

高等学校教学参考书

大规模电路 的分块分析

胡健栋 编著



高等教育出版社

内 容 提 要

全书共八章。一到四章为电路的基本问题,即电路的方程表示。讨论大规模电路的基本问题、特点和分析方法;元器件的数学模型和宏模型;电路的结构分析、矩阵表示和集合表示及电路的各种数学模型。五到八章为电路的分块分析。讨论稀疏矩阵技术;系统矩阵的分块,介绍镶边矩阵及其图形,矩阵的分块性质和最优分块的条件;镶边矩阵的构造,镶边块对角阵和镶边下三角阵的构造方法以及瞬时分解法,从迭代求解,引出微分方程的时间松弛去耦法和波形松弛去耦法。

本书可为电子类、电力类以及管道网络等系统工程的有关专业大学高年级学生、研究生以及科技人员提供较完整而系统的分块分析技术读物。

责任编辑 王忠民

高等学校教学参考书
大规模电路的分块分析

胡健栋 编著

高等教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
河北省香河县印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 9.875 字数 254 000

1988年10月第1版 1988年10月第1次印刷

印数0001—2 190

ISBN7-04-000801-7/TN·46

定价3.75元

本书符号说明*

(1) 电路符号

I, i	电流
J, j	理想独立电流源
$\mathcal{J}$	已知理想独立电流源
U, u	电压
E, e	理想独立电压源
$\mathcal{E}$	已知理想独立电压源
V, V_n, v	节点电压
$V_{(i)}$	电压图中第 i 节点的电压
V	顶点集
KCL	克希荷夫电流定律
KVL	克希荷夫电压定律

(2) 数学符号

$\{a_1, a_2, \dots, a_n\}, \{a_i\}$	集合
$(a_1, a_2, \dots, a_n), (a_i)$	有序集
$[a, b]$	实轴上的闭区间
(a, b)	实轴上的开区间
$A \subset X$	A 是 X 的子集
$a \in A$	元 a 属于集 A
$\bigcup_a A_a$	集 A_a 的并
$\bigcap_a A_a$	集 A_a 的交
$\max_i \{X_i\}$	集的最大元

* 本书所用符号,除采用国标规定的电路符号外,还根据本书内容的讲解方便,参照现行用法,比规定的符号作了适当的扩充。

$\min_i \{x_i\}$	集的最小的元
$\ X\ $	矢量 X 的范数
$ S $	集 S 的基数
R^n	n 维空间
I, U	单位矩阵
$\arg \min_x f(x)$	$f(x)$ 在最小值时的 x 值
$\langle x, y \rangle$	内积
$\mathcal{L}$	线性算子

前 言

电路的经典分析包括列出代数微分方程和求解。在电子计算机出现以前,这种方法只适用于很小规模的电路。电子计算机的出现,推动了电路分析技术的发展,无论在电路方程的列出还是求解方面都得到飞跃性的成就。它的理论建立在图论和数值计算的基础上。它的主要标志有:代数微分方程的离散化和线性化技术,线性代数方程的稀疏技术求解。这些技术使中小规模的电路分析得到圆满的解决。

随着微电路(Microcircuit)技术的突飞猛进,目前,已进入大规模电路(大规模和超大规模集成电路)的阶段,过去的分析方法已不满足,出现了电路的分块分析技术。这个技术包括两个内容:方程的分块格式的构成和分块求解,方程的去耦松弛求解。由于这些技术是近年才陆续发展成熟起来的,目前它们只是散见在杂志上,还没见到有系统讨论电路的分块分析的书。我收集了现代电子杂志上的有关论文,揉入相关基本理论,写成本书,这是一个尝试。虽然已在研究生教学中用过,还是不免有疏漏错误之处。在写本书时,力求把电路的分块分析的基本思路、基本方法和基本算法讲清楚,而不是求全,把散见杂志上的所有这方面的讨论都包括进来。

由于现代电路分析采用了图论、数值分析、程序设计和电子电路理论等基础,要求读者具备这些知识和理论。这样有助于理解本书内容。考虑到要在尽量少的篇幅内把电路的分块分析的基本问题和处理方法讲清楚,本书只着眼于问题的基本讨论,而不作严格的论证。

本书按大学高年级学生和研究生水平写的。相信本书对于

从事电子电路分析和设计,集成电路的分析和设计,以及电力工程
和管道网络等系统工程的工程设计人员都会是有用的。

全书共分八章。第一到第四章讨论电路的基本问题。这部分
内容与别的书的内容有所不同,它针对大规模电路的特点,讨论
了宏模型、超图等概念,推导了各种电路方程的相互关系,推广
了改进节点法等。第五到第八章讨论电路的分块分析问题。对大规
模电路的分块分析方法进行了综合性的系统论述。通过这几章,
读者可以了解到最近的一些分块分析技术。

本书的一部分初稿曾蒙宋亚民教授和舒贤林教授审阅,在编
写的全部过程中得到姚洁莹副教授很多帮助,特此致谢。

编 者

一九八七年四月

目 录

第一章 大规模电路的基本问题

1-1 大电路的现代意义	1
1-1-1 电路规模的含义	1
1-1-2 现代电路的复杂性	2
1-1-3 现代电路的实现	3
1-2 大规模电路的计算机分析	4
1-2-1 当前存在的问题	4
1-2-2 电路模拟所需存贮量	4
1-2-3 电路模拟所需计算量	6
1-3 现代大电路的特点	7
1-3-1 电路的重复性	7
1-3-2 电路的空间稀疏性	7
1-3-3 电路的时间稀疏性	8
1-3-4 电路的单向性质	10
1-4 大规模电路的现代分析法	11
1-4-1 网络分块技术	11
1-4-2 数学模型分块技术	13
1-4-3 宏模型技术	14
1-4-4 分层分析技术	16
1-4-5 混合电路的分析	17
1-4-6 潜伏和调度 ^[7]	17
1-5 结论	19
本章参考文献	20

第二章 模 型 化

2-1 电路空间	21
2-1-1 电路空间概念	21

2-1-2 空间的坐标系	22
2-1-3 克希荷夫定律在电路空间中的表示	22
2-1-4 算法模型空间	23
2-2 元器件的数学模型	23
2-2-1 电阻器	24
2-2-2 电容器和电感器	25
2-2-3 独立电源	26
2-2-4 受控源	26
2-2-5 变压器	28
2-2-6 回转器	28
2-2-7 理想运算放大器	30
2-2-8 理想电子管和晶体管	30
2-3 算法模型	31
2-3-1 非线性电阻	31
2-3-2 线性电容	33
2-3-3 线性电感	34
2-3-4 非线性电容和电感	35
2-3-5 算法叠加原理	36
2-4 宏模型	37
2-4-1 宏模型的意义	37
2-4-2 运算放大器	38
2-4-3 MOS单向逻辑门 ^[6]	39
2-4-4 双向传输门 ^[6]	41
2-4-5 近似宏模型	43
本章附录1 牛顿迭代算法	46
本章附录2 常用积分公式	47
本章参考文献	49

第三章 电路的结构分析

3-1 电路的拓扑图形^[1]	50
3-1-1 电路的电压图	50
3-1-2 电路的电流图	51
3-1-3 电路的单图表示	51
3-1-4 电路的双图表示	52

3-1-5	图形的树枝和连枝	55
3-1-6	超图 ^[3]	57
3-2	图形的矩阵表示 ^[4]	58
3-2-1	关联集和关联矩阵	58
3-2-2	关联矩阵的分块 ^[5]	60
3-2-3	基本割集矩阵	60
3-2-4	基本回路矩阵	63
3-2-5	网孔矩阵	65
3-2-6	矩阵的正交性	66
3-3	电路的拓扑空间	67
3-3-1	元件空间的拓扑映射	68
3-3-2	连枝电流空间	69
3-3-3	树枝电压空间	70
3-3-4	节点电位空间	70
3-3-5	网孔电流空间	71
3-3-6	混合变量空间	71
3-3-7	空间变量的变换关系	72
3-4	拓扑矩阵的计算和表示	73
3-4-1	元件的分类和排序	73
3-4-2	图形在计算机上的表示	76
3-4-3	图形的集合表示	78
3-4-4	图形的树的生成算法 ^[6]	79
3-4-5	割集元件集的生成	81
3-4-6	回路元件集的生成	82
3-5	超图的矩阵表示	84
3-5-1	超图的关联矩阵	84
本章参考文献		86

第四章 电路的数学模型

4-1	综合表模型 ^{[1][2]}	87
4-1-1	综合表模型	87
4-1-2	双图综合表模型 ^[2]	91
4-1-3	综合表模型的稀疏性和存贮格式	92
4-1-4	综合表矩阵的分块	93

4-1-5 单一变量的格式	96
4-2 综合表的紧缩——单一变量 ^[3]	101
4-2-1 综合表的紧缩	101
4-2-2 节点方程	102
4-2-3 割集方程	105
4-2-4 回路方程	109
4-2-5 网孔方程	110
4-3 综合表的紧缩——混合变量	112
4-3-1 改进节点方程 ^[4]	112
4-3-2 双图改进节点法	117
4-3-3 改进割集方程	119
4-3-4 改进回路方程	121
4-3-5 割集方程和回路方程的互补	122
4-3-6 混合方程 ^{[3][5]}	124
4-3-7 非线性电路的混合方程	128
4-4 电路数学模型的计算机生成	130
4-4-1 矩阵 A 的定位作用	130
4-4-2 矩阵 Π 和 P 的定位作用	131
4-4-3 改进节点方程的直观列出	133
4-4-4 双图改进节点方程的直观列出	141
4-4-5 状态变量方程的直观列出	144
本章参考文献	149

第五章 稀疏矩阵技术

5-1 三角分解与矩阵稀疏格式 (0-1结构)	151
5-1-1 解线性代数方程的三角分解法 ^[1]	151
5-1-2 三角分解过程	153
5-1-3 矩阵的稀疏格式	156
5-1-4 排序准则	158
5-1-5 矩阵的稀疏格式的比较	160
5-1-6 消去和回代问题	162
5-2 稀疏矩阵的实现	163
5-2-1 稀疏矩阵的静态存贮 ^[6]	163
5-2-2 动态存贮格式 ^[6]	167

5-2-3 因子分解 ^[6]	172
5-3 稀疏矩阵与图形 ^{[7][8]}	173
5-3-1 矩阵的格式矩阵	173
5-3-2 格式矩阵的图 ^[7]	174
5-3-3 标志图与矩阵运算 ^[8]	177
5-3-4 图形与 LU 分解	180
5-3-5 矩阵与分块分析 ^{[7][8]}	183
本章参考文献	185

第六章 系统矩阵的分块

6-1 引言	186
6-1-1 单向和双向元件	186
6-1-2 单向网络和双向网络 ^[1]	188
6-1-3 对称矩阵和不对称矩阵网络	189
6-1-4 矩阵结构与分裂	191
6-1-5 双分图与矩阵 ^[2]	192
6-2 撕裂法 ^[3]	194
6-2-1 块下三角阵	194
6-2-2 镶边矩阵	195
6-2-3 镶座下三角阵	196
6-2-4 镶座块对角阵	197
6-2-5 撕裂法的意义	197
6-3 镶边矩阵及其图形	199
6-3-1 镶边块对角阵及其图形	200
6-3-2 镶边块三角阵及其图形	201
6-3-3 镶边下三角阵及其图形	202
6-3-4 矩阵与电路结构的关系	202
6-3-5 混合分析的镶边块对角格式 ^[6]	205
6-3-6 节点方程的镶边块对角格式 ^[7]	209
6-4 镶边矩阵的最优分块	214
6-4-1 谢尔曼-莫里森-伍德伯里 (SMW) ^[4] 公式	214
6-4-2 SMW公式的应用	216
6-4-3 镶边块对角阵的 LU 分解法 ^[8]	217
6-4-4 最优排序	218

6-4-5 分块的电路解释	219
本章参考文献	222

第七章 镶边矩阵的构造

7-1 镶边块对角阵的构造	223
7-1-1 引言	223
7-1-2 说明	224
7-1-3 问题 P_1 的解 ^[1]	226
7-1-4 轮廓表生成算法的改进	229
7-1-5 问题 P_2 的解	234
7-2 镶边下三角阵的对称生成	235
7-2-1 最优置换	235
7-2-2 有向图的本质集 ^[2]	236
7-2-3 最小本质集的确定	238
7-2-4 有向图的简化	239
7-2-5 求图形的附属环路	241
7-3 镶边下三角阵的不对称生成	245
7-3-1 双分图的性质 ^[3] ^[4]	246
7-3-2 双分图与镶边下三角格式 ^[4]	249
7-3-3 寻找极小本质哑铃集的算法	252
7-3-4 举例	256
7-4 结束语	257
本章参考文献	258

第八章 瞬时分解法

8-1 线性方程系的迭代法求解	259
8-1-1 迭代法的基本概念	260
8-1-2 雅可比迭代	260
8-1-3 高斯塞德尔迭代	263
8-1-4 松弛法	265
8-1-5 逐次超松弛法 (SOR)	267
8-1-6 对称超松弛法 (SSOR) ^[5]	268
8-1-7 对称高斯塞德尔法	269

8-2 微分方程系的时间松弛去耦法^[4]	270
8-2-1 雅可比积分算法	270
8-2-2 高斯塞德尔积分算法	273
8-2-3 对称高斯塞德尔积分算法	274
8-2-4 算法的刚性稳定性	277
8-2-5 方法的应用	279
8-3 分块松弛去耦法^[7]	280
8-3-1 单向宏模型	280
8-3-2 电路按单向模型分块	282
8-3-3 单向图的生成过程	283
8-3-4 单向图的应用	285
8-4 波形松弛去耦法^[8]	286
8-4-1 波形松弛去耦法	286
8-4-2 波形松弛去耦法的收敛	288
8-4-3 划分问题	290
8-4-4 MOS集成电路的时域分析	291
8-5 分段线性常微分方程系的波形松弛求解	293
8-5-1 分段线性函数	293
8-5-2 分段线性常微分方程系	295
8-5-3 分段线性常微分方程系的波形松弛法求解	296
8-5-4 算法	298
8-6 结论	299
本章参考文献	300

第一章 大规模电路的 基本问题

由于微电子技术的发展，集成电路跨入大规模和超大规模领域，引起了计算机辅助分析和设计方法的变革。本章主要讨论基于集成电路的现代大电路的一些特点和据此产生的现代计算机模拟技术。

1-1 大电路的现代意义

1-1-1 电路规模的含义

要确定电路的规模，必须首先明确电路的含义。电路可以指一个晶体管的等效电路；可以指由各种元器件，包括晶体管在内，用导线连接而成的实用功能单元（功能块），如放大器，滤波器等；可以指由各种功能单元连接成的设备；等等。在电路技术中，虽然对电路规模一词没有确切的含义，但习惯上是指当时电路分析技术能求解的电路范围。例如，在五十年代，电路规模主要是指实用功能单元的电路范围。因为这种规模的电路在当时的电路分析技术条件下是能够求解的。同时，这样的电路在设计上也是可行的。更大的电路必须首先分解成各种实用功能单元的电路，然后再进行逐个分析和设计。这个概念与当时的生产工艺水平是相适应的。

随着集成电路的出现，由于生产制做过程的特点，它的分析和设计要求在整体上进行，电路规模的含义有了很大的变化，它是指一块芯片上包含的电路范围。电路规模超出了经典的分析和

设计理论与技术所能求解的范围。为了解决这个问题，电路的计算机模拟和分析的理论与技术便应运而生，这是在电路技术发展史上成为一个新的里程碑。现在电路的计算机模拟和分析技术已经成熟，并得到广泛应用。

微电子技术的发展是迅速的。集成电路的规模飞速增大。近年来一块芯片上能包含的晶体管的密度以每年翻一番的速度增长，目前已经达到上百万个。这就是所谓超大规模集成电路(VLSI)(见图1-1)。大规模和超大规模集成电路的等效电路规模很大。这里所说的等效电路是指与集成电路等效的用理想基本元件集的元素构成的电路^[1]。

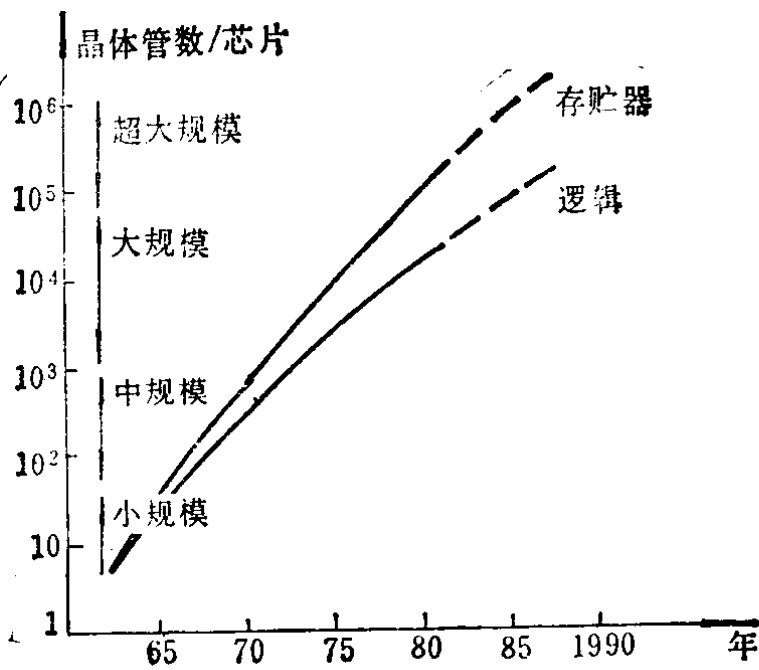


图1-1 芯片密度与电路规模的关系

1-1-2 现代电路的复杂性

现代电路不但规模大，而且复杂。现代电路的复杂性表现在以下几个方面。

1) 现代电路含有大量有源器件。由于集成电路的工艺原因,现代电子电路采用了有源电路技术和开关电容技术来代替一些元件如电阻和电感等。同时,为了改善电路性能,也要求采用比普通电路更多的有源器件。

2) 现代电路大量是数字电路和模拟电路混合组成的电路,即所谓数模混合电路。这种电路一部分是模拟电路,另一部分是数字电路。众所周知,数字电路的作用是 $\{0, 1\}$ 二级离散性质的,模拟电路的作用是无穷级连续性质的。一般说,它们具有不同的数学模型,采用不同的分析方法。

3) 现代电路的多功能性质。由于集成电路规模的增大,可以将整个设备或系统做在一个芯片上。因此,现代电路将多种电路功能集合在一个电路里,作为一个整体。

现代电路的复杂性给电路的计算机模拟、分析和设计带来很大困难。由于含多种功能的电路很难采用普遍性的方法求解,这种电路的分析以后我们将不考虑。

1-1-3 现代电路的实现

由于集成电路工艺性质,现代电路的分析和设计,是不可能采用面包板的方法进行的。过去,含50个元件以上的线性电路,或规模很小的非线性电路都无法确切分析和设计,要依靠在面包板上搭电路用测试法进行。但是,这个方法对集成电路不适用,因为无法用分立元件复制一块集成电路。同时,集成器件间的元件匹配性质和寄生效应也很难复制。

现代电路的实现必须借助于电路的计算机模拟、分析和设计技术。计算机模拟就是用计算机程序去实现电路功能的复制。这种技术的优点是可以较精确地复制集成电路,并且可以进行电路的容差和最坏情况分析。

1-2 大规模电路的计算机分析

1-2-1 当前存在的问题

现在的电路模拟程序进行一般电路的分析是成功的。它们的算法主要由两个部分构成，第一部分是构造电路的数学模型，第二部分是数学模型的求解。这两个部分常用的算法见表1-1。

表1-1 常用算法

列出数学模型的算法	求解数学模型的算法	
列表法 改进节点法	微分方程	变步长多步法 欧拉法或梯形法
	非线性方程	变步长牛顿法 分段线性分析法
	线性方程	LU分解法 高斯消去法

根据上述的模拟技术，我们可以估算电路模拟所需的计算机的运算时间和占用内存的大小。一般，为了简单快捷地估算计算量与电路规模的关系，可以考虑线性方程求解所需长(乘除法)运算数与电路方程维数的关系。如果电路方程的维数是 n ，则机时消耗与 n^3 成比例，即 $O(n^3)$ 。同时，电路模拟所需存贮量与 n^2 成比例。因此，如电路规模增大到100倍时，机时将增大到 10^6 倍而存贮将增大到 10^4 倍。这种对计算机能力的要求的增长率，是大规模电路的计算机模拟、分析和设计的主要问题。这个问题也是近几年来在大规模和超大规模集成电路的计算机模拟技术中进行大量研究工作的目标。

1-2-2 电路模拟所需存贮量

电路模拟所需的存贮量主要决定于电路方程的数据结构，也就是电路方程在数值化和线性化后的系统矩阵的数据结构。