

高等学校教材

# 阵列天线分析与综合

汪茂光 吕善伟 刘瑞祥

电子科技大学出版社

7  
8

# 阵列天线分析与综合

汪茂光 吕善伟 刘瑞祥 编著

电子科技大学出版社

• 1 9 8 9 •

## 内 容 提 要

本书阐述阵列天线分析与综合的理论和方法,主要内容有:1. 线阵的分析,包括均匀与非均匀线阵的辐射特性以及谢昆诺夫单位圆与Z变换法;2. 线阵的综合,包括内插法、伯恩斯坦多项式、哈尔定理、微扰法、泰勒和贝利斯综合法;3. 平面阵的分析与综合方法;4. 线阵与圆环阵的优化设计;5. 相控阵与多波束天线阵的基本原理和分析方法。

本书适合作“电磁场与微波技术”和“无线电通信”专业研究生与高年级本科生教材,也可供高等院校有关专业教师和工厂、研究所的工程技术人员参考。

## 阵列天线分析与综合

汪茂光 吕善伟 刘瑞祥 编著

电子科技大学出版社出版

(中国成都建设北路二段四号)

电子科技大学出版社印刷厂印刷

四川省新华书店经销

开本 787×1092 1/16 印张 14.25 字数 345千字

版次 1989年10月第一版 印次 1989年10月第一次印刷

印数 1-2000册

中国标准书号 ISBN7-81016-152-0/TN·42

(15452·75)

定价: 2.80元

## 出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作分工的规定，我部承担了全国高等学校、中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力，有关出版社的紧密配合，从1978年至1985年，已编审、出版了两轮教材，正在陆续供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要，贯彻“努力提高教材质量，逐步实现教材多样化，增加不同品种、不同层次、不同学术观点、不同风格、不同改革试验的教材”的精神，我部所属的七个高等学校教材编审委员会和两个中等专业学校教材编审委员会，在总结前两轮教材工作的基础上，结合教育形势的发展和教学改革的需要，制订了1986~1990年的“七五”（第三轮）教材编审出版规划。列入规划的教材、实验教材、教学参考书等近400种选题。这批教材的评选推荐和编写工作由各编委会直接组织进行。

这批教材的书稿，是从通过教学实践、师生反映较好的讲义中经院校推荐，由编审委员会（小组）评选择优产生出来的。广大编者、各编审委员会和有关出版社为保证教材的质量，作出了不懈的努力。

限于水平和经验，这批教材的编审、出版工作还会有缺点和不足之处，希望使用教材的单位，广大教师和同学积极提出批评建议，共同为不断提高工科电子类专业教材的质量而努力。

电子工业部教材办公室

## 前 言

本教材系由电磁场与微波技术教材编审委员会天线与电波教材编审小组评选审定，并推荐出版。

本教材由西安电子科技大学汪茂光担任主编，解放军国防科技大学张钧教授担任主审。编、审者均依据天线与电波教材编审小组审定的编写大纲进行编写和审阅。

本课程的参考教学时数为40~60学时。其主要内容为：1. 直线阵的辐射特性与分析方法；2. 直线阵的各种综合方法；3. 平面阵的辐射特性与综合方法；4. 线阵和圆环阵的优化设计以及线阵方向图的零点控制；5. 相控天线阵和多波束天线阵的基本原理和分析方法。本教材共分六章，每章均附有习题或思考题以及主要参考文献目录。

本书适合用作电磁场与微波技术专业 and 无线电通信专业的研究生或高年级本科生的教材，也可供从事天线工程的科技人员参考。

自1982年以来，西安电子科技大学汪茂光、北京航空航天大学吕善伟和北京理工大学刘瑞祥先后为研究生开设了“阵列天线分析与综合”课并分别编写了相应的教材。1987年汪茂光与吕善伟（合作）以及刘瑞祥又根据天线与电波教材编审小组审定的编写大纲分别编写了两本“阵列天线分析与综合”教材提交编审小组评审。由于两种版本教材的内容和体系都很接近，三位编者又根据教材编审小组的建议在原有两本教材的基础上合编了这本教材。

本教材由吕善伟编写第一、三章，刘瑞祥编写第二、四章，汪茂光编写第五、六章并统编全稿。参加审阅工作的还有电子科技大学谢处方教授、上海交通大学林宗琦教授和邱元亨高级工程师、桂林电子工业学院周朝栋教授以及天线与电波教材编审小组的其他成员。他们都曾提出过一些宝贵意见，在此向他们表示谢意。

由于编者水平有限，书中难免还存在一些缺点和错误，希望读者批评指出。

编 者

# 目 录

## 第一章 直线阵列的分析

§1.1 引言	( 1 )
§1.2 电流源的辐射场	( 1 )
§1.3 均匀直线阵列	( 2 )
§1.3.1 平行振子线阵	( 2 )
§1.3.2 共轴振子线阵	( 4 )
§1.3.3 均匀侧射阵	( 5 )
§1.3.4 均匀端射阵	( 8 )
§1.4 强方向性端射阵	( 9 )
§1.4.1 汉森-伍德亚德条件	( 10 )
§1.4.2 方向系数	( 11 )
§1.4.3 波瓣宽度	( 12 )
§1.5 扫描直线阵列	( 13 )
§1.6 用Z变换法分析阵列特性	( 15 )
§1.7 谢昆诺夫单位圆辅助分析阵列特性	( 19 )
§1.7.1 谢昆诺夫单位圆	( 19 )
§1.7.2 均匀侧射阵的分析	( 20 )
§1.7.3 低副瓣阵列	( 21 )
§1.8 不均匀阵列	( 22 )
§1.8.1 不等间距阵列	( 22 )
§1.8.2 不均匀相位递变阵列	( 26 )
§1.9 单脉冲阵列	( 31 )
习题	( 33 )
参考文献	( 34 )

## 第二章 离散直线阵的综合

§2.1 道尔夫-切比雪夫综合法	( 36 )
§2.2 直线阵的波瓣宽度和方向系数的一般关系式	( 39 )
§2.3 功率方向图和激励系数	( 43 )
§2.4 用y多项式综合等副瓣阵列	( 48 )
§2.5 小间距阵列的最优化	( 54 )
§2.5.1 最佳侧射阵	( 54 )
§2.5.2 最佳端射阵	( 57 )
§2.6 超方向性阵列	( 61 )
§2.7 用内插法综合阵列	( 63 )

§2.7.1 多项式内插法	( 64 )
§2.7.2 三角内插法	( 67 )
§2.7.3 用内插法综合阵列的实例	( 68 )
§2.8 伯恩斯坦多项式逼近	( 71 )
§2.9 反Z变换法	( 74 )
§2.10 哈尔(Haar)定理的应用	( 76 )
§2.11 微扰法	( 80 )
§2.11.1 间距微扰	( 81 )
§2.11.2 幅度微扰	( 83 )
§2.12 伍德沃德-劳森抽样法	( 83 )
§2.13 泰勒综合法	( 87 )
§2.13.1 线源的等副瓣理想空间因子	( 87 )
§2.13.2 泰勒方向图	( 88 )
§2.13.3 修正的泰勒方向图	( 91 )
§2.14 任意副瓣结构的和方向图	( 93 )
§2.15 连续线源分布的离散化	( 96 )
§2.16 差方向图的贝利斯综合	( 98 )
§2.17 任意副瓣结构的差方向图	( 101 )
§2.18 差方向图的离散化	( 102 )
习题	( 104 )
参考文献	( 105 )

### 第三章 平面阵列的分析与综合

§3.1 引言	( 106 )
§3.2 矩形平面阵列	( 106 )
§3.2.1 方向图函数和波束指向	( 106 )
§3.2.2 波瓣宽度和方向系数	( 108 )
§3.2.3 和方向图与差方向图	( 113 )
§3.2.4 平面阵中辐射元的排列方式和阵面形状	( 113 )
§3.2.5 矩形栅格阵设计实例	( 115 )
§3.3 切比雪夫平面阵	( 116 )
§3.4 卷积法综合面阵	( 119 )
§3.5 圆环阵列的分析	( 121 )
§3.5.1 方向图函数	( 122 )
§3.5.2 方向系数	( 124 )
§3.6 椭圆环阵列的分析	( 126 )
§3.7 同心圆环阵列的综合-方向图逼近	( 128 )
§3.8 圆口径泰勒分布	( 130 )
§3.8.1 空间因子及口径分布	( 130 )

§3.8.2 泰勒平面阵列.....	( 134 )
§3.8.3 修正的泰勒圆口径方向图.....	( 137 )
§3.9 贝利斯圆口径分布的辐射特性.....	( 138 )
§3.9.1 贝利斯方向图.....	( 138 )
§3.9.2 修正的贝利斯圆口径差方向图.....	( 140 )
§3.10 圆形口径的离散化方法.....	( 141 )
§3.10.1 和方向图的离散化方法.....	( 141 )
§3.10.2 差方向图的离散化方法.....	( 144 )
§3.11 离散阵列与连续口径天线性能比较.....	( 145 )
§3.12 椭圆阵列.....	( 148 )
习题.....	( 150 )
参考文献.....	( 151 )

#### 第四章 阵列天线的优化设计

§4.1 线阵方向系数的最优化.....	( 153 )
§4.2 差方向图的方向系数最优化.....	( 158 )
§4.3 圆环阵与椭圆阵的方向系数最优化.....	( 160 )
§4.4 有约束的阵列天线性能指标的最优化.....	( 164 )
§4.5 用相位综合法形成有指定零值的方向图.....	( 169 )
习题.....	( 173 )
参考文献.....	( 174 )

#### 第五章 相控阵天线

§5.1 概述.....	( 175 )
§5.2 相控扫描原理.....	( 176 )
§5.2.1 一维扫描阵列.....	( 176 )
§5.2.2 平面扫描阵列.....	( 177 )
§5.3 相控天线阵的辐射元和波束方向的修正.....	( 181 )
§5.4 相控阵天线的方向系数.....	( 183 )
§5.5 口径匹配与互耦.....	( 186 )
§5.5.1 互耦影响与单元方向图.....	( 186 )
§5.5.2 互耦问题的分析方法.....	( 188 )
§5.5.3 宽角匹配技术.....	( 194 )
§5.6 相控阵的馈电方式.....	( 195 )
习题.....	( 197 )
参考文献.....	( 197 )

#### 第六章 多波束天线阵

§6.1 多波束天线中的基本关系式.....	( 198 )
------------------------	---------



§6.2	降低部分方向图的副瓣电平及提高交叉电平的方法 <sup>[1,2]</sup> .....	( 200 )
§6.3	多波束天线阵的特点·正交波束系统及其特性 <sup>[3,4]</sup> .....	( 201 )
§6.4	矩阵式波束形成网络.....	( 205 )
§6.5	采用多模波导的波束形成网络 <sup>[15]</sup> .....	( 207 )
习题	.....	( 211 )
参考文献	.....	( 211 )

## 附 录

附录 I	切比雪夫多项式的推导.....	( 213 )
附录 II	$\cos^m \nu$ 的展开式.....	( 215 )
附录 III	平面阵方向系数公式(3·32)的推导.....	( 216 )
附录 IV	有约束条件下最大方向系数和波束效率的表示式.....	( 219 )

# 第一章 直线阵列的分析

## §1.1 引言

天线是一种用以发射和接收电磁能量的设备。有许多场合由单个辐射器(简称单元)构成的天线可以很好地完成发射和接收电磁能量的任务。单个辐射器的型式很多,可以是简单的偶极子或环天线,也可以是复杂的抛物反射面天线。采用何种单元取决于工作频带、环境、制造成本和许多其它因素。有些特定用途要求天线有较强的方向性和较高的增益,要求天线的方向图能够扫描或具有其它特殊的性能,这时单个辐射器往往难以胜任,解决问题的主要方法就是采用由多个辐射器按一定方式排列而组成的天线阵列。虽然组成天线阵列的各单元原则上可以是不同型式的,但在大多数实际应用的情况下天线阵列的各单元不但是型式相同,而且其取向也相同,因此在本书中将假定阵列中各单元的型式和取向都相同。直线阵列就是由多个互相分离且其中心排列在一条直线上的多个辐射元组成的天线阵,平面阵列则是由许多按一定规则排列在一个平面上的辐射元组成的天线阵。

由某种单元组成的天线阵中通常有四个参数是可变的,这四个参数是单元总数、各单元的空间分布、激励幅度函数和激励相位函数。从分析的观点来看,这四个参数应当是给定的,阵列的分析问题就是要根据这些给定的参数确定阵列的辐射特性,即确定方向图、方向系数、增益和阻抗。阵列的综合问题则是要确定这些参数,使阵列的某些辐射特性满足给定的要求,或使阵列的辐射方向图尽可能地逼近预给的方向图。在第一章中将用几种数学方法分析各种直线阵列的基本特性。直线阵列的综合问题将在第二章中介绍,平面阵列的分析与综合问题则在第三章中讨论。

## §1.2 电流源的辐射场

阵列中的电流分布是离散分布,但可把阵列中各单元的电流值视为连续电流分布的抽样值,因此有必要先介绍二维电流源的远区辐射场。

参看图1.1,假设在 $x-z$ 平面上有面电流密度  $J(r') = zJ_z(x', z')$ , 则它在观察点  $P(r, \theta, \varphi)$ 产生的矢量磁位为  $A = zA_z$ ,  $A_z$  为

$$A_z = \frac{\mu}{4\pi} \iint_C \frac{e^{-jkR}}{R} J_z(x', z') dx' dz' \quad (1.1)$$

式中  $k = 2\pi/\lambda$ 。对于远区,  $r, R \gg \lambda$ , 式(1.1)的分母中 $R$ 可直接用 $r$ 代替,即  $R \cong r$ , 而分子的指数项中 $R$ 可近似为

$$R \cong r - r' \cdot \hat{r} = r - x' \sin\theta \cos\varphi - z' \cos\theta \quad (1.2)$$

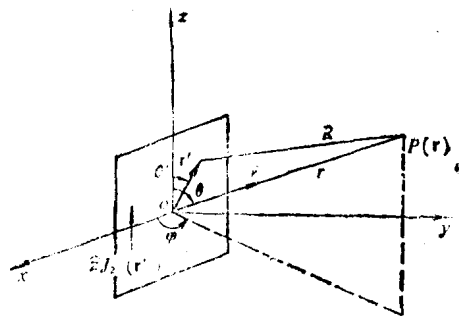


图1.1 计算电流源辐射场时的几何关系

这时式(1.1)化为

$$A_z = \frac{\mu e^{-jkr}}{4\pi r} \iint J_z(x', z') e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + z' \cos\theta)} dx' dz' \quad (1.3)$$

相应的磁场为

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \frac{1}{\mu} \nabla \times (z A_z) = \frac{1}{\mu} \nabla A_z \times z \\ &= \frac{1}{\mu} \left( \hat{r} \frac{\partial}{\partial r} + \theta \frac{\partial}{r \partial \theta} + \varphi \frac{1}{r \sin\theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right) A_z \times (\hat{r} \cos\theta - \theta \sin\theta) \end{aligned}$$

经过运算并略去随  $r^{-2}$  变化的各项, 可得只有一个  $\varphi$  分量的磁场  $\mathbf{H} = \varphi H_\varphi$ ,  $H_\varphi$  为

$$H_\varphi = \frac{jk}{4\pi r} e^{-jkr} \sin\theta \iint J_z(x', z') e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + z' \cos\theta)} dx' dz' \quad (1.4)$$

利用关系式

$$\mathbf{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} (\nabla \times \varphi H_\varphi) = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla H_\varphi \times \varphi$$

并略去随  $r^{-2}$  变化的各项, 即得只有一个  $\theta$  分量的电场  $\mathbf{E} = \theta E_\theta$ ,  $E_\theta$  为

$$E_\theta = \eta H_\varphi = j \frac{\eta e^{-jkr}}{4\pi r} F \quad (1.5)$$

$$\text{式中 } F = k \sin\theta \iint J_z(x', z') e^{jk(x' \sin\theta \cos\varphi + z' \cos\theta)} dx' dz' \quad (1.6)$$

$\eta = \sqrt{\mu/\epsilon}$  是传播媒质的波阻抗

$F$  称为天线方向图函数, 它是随  $(\theta, \varphi)$  变化的空间函数。为了方便起见, 一般只研究两个相互垂直的 E 面和 H 面的方向图。E 面是指天线辐射场的电场分量所在的平面, H 面则为磁场分量所在的平面。对于图 1.1 所示的电流源而言, 由式 (1.4) 和 (1.5) 可知, 和  $z$  轴垂直的平面为该天线的 H 面, 和  $x-y$  面垂直的平面则为 E 面。式 (1.6) 中的  $\sin\theta$  项为长度极短的电流元的方向图函数。如果电流分布为常数, 则式 (1.6) 中的积分项可看成是由电流元组成的阵列的阵因子。

对于 E 面, 即  $x=0$  的面,  $\varphi=90^\circ$ , 方向图函数为

$$F_E = F_{\varphi=90^\circ} = k \sin\theta \iint J_z(x', z') e^{jkz' \cos\theta} dx' dz' \quad (1.7)$$

对于 H 面, 即  $z=0$  的面,  $\theta=90^\circ$ , 方向图函数为

$$F_H = F_{\theta=90^\circ} = k \iint J_z(x', z') e^{jkx' \cos\varphi} dx' dz' \quad (1.8)$$

## §1.3 均匀直线阵列

### §1.3.1 平行振子线阵

为了讨论方便, 假设组成阵列的天线单元是相同的对称振子, 它们的电流幅度和相位可以相同, 如图 1.2 所示。设有  $N$  个单元沿  $x$  轴平行排列, 其电流分布为

$$I_z(x', z') = \sum_{n=0}^{N-1} I_n g(z') \delta(x' - x'_n) \quad (1.9)$$

式中  $I_n = I_0 e^{jn\alpha}$ ， $g(z')$  表示电流沿  $z$  轴变化的函数， $\delta$  为 delta 函数。

把式(1.9)代入式(1.6)，得

$$F = k \sin\theta \int \sum_{n=0}^{N-1} I_n g(z') e^{jk(x'_n \sin\theta \cos\varphi + z' \cos\theta)} dz' \quad (1.10)$$

令  $f = \sin\theta \int g(z') e^{jkz' \cos\theta} dz' \quad (1.11)$

$$S = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jkx'_n \sin\theta \cos\varphi} = \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{j(kx'_n \cos\alpha_x + n\alpha)} \quad (1.12)$$

式中  $\cos\alpha_x = \sin\theta \cos\varphi \quad (1.13)$

则式(1.10)可简写为

$$F = kfS \quad (1.14)$$

式(1.11)的  $f$  是阵列单元的方向图函数，简称单元因子；式(1.12)的  $S$  称为阵列的阵因子或空间因子，它和单元数目、间距、激励幅度和相位有关。阵因子可视为由假想的各向同性辐射元组成的阵列的方向图函数。式(1.14)表示一个重要的方向图相乘原理，即，阵列方向图等于单元方向图与阵因子之积。一般情况下单元方向图是已知的，因此研究阵因子的特点便能获得阵列的所有辐射特性。

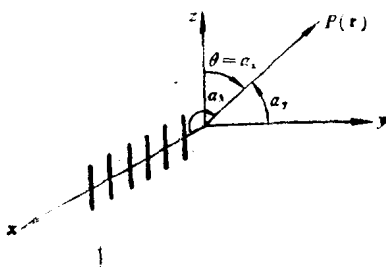


图1.2 平行振子直线阵列

如果阵列中相邻单元的间距都等于  $d$ ，激励幅度都相同，即  $|I_n| = I_0$ ，激励相位均匀递增  $\alpha$ ，则这种阵列称为均匀阵列。根据式(1.12)可以写出均匀直线阵的阵因子，

$$S = I_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(kd \cos\alpha_x + \alpha)} \quad (1.15)$$

利用级数求和关系式可把上式改写为

$$\begin{aligned} S &= I_0 \frac{1 - e^{jN(kd \cos\alpha_x + \alpha)}}{1 - e^{j(kd \cos\alpha_x + \alpha)}} \\ &= I_0 e^{j(N-1)(kd \cos\alpha_x + \alpha)/2} \frac{\sin[N(kd \cos\alpha_x + \alpha)/2]}{\sin[(kd \cos\alpha_x + \alpha)/2]} \end{aligned} \quad (1.16)$$

或  $|S| = I_0 \left| \frac{\sin[N(kd \cos\alpha_x + \alpha)/2]}{\sin[(kd \cos\alpha_x + \alpha)/2]} \right| \quad (1.17)$

为了方便引入新的变量  $u$

$$u = kd \cos\alpha_x + \alpha \quad (1.18)$$

则式(1.17)可写成

$$|S(u)| = I_0 \left| \frac{\sin(Nu/2)}{\sin(u/2)} \right| \quad (1.19)$$

$S(u)$  是  $u$  的周期函数, 周期为  $2\pi$ 。图1.3中绘出了10元均匀直线阵的阵因子。由图可见, 最大

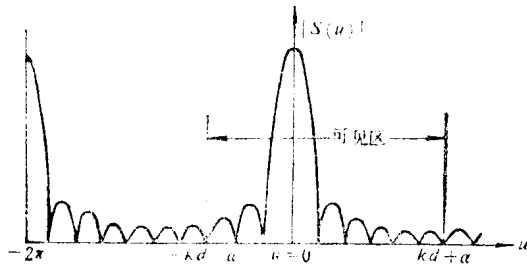


图1.3 均匀直线阵的阵因子( $N=10$ )

最大值发生在  $u=0$  和  $u=2m\pi$  时, 其中  $m$  是整数。最大值  $S_{\max} = NI_0$ , 即等于单元总数与激励幅度之积, 这对应于  $N$  个单元的辐射场同相相加。 $u$  与实际空间相对应的范围称为可见区, 因为  $0 \leq \alpha_x \leq \pi$ , 所以  $u$  的可见区是

$$-kd + \alpha \leq u \leq kd + \alpha$$

对于平行振子均匀直线阵的E面,  $\varphi = 90^\circ$ ,

由式(1.10)可求得其方向图函数

$$\begin{aligned} |F_E| &= \left| kI_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\alpha} \sin\theta \int g(z') e^{jkz' \cos\theta} dz' \right| \\ &= kI_0 \left| f \frac{\sin(N\alpha/2)}{\sin(\alpha/2)} \right| \end{aligned} \quad (1.20)$$

对于H面,  $\theta = 90^\circ$ , 方向图函数为

$$\begin{aligned} |F_H| &= \left| kI_0 \sum_{n=0}^{N-1} e^{jkn d \cos\varphi} \int g(z') dz' \right| \\ &= kI_0 \left| \frac{\sin[N(kd \cos\varphi + \alpha)/2]}{\sin[(kd \cos\varphi + \alpha)/2]} \int g(z') dz' \right| \end{aligned} \quad (1.21)$$

### §1.3.2 共轴振子线阵

参看图1.4, 有  $N$  个相同振子沿  $z$  轴顺序排列组成了共轴直线阵, 此阵列的电流密度分布为

$$\begin{aligned} J_z(x', z') &= \delta(x') [I_0 g_0(z') + I_1 g_1(z') \\ &+ \dots + I_{N-1} g_{N-1}(z')] \end{aligned} \quad (1.22)$$

各单元的电流分布可表示为

$$\begin{aligned} g_0(z') &= g(z') \\ g_1(z') &= g(z' - z'_1) \\ &\vdots \\ g_{N-1}(z') &= g(z' - z'_{N-1}) \end{aligned} \quad (1.23)$$

于是

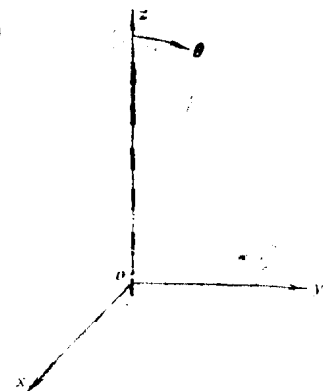


图1.4 共轴振子线阵

$$I_z(x', z') = \delta(x') \sum_{n=0}^{N-1} I_n g(z' - z_n') \quad (1.24)$$

把上式代入式(1.6), 得

$$F = k \sin \theta \int \sum_{n=0}^{N-1} I_n g(z' - z_n') e^{jkz' \cos \theta} dz' \quad (1.25)$$

若令  $z_0 = z' - z_n'$ , 则上式变为

$$F = k \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jkz_n' \cos \theta} \sin \theta \int g(z_0) e^{jkz_0 \cos \theta} dz_0 \quad (1.26)$$

由式(1.26)可以看出, 共轴振子直线阵的 H 面方向图是无方向性的, E 面方向图等于单个振子方向图与阵因子之积。对照图1.2和图1.4的坐标, 只要用  $\theta$  或  $\alpha_z$  代替  $\alpha_x$ , 就可以由式(1.16)直接写出  $N$  个共轴振子组成的均匀线阵的阵因子。

### §1.3.3 均匀侧射阵

方向图主瓣最大值指向与阵列轴线垂直的阵列称为侧射阵。一般情况下主瓣最大值方向取决于阵因子。已知半波振子的方向图函数为  $f = \cos(\pi/2 \cos \theta) / \sin \theta$ , 其最大辐射方向位于  $\theta = \pi/2$  的  $x-y$  平面上, 因此对于由半波振子沿  $x$  轴平行排列而组成的均匀侧射阵(参看图1.1), 要求其阵因子的最大值指向  $y$  轴方向; 对于由半波振子沿  $z$  轴顺序排列的共轴均匀侧射阵(参看图1.4), 则要求其阵因子的最大值指向位于  $x-y$  平面上。

由式(1.18)利(1.19)可知, 当激励相位差  $\alpha = 0$  时, 阵因子最大值发生在侧射方向  $\theta = 90^\circ$ 。这就是说, 当线阵中所有单元的激励相位相同时, 该线阵为侧射阵列。由图1.3或式(1.19)可以看出, 在  $u = 0$  两侧  $\pm 2\pi$  处会出现与主瓣同样大小的波瓣, 这种波瓣通常称为栅瓣。如果要求阵列只有一个主波瓣, 就应当避免出现栅瓣。只要选取单元间距  $d < \lambda$ , 使  $u$  的可见区限于  $-2\pi < u < 2\pi$  范围内, 便可在可见空间消除栅瓣。下面讨论侧射阵阵因子的辐射特性。

#### 1. 零点位置

为了具有通用性, 引用一个新的角变量  $\beta$ 。对于沿  $x$  轴排列的线阵,  $\beta = \alpha_x$ ; 对于沿  $y$  轴排列的线阵,  $\beta = \alpha_y$ ; 对于沿  $z$  轴排列的线阵,  $\beta = \alpha_z = \theta$ 。于是, 对于侧射阵有  $u = kd \cos \beta$ , 故方向图的零点位置为

$$u = kd \cos \beta = \pm \frac{2m\pi}{N} \quad (1.27)$$

$$\beta = \cos^{-1} \left( \pm \frac{m\lambda}{Nd} \right), \quad m = 1, 2, \dots, (N-1) \quad (1.27a)$$

其中  $m = 1$  为主瓣两侧第一个零点。在两个相邻主瓣之间有  $N-1$  个零点。在可见区内, 零点数目与单元间距和方向图最大值的指向有关。例如  $d = \lambda/2$  的侧射阵, 单元总数为偶数时有  $N$  个零点,  $N$  为奇数时有  $N-1$  个零点。

#### 2. 波瓣宽度

波瓣宽度有两种, 一种是零功率波瓣宽度, 这是指主瓣两侧两个第一零点间的波瓣宽度。设两个第一零点对主瓣最大值方向是对称的, 它们与最大值方向  $\beta = \pi/2$  的夹角均为  $\Delta\beta$ , 则

$$\cos\beta_1 = \cos\left(\frac{\pi}{2} \pm \Delta\beta\right) \pm \sin\Delta\beta = \pm \frac{\lambda}{Nd}$$

于是零功率波瓣宽度 $(BW)_{00}$ 为

$$(BW)_{00} = 2\Delta\beta = 2\sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{Nd}\right) \quad (1.28)$$

当 $Nd \gg \lambda$ 时

$$(BW)_{00} \cong \frac{2\lambda}{Nd} \quad (1.28a)$$

工程上常以半功率波瓣宽度为天线指标。所谓半功率波瓣宽度是指主瓣两侧当辐射功率下降到最大辐射功率的一半的两个方向间的宽度，或辐射场强下降到最大辐射方向上场强的 $1/\sqrt{2}$ 时两个方向间的宽度。设 $u$ 和 $\beta$ 的半功率点分别为 $u_h$ 和 $\beta_h$ ，则有

$$I_0 \left| \frac{\sin(Nu_h/2)}{\sin(u_h/2)} \right| = \frac{NI_0}{\sqrt{2}}$$

由此得

$$u_h = kd\cos\beta_h = \frac{2.784}{N} \quad (1.29)$$

仍令 $\beta_h = \frac{\pi}{2} \pm \Delta\beta_h$ ，则得半功率波瓣宽度为

$$(BW)_{0.5} = 2\Delta\beta_h = 2\sin^{-1}\left(\frac{2.784\lambda}{2Nd}\right) = 2\sin^{-1}\left(\frac{0.886\lambda}{Nd}\right) \text{ (rad)} \quad (1.30)$$

当 $Nd \gg \lambda$ 时

$$(BW)_{0.5} \cong \frac{0.886\lambda}{Nd} \text{ (rad)} = 50.77 \frac{\lambda}{Nd} \text{ (}^\circ\text{)} \quad (1.30a)$$

因为线阵长度 $L = (N-1)d \cong Nd$ ，所以侧射阵的波瓣宽度和阵列长度 $L$ 成反比。

### 3. 副瓣

对式(1.19)微分并令它等于零，即得

$$N \tan(u/2) = \tan(Nu/2)$$

求解上式便可确定所有副瓣位置。当 $N$ 较大时，可将相邻两个零点之间的中心位置作为副瓣最大值位置。由式(1.27)可得

$$u_l = \pm(2l+1)\pi/N, \quad l=1, 2, 3, \dots \quad (1.31)$$

第一副瓣电平为

$$\begin{aligned} \left| \frac{S(u_l)}{S_{\max}} \right| &= \frac{1}{N |\sin(3\pi/2N)|} \cong \frac{2}{3\pi} \\ &= 0.212 \\ &= -13.5 \text{ (dB)} \end{aligned} \quad (1.32)$$

在两个相邻主瓣之间有 $N-2$ 个副瓣，它们的电平是依次递减的。其中第一副瓣是最大的副瓣。图1.5绘出了5单元均匀侧射阵阵因子随变量 $u$ 变化的示意图。

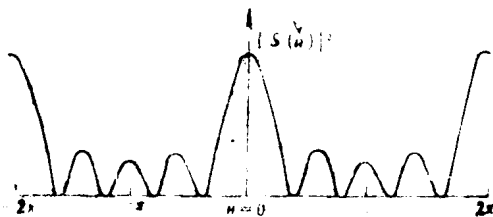


图1.5 均匀侧射阵( $N=5$ )的阵因子

#### 4. 方向系数

方向系数是表征天线辐射功率集中程度的参数，它的定义是：在总辐射功率相等的条件下，主瓣最大方向上功率密度与全空间的平均功率密度之比，即

$$D = \frac{4\pi |F_{\max}|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |F(\theta, \varphi)|^2 \sin\theta d\theta d\varphi} = \frac{4\pi}{\Omega_A} \quad (1.33)$$

式中 $\Omega_A$ 是波束立体角，其定义为

$$\Omega_A = \frac{1}{|F_{\max}|^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |F(\theta, \varphi)|^2 \sin\theta d\theta d\varphi \quad (1.34)$$

还可利用两个相互垂直的平面上半功率波瓣宽度之积来近似，即

$$\Omega_A \cong (BW)_{h1} (BW)_{h2} \quad (\text{rad})^2 \quad (1.34a)$$

如果阵列的单元是无方向性的，则

$$D = \frac{4\pi |S_{\max}|^2}{2\pi \int_0^{2\pi} |S(\beta)|^2 \sin\beta d\beta} \quad (1.35)$$

由无方向性单元组成的相位均匀递变的不等幅等间距线阵的方向图函数为

$$F = kS = k \sum_{n=0}^{N-1} I_n e^{jn(kdc \cos\beta + \alpha)} \quad (1.36)$$

$$F_{\max} = kS_{\max} = k \sum_{n=0}^{N-1} I_n \quad (1.37)$$

把式(1.36)和(1.37)代入式(1.33)或(1.35)，得

$$\begin{aligned} D &= \frac{2 \left| \sum_{n=0}^{N-1} I_n \right|^2 kd}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m \int_{\alpha-kd}^{\alpha+kd} e^{j(n-m)u} du} \\ &= \frac{kd \left| \sum_{n=0}^{N-1} I_n \right|^2}{\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} I_n I_m e^{j(n-m)\alpha} [\sin(n-m)kd]/(n-m)} \end{aligned} \quad (1.38)$$

对于 $I_n = I_0$ 的等幅均匀线阵，式(1.38)还可以进一步化简。引入新的序号 $l = n - m > 0$ ，式(1.38)变为

$$D = \frac{Nkd}{kd + 2 \sum_{l=1}^{N-1} [(N-l)/Nl] \cos l\alpha \sin lkd} \quad (1.39)$$

当 $kd = p\pi$  或  $d = p\lambda/2$ ， $p = 1, 2, \dots$  时，不论 $\alpha$ 为何值，式(1.39)分母中第二项为零，这时



$D = N$ 。当  $\alpha = 0$  即侧射时，式(1.39)简化为

$$D_s = \frac{Nkd}{kd + 2 \sum_{l=1}^{N-1} [(N-l)/Nl] \sin lkd} \quad (1.40)$$

### §1.3.4 均匀端射阵

主瓣最大值指向与阵列轴线一致的阵列称为端射阵，等幅激励的端射阵就是均匀端射阵。如果使均匀阵列的激励相差沿  $\beta = 0$  轴向均匀递减  $k d$ ，即令  $\alpha = -k d$ ，则此时主瓣最大值指向  $\beta = 0$  方向，即成为均匀端射阵。根据式(1.19)可以写出均匀端射阵阵因子表达式

$$|S_e| = I_0 \left| \frac{\sin[Nkd(\cos\beta - 1)/2]}{\sin[kd(\cos\beta - 1)/2]} \right| \quad (1.41)$$

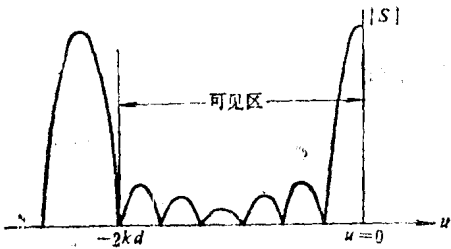


图1.6 均匀端射阵的阵因子( $N=7$ )

端射阵的零点发生在

$$u = kd(\cos\beta - 1) = \pm \frac{m\lambda}{Nd}$$

即  $\cos\beta = \pm \frac{m\lambda}{d} + 1 \quad (1.42)$

第一零点  $\beta_1$  为

$$\beta_1 = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{\lambda}{nd} \right) \quad (1.43)$$

故得端射阵的零功率波瓣宽度

$$(BW)_{e0} = 2\beta_1 = 2\cos^{-1} \left( 1 - \frac{\lambda}{nd} \right) \quad (\text{rad}) \quad (1.44)$$

当  $Nd \gg \lambda$  时， $\beta_1$  很小， $\cos\beta_1 \approx 1 - \beta_1^2/2$ ，则得

$$(BW)_{e0} = 2\beta_1 = 2 \sqrt{\frac{2\lambda}{Nd}} \quad (1.45)$$

可见端射阵的波瓣宽度与阵列长度  $L \approx Nd$  的平方根成反比。和式(1.28a)对比可知，对于同样长度的线阵，侧射阵的波瓣宽度比端射阵的窄。但是，如果从立体方向图看，则侧射阵的主瓣是中心凹陷的圆盘形而端射阵的主瓣是纺锤形。

由式(1.41)可以求出端射阵的半功率波瓣宽度  $2\beta_{1/2}$ 。令