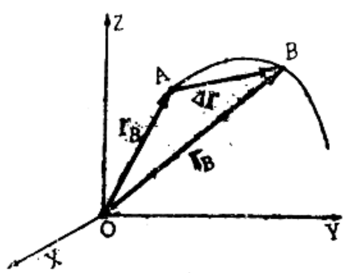

图 1—2　质点由A到B的位移$\Delta\mathbf{r}$

2.　速度　描述质点运动快慢的物理量叫**速度**（velocity）。如图1—2所示，在Δt时间内，质点的位移为$\Delta\mathbf{r}$，则$\Delta\mathbf{r}$与Δt的比值叫做质点在Δt时间内的**平均速度**，用$\overline{\mathbf{v}}$表示。即

$$\overline{\mathbf{v}}=\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t} \qquad (1-5)$$

平均速度的方向和位移方向相同。平均速度实际上只反映了物体在某一段时间内速度的平均值。这当然是不够的，我们还必须知道质点在某一时刻的速度，即**瞬时速度，简称速度**。它定义为，当$\Delta t\to 0$时，质点运动的平均速度的极限值，叫做质点在t时刻的瞬时速度，它的方向是当$\Delta t\to 0$时，位移$\Delta\mathbf{r}$的极限方向。

$$\mathbf{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{r}}{\Delta t}=\frac{d\mathbf{r}}{dt} \qquad (1-6)$$

即质点的瞬时速度是矢径$\mathbf{r}$对时间的一阶导数。

质点在Δt时间内所通过的实际路程ΔS与Δt的比值，叫做质点在Δt时间内的**平均速率**

(mean speed)。即

$$\bar{v}=\frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{1—7}$$

平均速率是一标量，它不同于质点的平均速度。例如，一质点沿一闭合路径运动一周，其位移为零，平均速度亦为零，但它的路程不为零，所以平均速率也不为零。

当 $\Delta t\to 0$ 时，质点平均速率的极限值为质点的瞬时速率，简称速率。

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{dS}{dt} \tag{1—8}$$

由于在$\Delta t\to 0$时，质点的路程ΔS与质点的位移$\Delta \mathbf{r}$近似相等，**所以瞬时速率在量值上可看做和速度相等。**

做匀速运动的物体，在任意时刻，它的速度大小和方向都保持不变，物体的平均速度和瞬时速度相等。

3. 加速度 在一般情况下，质点的运动速度不是恒定的，即物体做变速运动。**加速度**(acceleration) 是用来描述变速运动的物体速度变化快慢的物理量。设一质点沿曲线AB做变速运动，如图 1—3 所示。在t时刻，质点位于A点，速度为$\mathbf{v}_A$，方向沿A点的切线方向；在$(t+\Delta t)$时刻，质点位于B点，速度为 $\mathbf{v}_B$，方向沿B点的切线方向。质点在Δt时间内的速度增量是 $\Delta \mathbf{v}=(\mathbf{v}_B-\mathbf{v}_A)$。我们定义比值$\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}$是质点在这段时间内的平均加速度$\bar{\mathbf{a}}$，则

$$\bar{\mathbf{a}}=\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \tag{1—9}$$

当 $\Delta t\to 0$ 时，平均加速度的极限值叫做质点在某一时刻的瞬时加速度，简称**加速度**。

$$\mathbf{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t}=\frac{d\mathbf{v}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{d\mathbf{r}}{dt}\right)=\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \tag{1—10}$$

加速度的方向是当$\Delta t\to 0$时，平均加速度的方向。

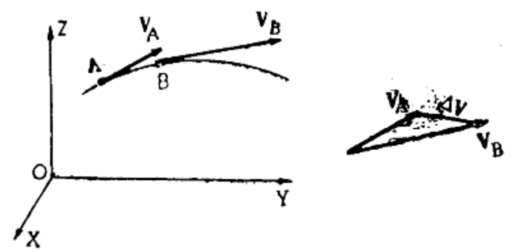

图 1—3 质点运动的加速度

4. 圆周运动的加速度 作为一般曲线运动的特例，我们来讨论质点做圆周运动的加速度。

匀速圆周运动的加速度 质点做圆周运动时，如在任意相等的时间间隔内，质点通过了相等的圆弧，即质点的速率恒定，质点的这种运动叫匀速圆周运动。图 1—4 表示一质

点沿半径为R的圆周上运动，在 t 时刻，质点位于点A，速度为$\mathbf{v}_A$，方向沿A点的切线方向；在（t+Δt）时刻，质点运动到B点，速度为$\mathbf{v}_B$，方向沿B点的切线方向。在这段时间内，质点的速度增量是$\Delta\mathbf{v}=\mathbf{v}_B-\mathbf{v}_A$，按加速度定义可得

$$\mathbf{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\mathbf{v}_B-\mathbf{v}_A}{\Delta t}$$

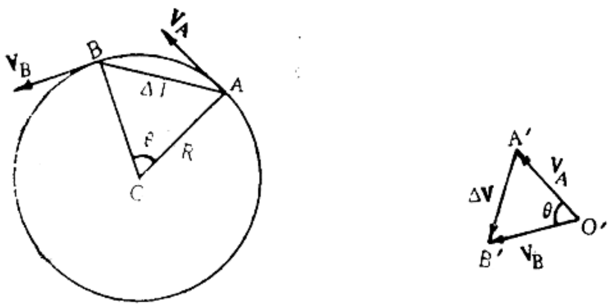

图 1—4　匀速圆周运动的加速度

现在我们来求加速度 **a** 的数值。图 1—4 中三角形OAB和三角形O′A′B′是两个相似的等腰三角形，我们可求得

$$\frac{|\Delta\mathbf{v}|}{v}=\frac{\Delta l}{R}$$

两边同除以 Δt，整理后得

$$\frac{|\Delta\mathbf{v}|}{\Delta t}=\frac{\Delta l}{R}\quad\frac{v}{\Delta t}$$

当Δt→0时，B点趋近于A点，弦长Δl就趋近于弧长ΔS，则

$$\mathbf{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta\mathbf{v}|}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta l}{\Delta t}=\frac{v}{R}\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S}{\Delta t}=\frac{v^2}{R}\qquad(1\text{—}11)$$

这就是匀速圆周运动的加速度公式。由图可见，当Δt→0时，点B趋近于A点，θ角趋近于零，Δ$\mathbf{v}$的极限方向垂直于$\mathbf{v}_A$的方向。所以，在取极限的情况下，A点的加速度的方向垂直于在A点的速度，也就是沿着半径并指向圆心，这个加速度叫**向心加速度**。

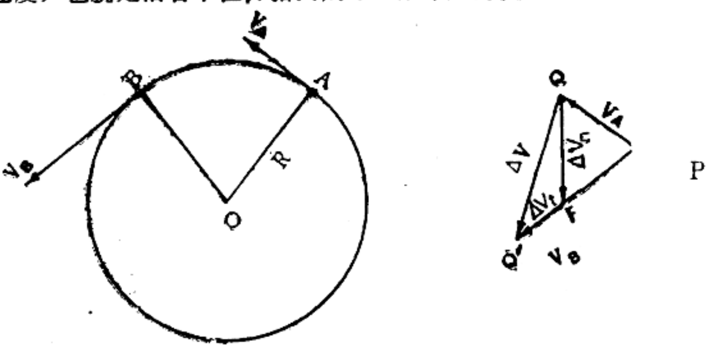

图 1—5　变速圆周运动的加速度

变速圆周运动的加速度 如果质点作圆周运动，它的速度随时间而改变，这种运动叫变速圆周运动。如图 1—5a所示，在t时刻，质点位于点A，速度为$\mathbf{v}_A$；在（t+Δt）时刻，质点位于点B，速度为$\mathbf{v}_B$。在Δt时间内质点速度的增量是 $\Delta\mathbf{v}$。我们用图 1—5b 的矢量图来表示质点在A、B两点的速度增量$\Delta\mathbf{v}$，若过Q点作QF，使PQ＝PF，这样就把$\Delta\mathbf{v}$分成了两个分矢量QF和FQ′。我们用$\Delta\mathbf{v}_n$来表示分矢量QF，它起着改变速度方向的作用。而分矢量FQ′，用$\Delta\mathbf{v}_t$来表示，它起着改变速度大小的作用。即

$$\Delta\mathbf{v}=\Delta\mathbf{v}_n+\Delta\mathbf{v}_t \qquad (1—12)$$

等式两边同时除以 Δt，可得平均加速度 $\bar{\mathbf{a}}$

$$\bar{\mathbf{a}}=\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t}+\frac{\Delta\mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

当Δt→0时，对上式求极限，我们可求得瞬时加速度 $\mathbf{a}$。

$$\mathbf{a}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t}+\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_t}{\Delta t}$$

上式表明，变速圆周运动的加速度包含两个部分；量$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_n}{\Delta t}$所表示的分加速度就是向心加速度，或叫法向加速度，用 $\mathbf{a}_n$ 来表示，它的大小按式（1—11）可知$a_n=\frac{v^2}{R}$，式中 v 是质点的瞬时速率。而 $\Delta\mathbf{v}_t$ 的极限方向与 $\mathbf{v}_A$ 一致，即在A点的切线方向，所以极限$\lim\limits_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\mathbf{v}_t}{\Delta t}$所表示的分加速度叫**切向加速度**，用 $\mathbf{a}_t$ 来表示，在数值上切向加速度等于

$$a_t=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_t}{\Delta t}=\frac{dv}{dt} \qquad (1—13)$$

切向加速度 $\mathbf{a}_t$ 只反映了变速圆周运动速度大小的变化。我们可把总加速度写成

$$\mathbf{a}=\mathbf{a}_n+\mathbf{a}_t \qquad (1—14)$$

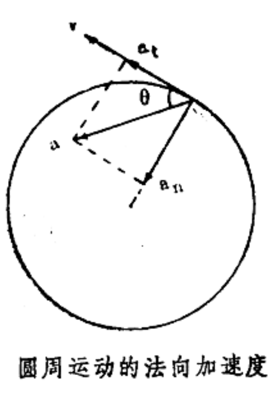

图 1—6 圆周运动的法向加速度和切向加速度

§ 1—2 质点动力学的基本定律

一、牛顿运动三定律

牛顿第一定律 任何物体都保持静止或匀速直线运动状态，直到其它物体的作用迫使它改变这种状态为止。

第一定律表明，一个物体的运动状态要发生变化，必须受到其它物体对它的作用，即受到外力的作用。所以力是改变物体运动状态的根本原因。此外，物体在不受外力作用下保持

自己原有运动状态不变的性质是物体本身的一种属性，叫做物体的**惯性**（inertia）。

牛顿第二定律　物体受到外力作用时，物体所获得的加速度 a和合外力 F的大小成正比，和物体的质量成反比，加速度的方向和合外力的方向相同。

第二定律的数学表达式是

$$\mathbf{a} \propto \frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

或

$$\mathbf{a} = k\frac{\Sigma \mathbf{F}}{m}$$

比例系数 k 决定于力、质量和加速度的单位，如果质量、力和加速度均采用国际单位制，即千克、牛顿和米／秒^2，则在此情况下$k=1$，上式简化为

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a} \qquad (1—15)$$

牛顿第三定律　当一物体A以力F作用在物体 B上时，物体B也一定以力 F′作用在物体 A上；F和 F′大小相等，方向相反，且作用在一条直线上，即

$$\mathbf{F} = -\mathbf{F}' \qquad (1—16)$$

这一对相互作用力叫作**用力**和**反作用力**。牛顿第三定律进一步表明，力是物体相互作用的结果，而且指出了两个相互作用力间的定量关系。

二、力学的单位制和量纲

在力学研究中，我们选定**长度、质量、时间**为三个**基本物理量**，它们相应的单位称为**基本单位**。其它的物理量可以根据有关的定义或定律，从基本物理量导出，这些推导出来的物理量叫做**导出量**，它们的单位叫做**导出单位**。由于基本单位选择的不同，力学中也就存在着几种不同的单位制。常用的单位制有：

国际单位制（SI）它选用米（m）、千克（kg）、秒（s）作为长度、质量、时间这三个基本物理量的基本单位。在国际单位制中，其它的导出单位如速度是米／秒；加速度是米／秒^2；密度是千克／米^3；而力的单位是牛顿（N），即在一牛顿力的作用下，可使质量是1千克的物体得到1米／秒^{2}的加速度。

即

$$1\ 牛顿 = 1\ 千克 \cdot 米／秒^2$$

厘米、克、秒（cgs）**制**　它选用厘米（cm）、克（g）、秒（s）作为长度、质量和时间三个基本物理量的基本单位。在这个单位制中的其它导出单位如力是达因，即在1达因力作用下，质量为1克的物体获得1厘米／秒^{2}的加速度。

即

$$1\ 达因 = 1\ 克 \cdot 厘米／秒^2$$

此外，还有工程单位制、英制等，我们不在此一一介绍。我国国务院决定从1986年开始在全国范围内全面采用国际单位制。

既然导出量的单位可以从基本量的单位导出，那么，导出量就一定可以用基本量的某种组合来表示。**表示每个物理量怎样由基本量组成的式子叫量纲**（dimension）。在国际单位制中，导出量的量纲分别用L、M、T 三个大写字母来表示长度、质量和时间三个基本物理量。物理量的量纲用物理量的符号外加括弧表示。例如速度、加速度和力的量纲分别是

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

$$[a] = \frac{L}{T^2} = LT^{-2}$$

$$[F] = [M][a] = MLT^{-2}$$

同一物理量在不同的单位制中有不同的量纲。而在同一单位制中量纲相同的物理量不一定是同一物理量。如在国际单位制中力矩和功的量纲都是 ML^2T^{-2}，但它们却是两个不同的物理量。

三、功和能

1. **功** 物理学中的“功”（work）有明确的定义。**恒力对物体所做的功等于力与物体移动的路程以及力和物体移动方向之间夹角余弦的乘积。**即

$$W = F \cdot S\cos\theta \qquad (1—17)$$

从式（1—17）可以看出：

（1） 当 $\theta = 0°$ 即力与物体运动的方向一致时，$\cos\theta = 1$，$W = F \cdot S$ 力对物体做正功；

（2） 当 $\theta = 90°$，即力与物体运动的方向垂直时，$\cos\theta = 0$，$W = 0$，力对物体不做功；

（3） 当 $\theta = 180°$，即力与物体运动的方向相反时，$\cos\theta = -1$，$W = -F \cdot S$，力对物体做负功。

物理学中“功”的含义比较狭窄，只有当物体在力的作用下，沿力的方向移动了一段路程后，才能说力对物体做了功。因此，如物体不受力的作用，或者物体虽受力的作用，但在力的方向上没有移动，都谈不上力对物体做功。

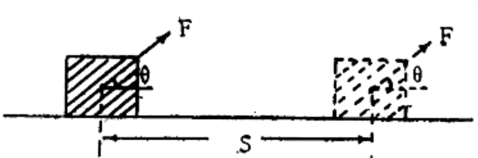

图 1-7 恒力做功

实际上，作用在物体上的力往往不是恒定的，力的大小和方向常常是时间或位置的函数。设作用在物体上的力是位置的函数，物体沿轨道AB运动，如图 1—8所示。要计算变力做功，我们可以设想把整段路程AB分成许多无限小的路程元 ΔS_i，在每一个小路程元上，力可视为恒量，然后求出力在这段小路程元上做的元功

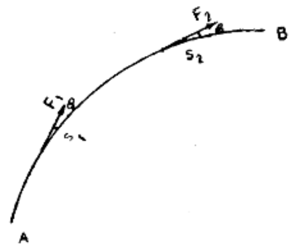

图 1—8 变力做功

$\Delta W_i = F_i\cos\theta_i \Delta S_i$

把所有小的元功加起来得

$$W = F_1\cos\theta_1\Delta S_1 + F_2\cos\theta_2\Delta S_2 + \cdots\cdots + F_n\cos\theta_n\Delta S_n$$

$$W = \sum_{i=1}^{n} F_i\cos\theta_i\Delta S_i$$

当$\Delta S \to 0$时，对上式求极限得

$$W = \lim_{\substack{\Delta S\to 0\\ n\to\infty}} \sum_{i=1}^{n} F_i\cos\theta_i\Delta S_i$$

$$W = \int_A^B F\cdot\cos\theta\cdot dS \qquad (1\text{—}18)$$

上式是计算变力做功的一般公式。

在国际单位制中，功的单位是焦耳（joule），它的符号是 J 。

2. 能 能量（energy）是用来描述物体做功本领大小的物理量。

动能定理 当一恒定的合外力 F 作用在质量为m的某物体上时，物体的速度将要发生改变，设物体的初速度为 v_1，末速度为 v_2，沿力的方向位移为 S， 则合外力对物体所做的功是

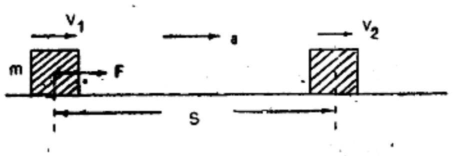

图 1—9 讨论动能定理用图

$$W = F\cdot S = ma\cdot S$$

由于这个运动是匀加速运动，S 可利用公式

$$v_2^2 - v_1^2 = 2aS$$

求得。将此关系代入上式可得

$$W = F\cdot S = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

式中$\frac{1}{2}mv_1^2$ 是物体的初动能， 用 E_{K1} 来表示，而$\frac{1}{2}mv_2^2$是物体的末动能，用E_{K2}来表示。

则上式可写成

$$W = E_{K2} - E_{K1} = \Delta E_K \qquad (1\text{—}19)$$

式（1—19）表明，**合外力对物体所做的功，等于物体动能的增量，这一原理叫动能原理。**

如果是变力做功，我们仍可得出与式（1—19）相同的结论。由图 1—8 可知，变力 F 使物体沿曲线由A到B所做的功是

$$W = \int_A^B F\cos\theta\cdot dS = \int_A^B F_t dS$$

F_t表示变力沿物体运动轨迹的切向分量$F\cdot\cos\theta$。在讨论变速圆周运动时，我们已知，切向

加速度$a_t=\frac{dv}{dt}$，根据牛顿第二定律 $F_t=ma_t$可得

$$F_t=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dS}{dt}\cdot\frac{dv}{dS}=m\cdot v\cdot\frac{dv}{dS}$$

代入上式可得

$$W=\int_A^B F_t dS=\int_A^B m\frac{dv}{dt}dS=\int_A^B m\cdot v\frac{dv}{dS}\cdot dS$$

设物体在A点时，对应的速度为v_1，在B点时对应的速度为v_2，则

$$W=\int_A^B m\cdot v\frac{dv}{dS}\cdot dS=\int_{v_1}^{v_2} m\cdot v\cdot dv$$

$$=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2$$

即对变力做功也可得

$$W=\int_A^B F\cdot\cos\theta\cdot dS=\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2=\Delta E_K \qquad (1—20)$$

由此可知，不论是恒力做功或变力做功，物体的运动轨道无论是直线还是曲线，动能定理都是适用的。动能的单位在国际单位制中是焦耳。它的量纲是〔E_K〕$=ML^2T^{-2}$。

势能 （potential）

（1）重力势能 设质量为m的物体，处于近地面的重力场中。在重力作用下，沿任意轨道acb从a点运动到b点，计算在这一过程中重力所做的功。如图 1—10 所示，a、b 两点距所选参考面SS′的高度分别为h_1和 h_2。在整个运动过程中，重力的方向和运动轨道间的夹角α不断变化，因此，计算在这段路程上重力所做的功，需用变力做功的公式。在路程元 dS 上重力所做的功是

$$dW=mg\cos\alpha\cdot dS=mgdh$$

取向上为正方向，则 $\cos\alpha\cdot dS=-dh$

由于在距地面不太远处，mg 可以看成是不变的，所以重力在整个过程中对物体所做的功为

$$W=\int_{h_1}^{h_2}-mgdh=mgh_1-mgh_2 \qquad (1—21)$$

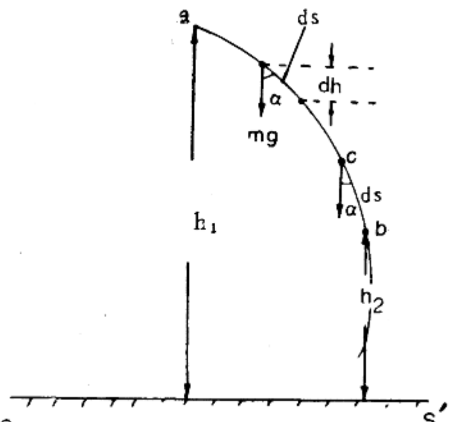

图 1—10 重力做功

式（1—21）表明，**重力对物体所做的功，只与物体的始、末位置有关，而与所通过的路程无关**。如果物体沿一闭合回路运动，如由a点沿acb到b点，再由b点经任一路径回到a点，重力所做的功为0。具有这样特点的力叫**保守力**（conservative force）。重力、弹性力及一般物体之间的万有引力都是保守力，而摩擦力是非保守力。