

与高中最新教材（人教版·试验修订本）同步



一课3练

高二数学 上

- ① 练基础
- ② 练综合
- ③ 练拓展



权威专家总策划

引领教辅新潮流

延边教育出版社



与高中最新教材(人教版·试验修订本)同步

一课3练

高二数学 上



延边教育出版社

- ☐ 策 划: 张厚感 崔炳贤 许世立 韩明雄
- ☐ 主 编: 蒋佩锦
- ☐ 本册编写: 蒋佩锦 司静贞 李 颖 冯 睿
- ☐ 责任编辑: 金明玉
- ☐ 封面设计: 林荣桓

一 课 三 练



与高中最新教材(人教版·试验修订本)同步
《一课三练》 高二数学 上

延边教育出版社 出版发行

- ☐ 吉林省延吉市友谊路11号 邮编: 133000
- ☐ <http://www.ybep.com> E-mail: mykim@china.com
- ☐ 发行部: 0433-2913975 2913930 传真: 2913971

中煤涿州制图印刷厂 印刷

- ☐ 787×1092 16开 10.5印张 200千字
- ☐ 2001年6月第1版 2002年6月第3次印刷

ISBN 7-5437-4238-1/G·3794 定价: 10.00元

如发现印装质量问题, 请与发行部联系调换



写给希望成才的读者朋友

亲爱的读者朋友们，21世纪是“知识经济”和“全球经济一体化”的时代，这个新时代充满着激烈的甚至是残酷的竞争。各种竞争，归根结底是人才素质的竞争。为迎接这一挑战，全面推进素质教育，培养创新意识和实践能力，便成为当前教育改革的重要任务。

素质教育的实施不仅要求我们转变教育的观念，还需要改革现行的教材及各种教辅资料。减轻学生的课业负担，不等于不做作业，不搞练习。实践证明，及时、适量的训练与检测是提高教学质量的重要环节：训练是对知识与能力的巩固、提高与发展；检测则是对学科素质的一种衡量。为了落实新教学大纲的精神，提高课堂教学质量，加强基本技能和创新能力的培养，我们依据人民教育出版社各年级最新数学教材，编写了这套《一课三练》丛书。

《一课三练》分基础练习、综合练习和拓展练习三个层次。基础练习旨在帮助同学们理解课本的基本内容，顺利完成课本中的练习题，因此针对本节的重点内容在数量上做了适量的补充，并在突破难点上做了必要的“铺垫”；综合练习旨在以新带旧，新旧结合，不仅体现了训练过程的“滚动式”特点，而且对加深新知识理解、运用，对促进形成系统的知识结构大有益处；拓展练习的指向是思维训练。全书具有同步性、基础性和综合性的特点。它不仅体现了新大纲、新教材对不同年级、不同章节的内容在基础知识、基本技能方面的要求，也反映了各部分之间的内在联系以及相应的思维训练应达到的目标，同时为体会数学的特点、数学的思维方法以及数学的应用提供了适宜的材料。

本套丛书由参与人教版新教材试验并对新教材及中高考有深入研究的北京市海淀区、东城区、西城区及沈阳市的优秀教师和教研员共同编写。他们在教学第一线耕耘多年，具有深厚的理论功底和丰富的实践经验，且成绩卓著。恳切希望广大师生在使用过程中，把发现的问题和修改意见及时反馈给我们，以使《一课三练》不断完善。

延边教育出版社

11/11 68/05



唐明金 北京大学

简介:

高中毕业于江西省抚州市宜黄县第一中学。曾获1999年抚州市三好学生等荣誉。业余时间喜欢打乒乓球。希望将来能成为一名著名的工程师。

寄语:

数学是以严谨著称的学科。在高中，一定量的习题是必要的，只有通过解题，充分挖掘其中蕴含的数学思想，才能真正地学好数学。多思多想，触类旁通，举一反三，你将把握数学的脉搏，惊叹数学的严谨与完美。也许中学是一个沥血的历程，但是，请你铭记：成功的桂冠是用荆棘编织而成的。不经风雨，怎能见彩虹？拼搏吧，胜利将属于你们。

简介:

高中毕业于湖南省岳云中学，现就读于清华大学基础科学班（诺贝尔班）。中学时曾获全国数学奥林匹克竞赛二等奖，在《中学生数学》杂志上发表过文章。大学时曾荣获清华大学奖学金，并担任多项学生干部职务。

寄语:

数学是科学中的皇冠。掌握好数学的理论知识 and 思想方法，不仅能帮助你学好其他学科，还会使你终生受益！

Pain past is pleasure.(痛苦过去就是快乐。)



罗庆朗 清华大学

主编简介：北京市数学特级教师。1963年毕业于北师大数学系，一直在北京五中任数学教师。现兼任北京数学学会理事，北京市市级兼职教研员，《数学通报》编委等



本册主编：蒋佩锦

主编寄语：

享受数学乐趣，
发展思维能力。

蒋佩锦

2001.3.



第六章 不等式	
第一节 不等式的性质	1
第二节 算术平均数与几何平均数	4
第三节 不等式的证明	7
第四节 不等式的解法举例	10
第五节 含有绝对值的不等式	13
第七章 直线和圆的方程	
第一节 直线的倾斜角和斜率	16
第二节 直线的方程	17
第三节 两条直线的位置关系	20
第四节 简单的线性规划	23
第五节 曲线和方程	28
第六节 圆的方程	30
第八章 圆锥曲线方程	
第一节 椭圆	34
第二节 双曲线	39
第三节 抛物线	46
期中测试题	51
期末测试题	54
参考答案	57



第六章 不等式

第一节 不等式的性质



基础练习

JICHULIANXI

1. 比较 $(x-1)(x+3)$ 与 $2x-3$ 的大小.
2. 比较 $(2x+5)(2x-1)$ 与 $4(x+1)^2$ 的大小.
3. 当 $t > -1$ 时, 比较 $1-t$ 与 $\frac{1}{1+t}$ 的大小.
4. 比较 $(a+b+1)(a-b+1)$ 与 $2(a-b^2)-1$ 的大小.
5. 判断下列各命题的真假, 并说明理由:
 - (1) 如果 $a > b$, 那么 $a+c > b+c$;
 - (2) 如果 $a > b$, 那么 $ac^2 > bc^2$;
 - (3) 如果 $0 < a < b$, 那么 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$;
 - (4) 如果 $a < b < 0$, 那么 $a^2 > b^2$.
6. 求证:
 - (1) 如果 $a < b, c > d$, 那么 $a-c < b-d$;
 - (2) 如果 $\frac{a}{c^2} < \frac{b}{c^2}$, 那么 $a < b$;
 - (3) 如果 $a > b > 0, c > d > 0$, 那么 $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bd}$.
 - (4) 如果 $a < b < 0, c < d < 0$, 那么 $\sqrt{ac} > \sqrt{bd}$.



综合练习

ZONGHELIANXI

1. 若 $a > b$, $b < 0$, 则下列不等式中正确的是().

- (A) $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ (B) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ (C) $ab > b^2$ (D) $ab < b^2$

2. 给出下列四个命题:

- ① $a > b \Rightarrow ac^2 \geq bc^2$; ② $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow a > b$;
③ $a^2 > b^2 \Rightarrow a > b$; ④ $\sqrt{a} > \sqrt{b} \Rightarrow a > b$.

其中正确命题的个数是().

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

3. 如果 $a > b$, $c > d$, 则下列不等关系中一定成立的是().

- (A) $a > b - c + d$ (B) $b > c + d - a$ (C) $c > d + a - b$ (D) $d > a + b - c$

4. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 那么 $a > b$, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ 同时成立的充要条件是().

- (A) $\begin{cases} a > 0, \\ b > 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a > 0, \\ b < 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} a < 0, \\ b > 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a < 0, \\ b < 0 \end{cases}$

5. 已知 $x, y \in \mathbb{R}$, 那么 $x > 0$, $y > 0$ 是 $x + y > 0$, $xy > 0$ 成立的().

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件
(C) 充分必要条件 (D) 既非充分条件也非必要条件

6. 给出四个条件:

- ① $a > b > 0$; ② $b < a < 0$; ③ $b > 0 > a$; ④ $a > 0 > b$.

其中能使 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 一定成立的条件的个数是().

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

7. 若 a, b 是任意实数, 且 $a < b$, 则().

- (A) $a^2 < b^2$ (B) $\frac{a}{b} < 1$ (C) $\lg(b - a) > 0$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$

8. 若 $a = (x + 1)(x + 2)$, $b = (3 - x)(x + 6)$, 那么 3^{-a} 与 3^b 的大小关系是().

- (A) $3^{-a} > 3^b$ (B) $3^{-a} < 3^b$ (C) $3^{-a} = 3^b$ (D) 由 x 取值决定

9. 若 $x \in \mathbb{R}$, 则 $|x| \leq 3$ 是 $x^2 - x - 20 < 0$ 成立的().

- (A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既非充分条件也非必要条件

10. 给出下列四个命题:

- ① 若 $a > b$, $c > 1$, 则 $a \lg c > b \lg c$;
 ② 若 $a > b$, $0 < c < 1$, 则 $b \log_c 2 < a \log_c 2$;
 ③ 若 $a > b$, $c > 0$, 则 $c \lg |a| > c \lg |b|$;
 ④ 若 $a > b > 0$, $c > 0$, 则 $\log_{\frac{1}{2}} \frac{c}{a} > \log_{\frac{1}{2}} \frac{c}{b}$.

其中正确命题的个数是().

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

11. 比较大小, 并说明理由:

- (1) $(2x+1)(3x-2)$ 与 $(5x+9)(x-2)$;
 (2) $(3x+2)(2x-1)$ 与 $(2x+2)(3x-4)$;
 (3) $\lg x$ 与 $\sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right)$.

12. 当 $ab > 0$, $cd > 0$ 时, 比较 $(ab+cd)\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right)$ 与 $(a+c)^2$ 的大小, 并说明理由.13. 当 $a \neq -1$ 时, 比较 $\frac{1}{1+a}$ 与 $1-a$ 的大小, 并说明理由.14. 如果 $12 < a < 60$, $15 < b < 36$, 求 $a+b$, $2a-b$, $\frac{a}{b}$ 的取值范围.

拓展练习

TUOZHANLIANXI

- 当 $y > x > 1$ 时, 比较 $\frac{1}{x-1}$ 与 $\frac{1}{y+1}$ 的大小, 并说明理由.
- 比较 $3x^2 + 2x + 9$ 与 $(2x-2)(x+3)$ 的大小, 并说明理由.
- 比较 $(x^2 + 2x - 1)(x^2 - 2x - 1)$ 与 $(x^2 + 4)(x^2 - 13) + 5x + 55$ 的大小, 并说明理由.
- 已知 $f(x) = 2x^2 + 1$, 实数 m, n 满足 $m + n = 1$, $mn > 0$. 求证对于任意实数 a, b 都有 $mf(a) + nf(b) \geq f(ma + nb)$.
- 当 $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y > 0$ 时, 比较 $\log_a \frac{1}{x} \cdot \log_a \frac{1}{y}$ 与 $\log_a \sqrt{\frac{x}{y}} \cdot \log_a \sqrt{\frac{y}{x}}$ 的大小, 并说明理由.
- 已知函数 $f(x)$ 是函数 $y = 0.3^{2x} + 3$ 的反函数, 且 $f(a)$, $f(2a)$ 都有意义, 试比较 $f(2a)$ 与 $2f(a)$ 的大小, 并说明理由.



第二节 算术平均数与几何平均数



基础练习

JICHULIANXI

1. 对于下列给出的正数 a 、 b ，在横线上依次填上它们的算术平均数和几何平均数：

(1) $a = 8$, $b = 27$, _____;

(2) $a = \sqrt{11} - \sqrt{7}$, $b = \sqrt{11} + \sqrt{7}$, _____;

(3) $a = 3^{x+y}$, $b = 3^{x-y}$, _____;

(4) $a = \sin 15^\circ$, $b = \cos 15^\circ$, _____.

2. 给出以下四个不等关系：

① $a^4 + b^4 \geq 2a^2b^2$ ($a, b \in \mathbb{R}$);

② $a + \frac{1}{a} > 2$ ($a > 0$);

③ $\frac{a}{b} + \frac{a}{b} \geq 2$ ($ab > 0$);

④ $ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ($a > 0, b > 0$).

其中正确的不等关系的序号是_____.

3. 已知 a, b 都是正数，求证：

$$(a+1)(b+1) \geq 4\sqrt{ab}.$$

4. 已知 $x \neq y$ ，求证： $x^2 + y^2 + 1 > xy + x + y$.

5. 求证： $a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$.

6. 已知 $a > 0, b > 0, c > 0$ ，求证：

$$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) \geq 16abc,$$

并指出其中等号成立的条件.

7. 已知 $x > 0$ ，当 x 取什么值时， $x + \frac{16}{x}$ 的值最小？最小值是多少？

8. 已知 $0 < x < 9$ ，求 $x(9-x)$ 的最大值，并求相应的 x 值.



综合练习
ZONGHELIANXI

1. 设 $a > b > 0$ ，则().

(A) $a > b > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab}$

(B) $a > \frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > b$

(C) $a > \sqrt{ab} > \frac{a+b}{2} > b$

(D) $a > \frac{a+b}{2} > b > \sqrt{ab}$

2. 已知实数 a, b 满足 $ab > 0$ ，给出下列四个不等式：

① $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$;

② $a + b \geq 2\sqrt{ab}$;

③ $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq \frac{2}{ab}$;

④ $\frac{b^2}{a} + \frac{a^2}{b} \geq a + b$.

其中一定成立的不等式的个数是().

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 4

3. $a > 0$ 且 $b > 0$ 是 $a + b > 2\sqrt{ab}$ 成立的().

(A) 充分非必要条件

(B) 必要非充分条件

(C) 充分必要条件

(D) 既非充分条件也非必要条件

4. 若 $a > b > 1$, $P = \sqrt{\lg a \cdot \lg b}$, $Q = \frac{1}{2}(\lg a + \lg b)$, $R = \lg \frac{a+b}{2}$, 则().

(A) $R < P < Q$

(B) $P < Q < R$

(C) $Q < P < R$

(D) $P < R < Q$

5. 函数 $y = x^2 + \frac{4}{x^2 + 2}$ 的最小值是().

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 8

6. 设实数 a, b 满足 $0 < a < b$ 且 $a + b = 1$ ，则下列四个数中最大的是().

(A) $\frac{1}{2}$

(B) $a^2 + b^2$

(C) $2ab$

(D) a

7. 已知正数 x, y 满足 $x + 4y = 40$ ，那么 $\lg x + \lg y$ 的最大值是().

(A) 40

(B) 10

(C) 4

(D) 2

8. 设 $M = a + \frac{1}{a-2}$ ($2 < a < 3$), $N = \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2 + \frac{1}{16}\right)$ ($x \in \mathbb{R}$), 那么 M, N 的大小关系是().

(A) $M > N$

(B) $M = N$

(C) $M < N$

(D) 不能确定的

9. 求证: $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 \geq 4abcd$.



10. 已知 $a, b, c > 0$, 求证: $(a+b+c)\left(\frac{1}{a+b} + \frac{1}{c}\right) \geq 4$.
11. 已知 $a > 0, b > 0$, 求证: $a+b + \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{2}$, 并指出其中等号成立时 a 和 b 的取值.
12. 已知 $x > -1$, 求证: $\frac{x^2+2x+2}{x+1} \geq 2$, 并指出其中符号成立时的 x 的取值.
13. 当 $x < 0$ 时, 求 $y = 6 - 4x - \frac{9}{x}$ 的最小值, 并求出相应的 x 的取值.
14. 当 $x > 0$ 时, 求 $\frac{2x}{x^2+1}$ 的最大值, 并求出相应的 x 的取值.



拓展练习

TUOZHANLIANXI

1. 求证: $\log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{4^a} + \frac{1}{4^b}\right) \leq a+b-1$.
2. 当 $0 < x < \frac{\pi}{2}$ 时, 求证: $2^{\cos x} + 2^{\sin x} \geq 4$, 并指出使其中等号成立时 x 的取值.
3. 求证: $\log_2 27 \cdot \log_2 \frac{10}{9} < \frac{25}{4}$.
4. 求证:
- (1) 在周长为一定值的所有矩形中, 以正方形的面积为最大;
 - (2) 在面积为一定值的所有矩形中, 以正方形的周长为最短.
5. 在周长为定值的所有扇形中, 当其圆心角为多少弧度时面积最大?
6. 建造一个容积为 8m^3 , 深为 2m 的长方体形无盖水池. 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 求该水池的最低总造价为多少元.
7. 已知 $\sin\theta = 3\cos\theta\tan\beta$, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$, $\pi < \beta < \frac{3\pi}{2}$, 求 $y = \theta - \beta$ 的最大值.
8. 甲、乙两地相距 s 千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过 c 千米/时. 已知汽车每小时的运输成本(以元为单位)由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v (千米/时)的平方成正比, 且比例系数为 b ; 固定部分为 a 元.
- (1) 把全程运输成本 y (元)表示为速度 v (千米/时)的函数, 并指出这个函数的定义域;
 - (2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?

第三节 不等式的证明



基础练习 JICHULIANXI

1. 用比较法证明：

(1) $3x^2 - 2x > 2x^2 - x - 1$;

(2) $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2ab - 2a$;

(3) 若 $c < a < b < 0$, 则 $\frac{a}{a-c} < \frac{b}{b-c}$;

(4) 若 $a + b > 0$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{b}{a^2} + \frac{a}{b^2}$.

2. 用综合法证明：

(1) 已知 $a > b > 0$, $c < d < 0$, 那么 $\frac{bd}{ac} < 1$;

(2) 已知 $xy > 0$, 那么 $\left(xy + \frac{1}{xy}\right)\left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y}\right) \geq 4$;

(3) 已知 $a > 0$, $b > 0$, 那么 $\frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b} \geq 4$;

(4) 已知 $a, b, c > 0$, 那么 $\frac{bc}{a} + \frac{cd}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$.

3. 用分析法证明：

(1) $\sqrt{24} > \sqrt{5} + \sqrt{7}$;

(2) $\sqrt{2} + \sqrt{7} < \sqrt{3} + \sqrt{6}$;

(3) $\sqrt{7} - 2\sqrt{2} > \sqrt{5} - \sqrt{6}$;

(4) $(\sqrt{2} + 1)^2 < \frac{17}{5}\sqrt{3}$.



综合练习

ZONGHELIANXI

- 已知 $x \in \mathbb{R}$, 设 $A = 2x^2 + 1$, $B = 3x - 4$, 则 A 、 B 的大小关系是().
 (A) $A > B$ (B) $A < B$ (C) $A = B$ (D) 随 x 变化而变化
- 若 $a > b > 0$, 则().
 (A) $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$ (B) $\frac{a+b}{2} \geq \frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{ab}$
 (C) $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$ (D) $\sqrt{ab} < \frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2}$
- 已知 $P = \frac{1}{a^2 + a + 1}$, $Q = a^2 - a + 1$, 则 P 、 Q 的大小关系是().
 (A) $P > Q$ (B) $P < Q$ (C) $P \leq Q$ (D) 不能确定的
- 设 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{7} - \sqrt{3}$, $z = \sqrt{6} - \sqrt{2}$, 则().
 (A) $x > y > z$ (B) $x > z > y$ (C) $y > x > z$ (D) $y > z > x$
- 下列不等式中对于任意 $x, y \in \mathbb{R}$ 都成立的是().
 (A) $x^2 + y^2 \geq 2(x + y - xy)$ (B) $x^2 + y^2 - 1 \geq x + y - 2xy$
 (C) $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + 2xy$ (D) $x^2 + y^2 + 1 \geq x + y + xy$
- 若 $a > 0$, $a \neq 1$, 记 $M = \log_a(a^3 + 2)$, $N = \log_a(a^2 + 2)$, 则 M 、 N 的大小关系是().
 (A) $M > N$ (B) $M < N$ (C) $M = N$ (D) 不能确定
- 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 且 $a + b = 2$, 那么 $3^a + 3^b$ 的最小值是().
 (A) 4 (B) 8 (C) 6 (D) 9
- 若 $x > 0$, $y > 0$, 且 $\frac{2}{x} + \frac{8}{y} = 1$, 则 xy ().
 (A) 有最大值 64 (B) 有最小值 $\frac{1}{64}$
 (C) 有最大值 $\frac{1}{64}$ (D) 有最小值 64
- 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 求证: $(a^4 + b^4)(a^2 + b^2) \geq (a^3 + b^3)^2$.
- 求证: $a^2 + 2b^2 + 2ab + 6b + 10 > 0$.
- 设 $p, q, r, s > 0$, 求证:

$$\frac{(p^2 + p + 1)(q^2 + q + 1)(r^2 + r + 1)(s^2 + s + 1)}{pqrs} \geq 81.$$

12. 当 $a, b, c > 0$ 时, 运用 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 证明: $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$.

13. 当 $x > 1$ 时, 求证: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} < 2\sqrt{x}$.

14. 已知 $x, y > 0$, 求证: $(x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} > (x^3 + y^3)^{\frac{1}{3}}$.

15. 已知 $x > y > 0$, 且 $xy = 2$, 求证 $\frac{x-y}{x^2+y^2} \leq \frac{1}{4}$.

16. 已知 $a > 1, b > 1$, 且 $ab < 100$, 求证: $\lg a \cdot \lg b < 1$.



拓展练习

TUOZHANLIANXI

1. 已知函数 $f(x) = \log_a x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1, x \in \mathbb{R}_+$). 若 $x_1, x_2 \in \mathbb{R}_+$, 判断 $\frac{1}{2}[f(x_1) + f(x_2)]$ 与 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)$ 的大小, 并加以证明.

2. 设函数 $f(x) = |\lg x|$, 若 $0 < a < b$, 且 $f(a) > f(b)$, 证明: $ab < 1$.

3. 已知 $x \in \mathbb{R}$, 求证: $(x-1)(x-3)(x-4)(x-6) > -10$.

4. 已知 $x_1 > 0, x_2 > 0$, 求证.

$$\frac{\sqrt{1+x_1^2} + \sqrt{1+x_2^2}}{2} \geq \sqrt{1 + \left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)^2}.$$

5. 已知 $a > b > 0$, 求证:

$$\frac{(a-b)^2}{8a} < \frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} < \frac{(a-b)^2}{8b}.$$

6. 设 $m > 0, n > 0$, 且 m, x, n 成等差数列, m, a, b, n 成等比数列, 求证: $2x \geq a + b$.

7. A, B, C 是锐角三角形 ABC 的三个内角, 记 $S = \frac{1}{1+\tan A} + \frac{1}{1+\tan B}$. 求证:

(1) $S < 1$;

(2) $S < \frac{\tan A}{1+\tan A} + \frac{\tan B}{1+\tan B}$.

8. 甲、乙二人同时同地沿同一路线向同一目的地行进. 若甲以速度 a 行走一半时间, 以速度 b ($a \neq b$) 行走另一半时间; 而乙以速度 a 行走一半路程, 以速度 b 行走另一半路程. 试问: 甲、乙二人谁先到达目的地?



第四节 不等式的解法举例



基础练习

JICHULIANXI

1. 解下列不等式:

$$(1) \frac{x+2}{2} \geq \frac{2x-1}{3};$$

$$(2) 14x - 7(3x - 8) < 4(13 - x) - 14;$$

$$(3) 2(x+1) + 1 > \frac{7x}{2} - \frac{x-2}{3}.$$

2. 解下列不等式:

$$(1) x^2 - 3x + 2 > 0;$$

$$(2) 6 + x - x^2 \geq 0;$$

$$(3) 4x^2 + 4x + 1 > 0;$$

$$(4) 2x^2 - 3x - 2 < 0;$$

$$(5) 3x^2 - 2x + 7 \geq 0;$$

$$(6) x^2 - 2x + 81 < 0.$$

3. 解下列不等式:

$$(1) |3x + 5| \leq 7;$$

$$(2) \left| \frac{1}{2}(x-3) + 1 \right| > 4;$$

$$(3) \left| \frac{2x - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{3} \right| \leq |\sqrt{2} - \sqrt{3}|.$$

4. 解下列不等式:

$$(1) |x^2 - 1| < 3;$$

$$(2) |x^2 - 3x| \geq 4;$$

$$(3) |x^2 - 3x - 1| < 3.$$

5. 解下列不等式:

$$(1) \frac{x(x-3)}{(x-2)(x+1)} < 0;$$

$$(2) \frac{x^2 - 8x + 12}{x^2 - 7x + 12} < 0;$$

$$(3) (x-3)(2x+1)(x-5) > 0.$$

6. 解下列不等式: