

经济学中青年学者丛书



经济数学模型

李洪心 / 著

中国财政经济出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

经济数学模型/李洪心著. - 北京: 中国财政经济出版社, 1998

(财经出版专项资金资助·经济学中青年学者丛书)

ISBN 7-5005-3906-1

I. 经… II. 李… III. 经济模型 IV. F224. 0

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 19838 号

中国财政经济出版社出版发行

URL: <http://www.cfeph.com>

e-mail: cfeph@drc.go.cn.net

(版权所有 翻印必究)

社址: 北京东城大佛寺东街 8 号 邮政编码: 100010

发行处电话: 64033095 财经书店电话: 64033436

北京财经印刷厂印刷 各地新华书店经销

850×1168 毫米 32 开 9.75 印张 230 000 字

1998 年 12 月第 1 版 1998 年 12 月北京第 1 次印刷

印数: 1-1755 定价: 19.50 元

ISBN 7-5005-3906-1/F·3565

(图书出现印装问题, 本社负责调换)

出版说明

本书是“财政部部属院校财经专著出版专项资金”资助的项目之一。该专项资金由财政部人事教育司和中国财政经济出版社联合出资设立，用于资助财政部部属院校财经专著的出版。财政部人事教育司和中国财政经济出版社联合组成专项资金管理委员会，负责资助选题计划的制定、资金使用等方面的决策。管理委员会由中国财政经济出版社社长杨天赐同志任主任委员，财政部人事教育司副司长王建国同志任副主任委员，孙伟生、苏金秀、余蔚平、张立宪、洪钢、贾杰等同志任委员。管理委员会聘请有关专家组成专家委员会，负责资助出版项目的评估、审定和提出资助金额的意见，并为资助选题计划提供咨询。专家委员会由解学智教授任主任委员，杨天赐教授任副主任委员，王朝才、艾洪德、李俊生、余蔚平、张中华、罗林、秦荣生、聂培尧、夏大慰等同志任委员。设立“财政部部属院校财经专著出版专项资金”的目的，是鼓励财经理论研究，提高财政部部属院校的教学、科研水平，繁荣财经学术著作出版。由于受管理委员会组成人员水平和有关条件的限制，这项工作可能还存在许多不足，对此，欢迎批评、指正。

财政部部属院校财经专著
出版专项资金管理委员会

一九九八年八月

内 容 提 要

实用经济数学模型研究是一门集经济管理、系统工程、数量方法和计算机技术等多种学科为一体的跨学科领域的研究。本书根据作者多年来在经济数学模型领域的教学经验和研究成果,以真实系统为例,深入浅出地论述了目前国内外经济管理方面有效应用的经济数学模型的建立方法及应用,包括时间序列模型、状态空间模型、灰色系统模型和系统动力学模型,并介绍了一个集模型库、方法库和数据库为一体的辅助决策支持系统。

本书可供财经院校、综合性大学经济管理专业的高年级本科生和研究生作教材或教学参考书,也可作为广大经济管理工作者和有志于从事经济数学模型研究和应用的读者的自学用书。

序 言

随着经济体制改革的不断深化，必将促使我国国民经济管理发生重大变化，要求在增强企业活力的同时搞好宏观调节，使国民经济朝着科学确定的目标，遵循协调发展的轨道良好地运转。这就需要建立描述经济运行机制的宏观经济模型。以此为基础，利用现代计算机工具，进行定量的经济预测和合理的政策分析，不断提高我国的宏观管理水平和效率，以及宏观决策和计划的科学性，从而使我国逐步实现国民经济管理的现代化，使其尽快地接近和达到经济发达国家的标准。

模型方法是一种科学的分析方法，它将错综复杂的经济问题抽象成结构严谨的数学模型，用数字仿真模拟真实系统的运行。一个实际的经济系统是没法做实验的，但我们可以依实际系统原理所建的模型上做实验，直至得到满意的方案为止。因此，模型方法有经济战略实验室之称。利用模型可以进行经济系统的综合平衡与优化分析，从而得出客观的结论，为有关部门制定决策提供科学的和定量的依据。

本书是在参阅了大量有关模型识别专著和论文的基础上，结合本人为有关专业的研究生和高年级本科生的教学经验，以及多年从事经济数学模型的研究与应用实践而编写的。本书在写作时力求作到深入浅出，既照顾到数学推导的严谨性，又考虑到数学模型的经济背景和模型识别过程的可操作性，使从事数学模型研究、从事经济管理以及从事计算机程序设计的人员都能接受。

对于将数学模型应用于现实经济分析的人来说，在正确理解模型理论的基础上，掌握有效的利用数据和解释运算结果的方法，要比拘泥于它的统计数学细节更重要。因此，虽然本书对模型理论也给出必要的推导和证明，但即使不读数学理论部分，只要看懂各种模型的算法流程图，把握其经济含义，理解仿真程序输入输出数据的意义和内容，便能够建立相应的数学模型，并正确评价计算机的运行结果，用来解释实际的经济问题。

本书共分七章，论述了实用型经济数学模型的基本性质与基础知识，介绍了时间序列分析模型、状态空间模型、灰色系统模型和系统动力学模型，并以真实系统为背景，给出经济数学模型的仿真与应用过程，最后介绍一个实用的经济模型微机系统。

本书侧重于实用性，所有介绍的模型均给出构模框图或程序流程图以及运行结果，使读者很容易掌握从建模到应用于真实系统的全部过程。书中的许多内容一直是有关专业研究生课程的教学内容，绝大部分仿真实例取自作者获奖的论文和科研项目。其中包括数量模型对系统特征变量的分析、结构模型对特定系统的政策模拟、多模型综合对复杂系统的预测与对策研究，以及经济模型微机系统的研制与应用。开展这些研究工作，对地方政府有关部门在实现决策的科学化，作好宏观经济调控工作上具有重要的现实意义。

限于作者水平，书中错误及缺点在所难免，恳请读者批评指正。

作 者

1997年9月

目 录

第一章 经济数学模型概述.....	(1)
第一节 经济数学模型的特点及分类.....	(1)
第二节 经济数学模型基础.....	(4)
第二章 时间序列分析模型	(13)
第一节 时间序列概念	(14)
第二节 稳定的时间序列模型	(21)
第三节 非稳定模型	(28)
第四节 时间序列模型辨识	(32)
第五节 白噪声过程与噪声序列	(43)
第六节 时间序列模型的应用	(48)
第三章 状态空间模型	(52)
第一节 状态空间模型概述	(52)
第二节 状态空间模型及分析	(57)
第三节 状态空间模型辨识	(83)
第四节 <i>Kalman</i> 滤波与量测预报	(99)
第五节 模型参数自适应及应用.....	(104)
第四章 灰色系统模型.....	(111)
第一节 灰色系统及数学问题.....	(111)
第二节 灰色系统建模.....	(118)
第三节 灰色系统预测.....	(145)
第五章 系统动力学模型.....	(167)

第一节	学科简述·····	(167)
第二节	系统反馈结构·····	(170)
第三节	系统动力学方程基础·····	(187)
第四节	DYNAMO 语言 ·····	(197)
第五节	典型反馈结构·····	(207)
第六节	系统动力学模型·····	(224)
第七节	仿真软件 PD—Plus ·····	(235)
第六章	经济数学模型仿真·····	(249)
第一节	森林资源模型·····	(249)
第二节	地方财政综合模型·····	(259)
第七章	经济模型微机系统·····	(286)
第一节	研制模型系统的意义·····	(286)
第二节	系统设计的指导思想·····	(287)
第三节	系统主体结构·····	(289)
第四节	各子系统内容与结构·····	(290)
参考文献	·····	(298)

第一章 经济数学模型概述

第一节 经济数学模型的特点及分类

模型有形象模型和抽象模型两种。根据实物、设计图等按比例、形态或其它特征制成的，看起来和客观实体基本相似的模型叫形象模型，如港口模型、飞机驾驶模型等。而利用数学等式和符号来描述事物的模型为数学模型，它是抽象模型的一种，现已被广泛应用于各个领域，其优点是：高度抽象性、高度精确性、构模投资少、时间快，易于修改变动、易于发展扩充、易于计算机化等。经济数学模型则是经济现象和经济过程中客观存在的量的数学描述，它用于经济信息的加工、经济系统的分析与预测。

一、经济数学模型的特点

经济数学模型最明显的特点是，它的建立是以经济理论假设为前提的，其应用是以经济理论为指导的。因为作为模型，最根本的一条就是要与原型相似。经济数学模型的质量，直接取决于经济分析理论研究的水准。离开现实的经济背景，单纯依靠统计资料不可能从各种复杂的经济关系中抽象出最本质最主要的联系。因为当我们建模时，确定基本变量，确定变量之间的联系，必然要决定哪些变量和关系是主要的，必须列入模型；哪些是次要的，可以舍去。经济理论所揭示的各种经济要素及相互关系，

是经济模型的内容，把这些要素和关系表达出来的数学公式，是经济模型的形式，经济模型并非纯粹的数学模型，它的每一个元素，每一种关系，每一个计算结果，都有其经济意义。

经济数学模型的另一个特点是，它不是对客观经济现象和经济过程的简单重复，而是在建模过程中采用了简化的手段，使模型只反映经济现象和经济过程中最主要和基本的变量和联系。因为任何数学模型都不可能也没有必要详细描述所研究对象的每一个细节和一切变化情况。简化不仅便于数学处理，还能提高模型的科学性和增加模型的实用性。

但简化是有限度的，它不能损害对研究对象的本质反映，不能妨碍模型目的的实现。当我们将不规则变化看作规则变化，把高维问题化为低维问题处理，或将非线性问题化为线性问题处理时，一定要考虑到研究对象所能允许的范围及条件，不能脱离现实。一个模型究竟抽象或现实到什么程度，取决于建模目的及取得有效资料的可能性。

二、经济数学模型的组成

在经济数学模型中，用数学语言来表达经济数量关系，各种经济变量的变化都是相互联系和相互制约的。这种依存关系通常可用数学中的函数关系来反映，函数可以是线性或非线性的，可以是代数方程或微分方程，可以是单个方程，也可以是联立方程组，完全根据所研究的具体经济问题而定。

可以说，方程是构成数学模型的基本成分，组成这些方程的基本单元有三种：

1. 变量：变量在模型中可以说是随时间变化的量，在不同的经济模型中，同一个经济变量常常冠以不同的名称。如经济计量模型中涉及到内生变量和外生变量，而系统动力学模型中却研

究状态变量和速率变量等。

2. 常量：它是模型中固定不变的量，真正的常量在工程系统中常见，如产品及元器件的规格指标等物理常量。经济系统中这种不变的量是不存在的。但当我们建立了一个数学模型，其中求得的参数如假定是时不变的，便可作为常量看待。

3. 参数：参数是反映各变量之间相互关系的指标，模型中的参数随时间会发生漂移，各种自适应算法将使参数不断更新以描述时变的系统。

三、经济数学模型的分类

下面从不同的角度，将经济数学模型进行简单的分类。

(一) 从模型描述的内容上可分为：

1. 结构型：强调系统结构、系统行为依赖于内部的反馈机制。从系统的历史数据与环境信息中提取初始条件与结构参数，然后在一定假设条件下进行模拟，预测各种情况下动态系统的行为。系统动力学模型属于这一种。

2. 黑箱型：强调系统输入输出关系，对历史数据与信息加以统计处理，建立参数型模型，然后进行趋势外推以预测未来。这类模型根据所研究系统的特点又分为以下三种：

(1) 单变量模型：当一个变量的变化有自己的规律和特点，与其它变量之间没有精确的对应关系时多选用这种模型，如时间序列模型、灰色预测模型等。

(2) 回归方程：有的经济变量的变化受其它若干变量的影响，要建立变量之间的这种解释与被解释的关系，通常采用多元回归方程或灰色多变量 GM (0, h)、GM (1, h) 模型。

(3) 多元回归方程组：经济计量模型属于这一种，它由多个回归方程联立而成。

(二) 按系统输入输出变化情况可分为:

1. 确定型模型: 系统的输入输出都是确定性的时间的函数, 时间为自变量, 这类模型可用确定性数学工具描述。系统动力学模型与灰色系统模型均属于确定型模型。

2. 概率型模型: 又称随机系统模型, 系统的输入输出具有随机性, 系统受随机噪声干扰, 这种模型用概率论工具来描述, 在建模时要研究噪声的分布特征等。

(三) 按系统所处状态可分为:

1. 静态模型: 描述系统对时间来说相对静止的情况, 即分析系统模型参数或结构时, 往往不考虑时间的影响。线性规划模型是典型的静态模型。

2. 动态模型: 描述系统的运动状态, 反映出模型中变量随时间的变化。本书中所介绍的时间序列模型、状态空间模型、灰色系统模型和系统动力学模型均属于这一种。

第二节 经济数学模型基础

一、几个基本概念

(一) 系统

“系统”这个词我们并不陌生, 我们常接触的实体系统包括自然界的海洋系统、生态系统、矿藏系统; 社会上的财贸系统、文教系统、生产系统; 人体的消化系统、呼吸系统、血液循环系统等。

但作为经济数学模型所研究的“系统”, 则是一种系统的抽象。钱学森教授认为, 系统是由相互作用和相互依赖的若干组成部分结合成的具有特定功能的有机整体, 而这个系统本身又是它

所从属的一个更大系统的组成部分，我们把若干组成部分结合成的整体，称做系统内部，这个整体以外的部分称为该系统的环境。

系统具有的特征。

(1) 结构性：系统内的各组分之间按一定的方式组合，构成系统特定秩序。

(2) 相关性：系统内任一组分的变化，都会引起其它相关组分的变化。

(3) 功能性：包括系统的整体功能和各组分的功能，功能体现了系统的“目的性”。

(4) 整体性：系统的整体功能不同于各组分的功能，它大于各组分功能的叠加。

(5) 层次性：系统都是分层次的，这有利于人们认识和研究系统。

(6) 运动性：有限系统不可避免地处于运动与变化之中，这种运动包括时间与空间上的。

(7) 变异性：系统在运动中同环境交换物质、能量与信息，这种交换必然导致系统的结构和功能的变化。

(二) 信息

物质、能量和信息是构成一切系统的原始要素。假如我们从某种角度将这几种要素分一下类，那么可将物质和能量称为硬件要素，而将信息称为软件要素。

1. 信息的基本特征。关于信息的定义并不严格和统一。较通用的说法是：信息是事物运动状态或存在方式的直接或间接表述。更通俗的说法是：信息是指具有新内容、新知识的消息，如书信、情报、指令等。

信息的基本特征可表述为：

- (1) 信息来源于物质及其运动；
- (2) 信息可以脱离开产生它的物质而被传递和交换；
- (3) 传递信息需要能量，控制能量需要信息，信息与能量难解难分，但本质上又不同于能量；
- (4) 信息是一种知识，得到了信息就是具有了某种粗知识；
- (5) 信息可被感知、获取、处理和利用。

2. 物质流与信息流。

下面以生产——供销系统为例：

如图 1.1，原材料进厂后，先到加工车间制成零件，然后到部装车间组装成部件，再送到总装车间进行装配、验收和装箱，最终运交用户。这是一个产品生产过程，从原材料到零件、部件、产品以及所用的工具、设备等都是物质，这些物质在系统各场所流动形成了物质流，如图中的有向实线所示。在产品生产过程中不断产生各种生产管理指令和报表。如原材料订购单、验收单、车间生产计划、车间生产报表、产品发货单、市场销售报表等，它们提供系统管理所需要的信息，这些信息由发出部门传输到接受部门，是信息流动过程。即信息流是伴随着物质流形成的，如图中有向虚线所示。

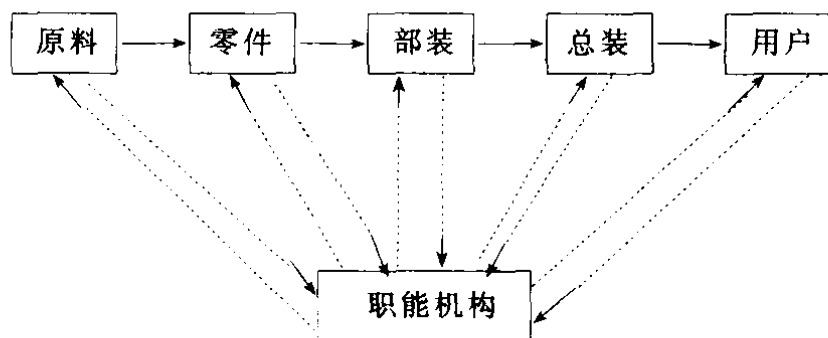


图 1.1 生产——供销系统

我们再来看一下这两种流的特点：

- (1) 物质流是物质的产生、传送和接受过程，物质流是单向

的，从输入端流向输出端。

(2) 信息流是信息的产生、传送和接受过程，它由信源发出，被信宿接受，通过信道传输，信息流是双向的，既有从输入流向输出一端的信息，也有从输出流向输入的反馈信息。

(三) 反馈

控制论的核心问题即信息反馈问题，信息反馈的控制过程就是根据系统行为结果的反馈信息调整系统未来的行为。

反馈概念常用的示意图如图 1.2。

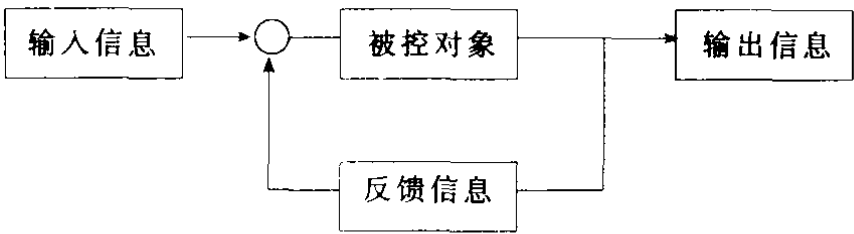


图 1.2 信息反馈图

反馈形成闭环控制，可分成两种类型：

(1) 正反馈：能够产生自身增长的行为，使系统具有增长的动力，这种性质称为自增长性。如经济系统和自然界中我们常用来描述其发展状况的良性循环和恶性循环等，都形象地再现了系统的这种由于自己内在的原因使其朝一个方向发展的结果。

(2) 负反馈：使系统趋于稳定，能够产生自身寻求特定目标的行为，这种性质称为自调整性，工程技术上负反馈调节器用的较为普遍。

二、几种算子

当我们研究时间序列 $\{z_t\}$ 时，经常用到下列算子。

(1) 延迟算子 B

$$Bz_t = z_{t-1}$$

则有 $B^m z_t = z_{t-m}$

(2) 前移算子 F

$$Fz_t = z_{t+1}$$

则有 $F^m z_t = z_{t+m}$

它与延迟算子的关系为: $F = B^{-1}$

(3) 差分算子 ∇

$$\nabla z_t = z_t - z_{t-1}$$

或写成 $\nabla z_t = (1 - B) z_t$

即它与延迟算子的关系为 $\nabla = 1 - B$

(4) 差分的逆算子 S

$$S z_t = \nabla^{-1} z_t = (1 - B)^{-1} z_t$$

(5) 季节差分算子 ∇_S

$$\nabla_S z_t = z_t - z_{t-S} = (1 - B^S) z_t$$

另外还有 z_t 的 d 阶差分表达式 $\nabla^d z_t$ 和 z_t 的 D 阶季节差分表达式 $\nabla_S^D z_t$

二者结合的通式为:

$$\nabla_S^D \nabla^d ()$$

且两种算子的使用顺序可交换, 如:

$$\nabla \nabla_S z_t = \nabla_S \nabla z_t$$

三、拉普拉斯 (Laplace) 变换

(一) Laplace 变换的意义

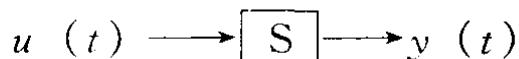
Laplace 变换又称拉斯变换, 它的大量应用要从控制论的形成开始。第二次世界大战期间, 针对提高武器发射命中率的需要而迅速发展的经典控制论进入成熟阶段, 它从系统的输入输出关系来研究系统, 其主要对象是单输入单输出的线性定常系统, 数学模型的基本形式是传递函数。

线性定常系统的输入 $u(t)$ 与输出 $y(t)$ 之间的关系可用下列微分方程来表示：

$$\begin{aligned} a_n y^{(n)}(t) + a_{n-1} y^{(n-1)}(t) + \cdots + a_1 \dot{y}'(t) + a_0 y(t) \\ = b_m u^{(m)}(t) + b_{m-1} u^{(m-1)}(t) + \cdots + b_1 \dot{u}'(t) + b_0 u(t) \end{aligned} \quad (1-1)$$

式中, $a_0, a_1, \cdots, a_n, b_0, b_1, \cdots, b_m$ 均为常数。 m, n 为正整数, $n \geq m$ 。

框图表示为：



方程 (1-1) 定性地描述了闭环系统 S 的动态特点, 但对于这种高阶的微分方程, 求解及定量分析都比较困难。

为了解决这个问题, 人们引入了一种新的数学工具, 即拉普拉斯变换, 简称拉斯变换, 它的作用如下：

(1) 把闭环系统的动态特性由定性描述转为定量分析。

(2) 自控系统的动态特性一般是由微分方程来描述, 拉斯变换能将线性微分方程式变为代数方程式, 并在解题开始就将初始条件代入。因此, 拉斯变换为解微分方程式, 也就是为定量地分析系统的动态特性, 提供了一种简便的方法。它的优点对于高阶系统尤为明显。

(3) 拉斯变换可以引出描述系统动态特性的一种重要的新形式——传递函数。传递函数是综合分析自动控制系统的重要工具。

(二) 拉斯变换定义

拉斯变换是一种积分变换, 这种积分变换将一个实变数 t 的函数 $f(t)$ 变换为一个复变数 s 的函数 $F(s)$, 也就是把时间域的函数变换为复频率域的函数。其定义为：