

Engineering Industry and Technics

齿轮的误差与强度

l'Industrie Mécanique et Technipue

〔日〕仙波正基 著

きかいこうぎょうぎじゅつとじよ

schinenbauindustrie und Technologie

Промышленности и Технике

52.41

机械工业出版社

本书引用了各国发表的大量研究成果,论述了齿轮的各项误差和光洁度对齿面强度、齿根强度、动载荷、噪声的影响,具体分析了点蚀、胶合以及光洁度造成的摩擦损失和温度上升,并对强度计算公式中动载荷、一端接触、光洁度等问题都作了说明。

本书可供从事齿轮设计和制造的技术人员参考。

歯車の誤差と強さ

仙波正荘 著

日刊工業新聞社

1974

* * *

齿轮的误差与强度

〔日〕仙波正荘 著

张范孚 译

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南街一号)

(北京市书刊出版业营业登记证出字第117号)

北京市顺义县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 $850 \times 1168^{1/32}$ · 印张 $8^{1/4}$ · 字数 216 千字

1982年1月北京第一版·1982年1月北京第一次印刷

印数 00,001—10,000 · 定价 1.05 元

*

统一书号: 15033·4933

序

本书论述了齿轮误差对噪声和轮齿强度的影响。

不用说，齿轮误差对噪声和轮齿强度有很大的影响。由于齿轮及齿轮装置的误差种类很多，且它们综合表现为对噪声和强度的影响，所以目前还没有对这些误差的影响作过明确的说明。按理说，齿轮精度标准应该按各个误差对噪声和强度的影响程度来制定，但现行各国标准却是以种种方法加工后的各个误差的大小为依据而制定的，故精度等级与噪声和强度之间并没有直接关系。而以往各国所发表的强度计算式都没有充分估价误差的影响。因此，尽管在上一世纪就已经发表了齿轮强度计算式，而且此后就强度问题进行了大量研究，仍然无法精确地计算齿轮强度。从而，可以认为，如果不能正确地考虑误差的影响，即便详细计算强度计算式中影响不大的系数，也没有多大意义。

本书就作者阅读范围所及，对迄今为止所发表的有关误差影响的报告，介绍了其要点，本想进一步明确该问题迄今为止能解释清楚到何种程度，但由于作者学力不足，加上篇幅有限，不可能进行充分说明。如果对大家稍有助益，本人将是很荣幸的。

本书的出版，多承森长英三郎先生和服部信夫先生关照，在执笔之际，国会图书馆、日本科学技术情报中心、日本机械学会、日本标准协会等单位图书室在资料使用方面给了很大方便，在此一一深表感谢。

仙波正莊

1973年12月

符 号

a ——中心距	f_u ——相邻周节误差
b ——齿宽	f_v ——顶点的位置误差
b_x ——接触长度	f_x ——轴交角误差
b'_x ——1对齿啮合区的接触长度	i ——齿数比
b''_x ——2对齿啮合区的接触长度	M_d ——回转力矩
d_0 ——节圆直径	m ——模数
E ——纵弹性模量	m_n ——法向模数
f_a ——中心距误差	P_d ——动载荷
f_A ——轴交点误差	P_u ——圆周力
f_e ——基节误差	P_n ——法向力
f_{ew} ——有效基节误差	P_s ——静载荷
f_f ——齿形误差	p ——误差频率(参照 16 页)
F_g ——基圆误差	p_n ——单位齿宽接触的法向力
f'_i ——单面单齿(一个周节)啮合误差	p_u ——单位齿宽接触的圆周力
f''_i ——双面单齿(一个周节)啮合误差	r_0 ——节圆半径
F'_i ——单面全啮合误差	r_g ——基圆半径
F''_i ——双面全啮合误差	t_0 ——圆的周节
f_p ——齿形误差〔参阅图 1.1 (b)〕	t_e ——基节
f'_p ——平行误差	x ——变位系数
f''_p ——交错误差	U ——间隙
f_r ——齿槽的径向跳动	z ——齿数
f_t ——单一周节误差	α_0 ——分度圆压力角
	α_n ——法向分度圆压力角
	α_s ——端面分度圆压力角
	β_0 ——分度圆螺旋角
	β_g ——基圆螺旋角

目 次

1 圆柱齿轮	1
1.1 误差	1
1.1.1 误差的分类	1
1.1.2 误差的定义	2
1.2 单项误差对啮合误差的影响	5
1.2.1 关于单项误差影响的研究	5
1.2.2 霍彭的研究	7
1.2.3 尼曼、贝特格两人的研究	19
1.3 误差对噪声的影响	20
1.3.1 有关误差影响的研究	20
1.3.2 托佩的研究	23
1.3.3 奥匹兹的研究	28
1.3.4 尼曼、贝特格两人的研究	37
1.3.5 尼曼、赫泽尔两人的研究	39
1.3.6 蒂默尔斯的研究	43
1.3.7 温特尔等人的研究	49
1.4 误差对动载荷的影响	56
1.4.1 关于误差影响的研究	56
1.4.2 博施的研究	58
1.4.3 豪泽、塞莱格两人的研究	70
1.4.4 在强度计算式中动载荷的考虑	73
1.5 一端接触	76
1.5.1 间隙的计算公式	76
1.5.2 平行度误差的原因	78
1.5.3 轮齿接触的长度	85
1.5.4 一端接触的载荷分布与齿根应力分布	95
1.5.5 在强度计算公式中一端接触的考虑	104
1.6 误差和光洁度对齿根强度的影响	108
1.6.1 误差的影响	108

1.6.2	过渡曲线部分光洁度的影响	116
1.7	误差对齿面强度的影响	117
1.7.1	周节误差的影响	117
1.7.2	齿形误差的影响	134
1.7.3	齿向误差的影响	155
1.8	光洁度对摩擦损失和温度上升的影响	165
1.9	光洁度对齿面强度的影响	176
1.9.1	关于光洁度影响的研究	176
1.9.2	在强度计算公式中光洁度的考虑	196
1.10	误差和光洁度对胶合的影响	197
1.10.1	单项误差的影响	197
1.10.2	光洁度的影响	198
2	锥齿轮	207
2.1	误差	207
2.1.1	误差的定义	207
2.1.2	误差的关系	207
2.2	误差对啮合误差的影响	211
2.3	误差对噪声的影响	216
2.4	误差对强度的影响	223
2.4.1	关于误差影响的研究	223
2.4.2	在强度计算公式中误差的考虑	224
3	蜗轮副	226
3.1	误差	226
3.2	误差的影响	227
3.2.1	装配误差对啮合误差的影响	227
3.2.2	在强度计算公式中误差的考虑	234
文献		234

1 圆柱齿轮

1.1 误差

1.1.1 误差的分类[⊙]

因为齿轮形态复杂，故误差种类也各式各样，根据德国 DIN [170] 标准把齿轮分为单个齿轮误差和两个齿轮装配时出现的误差两大类。单个齿轮误差进一步又分为单项误差(Einzelfehler)与综合误差(Sammelfehler)。所谓单项误差，举例来说，有齿形误差、基圆误差、压力角误差、单一周节误差、相邻周节误差、周节累积误差、基节误差、齿槽的径向跳动、齿向误差等等；综合误差定义为“齿面位置误差与形状误差的几个单项误差的综合，它在局部范围内同时起作用，是按照与标准齿轮的啮合情况求出来的”。而齿轮装配时产生的误差，其中有轴的平行误差与交错过差、侧隙误差和齿轮副的综合误差(单面和双面的啮合误差)。

对此，胡尔奇(Hultsch)[259]的叙述如下：

齿槽的径向跳动，是由齿槽宽度变化引起的，从而影响齿厚的大小(这些因素还影响单一周节误差、相邻周节误差)，也影响轮齿对回转轴线的偏心及倾斜偏心误差，于是也影响轴线与轮齿中心线间的夹角等等。过去认为齿槽径向跳动不是综合误差而是单项误差，这是不正确的。

这种部分性的(仅包含两三个单项误差)综合误差，即在二次综合误差中，除了齿槽径向跳动之外，尚有基节误差、基圆螺旋角误差等等。

针对这种二次综合误差，胡尔奇把单面和双面啮合误差称为

⊙ 据赫特尔(Hertel)[257]所述：一般所说的误差是极限尺寸与公称尺寸之差，这应该称为偏差(Abweichung)。所谓误差(Fehler)是测量技术上的概念，是测量仪器的实际读数与理论读数之差。对此，邦迪(Bondy)[258]也有论述。

一次综合误差。

一般认为，基节误差与齿形误差对齿轮的动载荷、噪声、强度等影响较大^①，一有齿形误差，一般就会以基节误差的形式表现出来，与此相反，纯粹的基节误差却不会表现为齿形误差。纯粹的单一周节误差与基节误差之间有简单的关系；但即使存在单一周节误差，有时也不表现为基节误差^②。而对于齿形误差来说，有不表现为单一周节误差的^③，有表现为单一周节误差的^④。这样，在这些单项误差之间以及与该齿轮的工作方法之间，存在着复杂的连带关系。因此，在探讨误差对齿轮的强度及其他有关方面的影响时，问题就变得复杂了。

1.1.2 误差的定义

在 JIS 齿轮精度标准〔248〕〔249〕中，叙述了单一周节误差、相邻周节误差，周节累积误差、基节误差、齿形误差、齿槽径向跳动以及齿向误差的意义，规定了这些误差的允许值。还有，在日本的剃齿刀标准〔250〕和苏联的圆柱齿轮精度标准〔73〕〔323〕〔255〕^⑤中，对于周节的相互差，规定了允许值，此即所谓周节的最大值与最小值之差。

对于 JIS〔248〕〔249〕来说，单一、相邻和周节累积误差及周节的相互差是在节圆上测量的。但是，这究竟是基准节圆（分度圆），还是啮合节圆，并不明确。在苏联标准中，规定在过齿高中部的圆上测量，也就是在半径值等于齿顶圆半径减去 1/2 齿高的圆上测量；在英国标准〔260〕〔261〕中，是在平均有效齿高的圆上测量，亦即在半径值等于齿顶圆半径减去 1/2 有效齿高的圆上测量。魏因霍尔德（Weinhold）〔262〕推荐在 V 圆上测量，即在半径

① 作者认为：在影响动载荷的诸因素中，基节误差极为重要。参照第 3 卷〔8〕710 页。

② 例如用分度蜗杆每一回转都有循环误差的滚齿机切齿的情况。

③ 用偏心滚刀切齿的情况。

④ 关于用分度蜗杆每一回转都有循环误差的滚齿机切齿时的周节误差，参阅第 6 卷〔6〕2095 页。

⑤ 参阅《小模数齿轮》〔11〕442 页。

值等于分度圆半径加上变位距的圆上测量。与 JIS 在不明确的节圆上测量相比，可能在 V 圆上测量的方法更好一些[⊖]。

在 JIS〔248〕中，齿形误差的定义如下：

以过实际齿形与节圆交点的正确渐开线为基准，在其垂直方向上所测得的齿形检查范围内的正(+)侧误差与负(-)侧误差之和称为齿形误差。但这里所说的是端面齿形。

对于以上定义，要想不涉及节圆而仅就齿形误差下定义，则可定义为：在齿形检查范围内，切于实际齿形外侧和内侧的两个正确渐开线之间的距离。苏联标准〔73〕〔323〕〔255〕和 ISO〔263〕标准都是这样定义的。相反，在有正侧误差和负侧误差的情况下，若以不同的节圆为基准其正侧误差和负侧误差的大小就不一样。这只要考察一下有压力角误差的齿轮的齿形误差就会一目了然[⊖]，从这一点来说，还是以 V 圆为基准可能更为理想。另外，在英国标准〔260〕〔261〕中，求正侧误差与负侧误差时，用平均有效齿高圆来代替这个节圆，从此圆到 $1/6$ 齿高的范围内和这个范围外，正侧误差的允许值是不一样的。

在 1957 年版的 DIN〔169〕标准中，齿形误差定义如下：齿形误差 f_f 在考虑了与理论齿形有人为偏差的基础上（例如齿形修正），实际齿形相对于实际基圆渐开线的偏移量。……要测量齿形误差，可用按圆的渐开线范成法则运动的测量仪。在该测量仪记录的齿形误差曲线中（参阅图 1.1），测量值是在笔尖的运动方向，即在与表示正确渐开线的直线 AA 相垂直的方向上读取。通过所记录的齿形误差曲线，引一条平均直线 BB，使其相当于该齿形曲线对实际基圆所产生的渐开线的齿形误差（该实际基圆有时大于理论基圆，有时小于或等于理论基圆。必要时，须用最小平方法来决定平均直线 BB）。所谓齿形误差 f_f ，是在齿形检查范围内，过齿形误差曲线最外侧点和最内侧点所引的平行于直线 BB 的两平行线间的宽度。

⊖ 参阅《齿轮的变位》〔12〕215页。

⊖ 参阅《齿轮的变位》〔12〕214页。

这里要说明一点：按以上西德标准的定义，误差 f_f 为直线 BB 方向的两平行线间的宽度，在图 1.1 a) 中，从理论上，精确地说， f_f 必须在与直线 BB 垂直的方向上测量，但在实际中，如图所示，在与 AA 垂直的方向测量就完全足够了。

后来，该标准于 1960 年进行了修订〔170〕，如 JIS〔248〕那样，把包含压力角误差影响的 f_p 称为齿形误差，如图 1.1 b) 所示。但齿形误差的允许值并未修订，仍采用以前规定的 f_f 的允许值。

维佩尔 (Würpel)〔256〕对上述误差 f_f 与 F_g 的定义进行了探讨，明确指出：因为在与直线 BB 垂直的方向上测量的齿形误差，

按所记录的齿形误差曲线的纵横放大率而发生着变化，所以必须在与 AA 垂直的方向上测量。另外，对齿形误差曲线引平均直线时，不仅计算麻烦，而且有产生很大误差的可能，考虑到这些情况，对齿形误差 f_f 与基圆误差 F_g 的定义提出了新方案。

在上面的 JIS 定义中，基准齿形为渐开线，还有齿形检查范围以外部分，例如在齿顶附近的齿形修整部分，齿形究竟如何是不管的。与此相反，在 ISO〔263〕标准和南斯拉夫标准中，把理论齿形，即想要得到的齿形（图 1.2 的 a、b 是实际齿形）作为基准，据此来求包含了齿形修整部分的齿形误差 f_p 。这个定义适用于渐开线以外的任意齿形，是更一般的定义。对于 ISO 标准来说，进行了鼓形修整的齿轮齿向误差，也用图 1.2 那样的方法来确定，与 JIS 的方法不同，它的考虑方式可以贯穿始终。

另外，测量齿形误差时，用不同形状的测头[⊖]求得的数值包

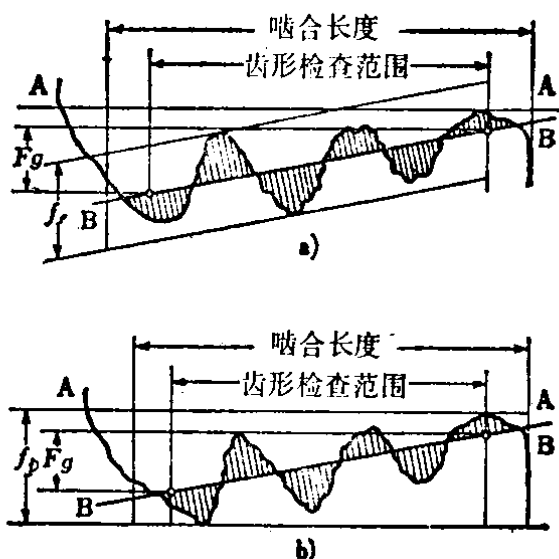


图1.1 齿形误差 f_f 与基圆误差 F_g 〔169〕

⊖ 对适用于齿形测量的测头形状及其圆角尺寸，赫特尔、维佩尔两人进行了实验性考察。

含了齿面的光洁度，所以，从齿形误差中除去何种程度的光洁度尚是一个问题，在各国标准中并没有明确这一点。针对这种情况，霍尔策(Holze)[265]把齿面形状的误差作了更详细的分类，并列入了DIN4760[413]。

下面将要说明，关于误差影响的西德文献中经常出现的齿形误差 f_f ，如图1.1所述，往往排除了压力角误差的影响。

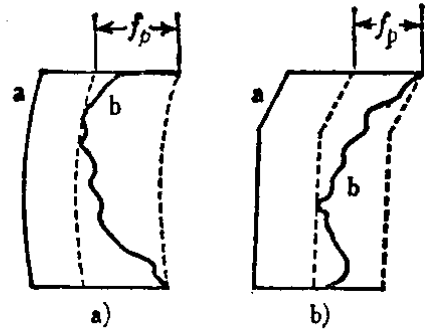


图1.2 ISO标准的误差定义

a) 齿形曲线有鼓形量的情况 b) 齿顶附近有齿形修整的情况

1.2 单项误差对啮合误差的影响

1.2.1 关于单项误差影响的研究

被动齿轮相对于主动齿轮的回转误差，即单面啮合误差，不仅是对角度传递用齿轮的问题，而且也是产生振动和噪声的原因，并因此而产生动载荷，使齿轮的许用载荷降低。

关于各种单项误差对啮合误差的影响，齐赫(Zieher)的重要研究已经作过介绍[⊖]。其后，富井[283]发表了关于周节累积误差影响的研究结果，霍彭(Hoppen)[127]发表了关于齿形误差、基节误差、偏心等影响的研究结果。叶菲莫夫(Ефимов)[44]按苏联标准[82]确定的在有齿形修整的情况下，以及在无齿形修整的情况下，考察了由基节误差引起的啮合误差，并对齿数的影响作了说明；关于把有基节误差的齿轮进行了齿形修正时的啮合误差，托佩(Tорре)[422]也提出了报告；马日科夫(Марков)[72]也报告了有基节误差时的啮合误差。另外，在原始齿形修整曲线是直线和曲线的情况下，当齿轮有基节误差、且载荷使轮齿产生变形时，拉菲科夫(Рафиков)[435]研究了其啮合误差，发表了修整量推荐值，弗罗纽斯(Fronius)[441]等说明了修整高度对啮合误差的影响。关于综合了由载荷引起的变形与齿轮本身误差而

⊖ 参阅第2卷^[2]446页。

出现的啮合误差, 尼曼(Niemann)[159]等也发表了理论研究和实验结果。其次, 关于偏心的影响, 有柯考洛夫(Козлов)[242]、李特文(Литвин)[20]、阿勃拉莫夫(Абрамов)[39]、马列夫斯基—马列维奇(Малевский-Малевиц)[40]、米勒(Müller)[116]、福尔沃斯策(Folwarszny)[118]及石田、三留两人等的研究[⊖]; 关于综合了各种误差而产生的啮合误差, 格里科夫(Голиков)[87]和米哈利克[194][195][213]作了研究; 关于各部误差综合产生的千分表的测量误差[⊖]及滚齿机范成运动误差, 慕拉绍夫(Мурашов)[32]作了说明。

对于没有误差的渐开线齿轮来说, 即使有中心距误差, 只要侧隙为0、重合系数不小于1[⊖], 从理论上讲不会出现啮合误差; 但对其他齿形的齿轮, 一般都会出现由中心距误差引起的啮合误差, 诺维柯夫齿轮也是其中之一[⊗]。甚至摆线齿轮也会出现由中心距误差引起的啮合误差[⊕], 在钟表齿轮齿形中就存在着原来的啮合误差, 关于在这种齿轮上有周节误差时的啮合误差及在渐开线齿轮上有周节误差时的啮合误差, 有齐申科(Тищенко)[33]的详细研究[⊕]。而金崎、伊藤、奈良[282]发表了关于鼓形量与轴向重合系数对斜齿轮啮合误差的影响的研究。

最后, 奥匹兹(Opitz)、福尔斯蒂希(Faulstich)[166]两人关于单项误差对啮合误差与轮齿接触的影响发表了详细地研究结

⊖ 关于由偏心产生的侧隙, 有鲍威尔(Powell)[187]的研究; 关于综合各种误差而产生的侧隙及综合各齿轮的误差而产生的齿轮系的摇动运动, 有米哈利克(Michalec)[193][213]等的研究。

⊖ 关于这个问题, 参阅《小模数齿轮》[11]325页。

⊖ 关于中心距误差、齿顶圆直径误差等对重合系数的影响, 有钦特列日(Тентлер)[21]、戈罗芒(Громан)[46]等的研究, 迪恩(Dean)[186]对各种原因引起的中心距误差作了说明。

⊗ 关于诺维柯夫齿轮中心距误差的影响也有几个研究[36][69][63], 在切削 $m_n = 4$ 、 $a \approx 130 \sim 150 \text{mm}$ 的诺维柯夫齿轮时, 阿列费耶夫(Арефьев)[69]把滚刀与齿轮毛坯的中心距允许误差取为 $\pm 0.03 \text{mm}$ 。

⊕ 参阅《小模数齿轮》[11]第10页。

⊕ 参阅《小模数齿轮》43页和125页。

果。关于正齿轮，对于齿形误差（由压力角误差或基圆误差、滚齿机循环误差等引起的周期性齿形误差、齿形的鼓形修整与齿顶齿形修整）、周节误差、齿向误差等单独存在时的啮合误差，以及有齿向误差与齿形误差或周节误差、压力角误差与齿形鼓凸时的啮合误差，进行了理论探讨和实验研究；关于斜齿轮，对于齿形误差、周节误差、螺旋角误差等单独存在时的啮合误差，以及同时存在螺旋角误差与压力角误差或周期性齿形误差或周节误差时的啮合误差，进行了理论探讨与实验研究。而据奥匹兹〔437〕报告，用切削刃槽数为 g 的滚刀切制齿数为 z 的齿轮时，如果给工作台每转以 p （整数）次的超前滞后量，从啮合误差频率的分析结果可以看到，峰值在频率为 $p_1 = |p - zg|$ 和 $p_2 = p - p_1$ 的点处。

下面介绍一下上面提到的霍彭以及尼曼的研究结果。

1.2.2 霍彭的研究

首先，霍彭〔127〕对倾斜偏心误差的影响，作了如下说明。

当齿轮围绕与其轴心线相交的轴线回转时，就进行倾斜偏心运动。这时，在啮合区内距回转轴线最远的齿面部分或距相配齿轮中心线最近的齿面部分传递回转运动，因而，必须探讨与回转轴线垂直的两个截面上的啮合状态。这两个截面就是分别通过图 1.3 中的点 ED 和 FG 的平面 1 与 2。假定倾角 γ 很小，垂直于中心线与回转轴线的两个平面上的尺寸差可以忽略不计。这时，平面 1 与 2 上的齿形移动了 180° 相位，因此，在上半转内，上部平面上的齿面，以及在下半转内，下部平面上的齿面与运动传递有关，在这种情况下，左右两齿面的单面啮合误差，只移动了 $2\alpha_0$ 相位[⊖]。根据回转轴线与齿轮中心线的交点 S 与齿轮中心点 M 的

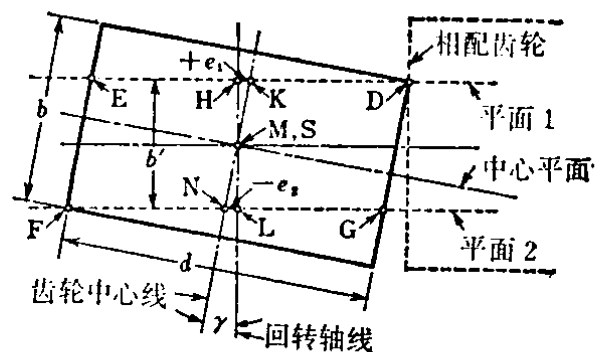


图 1.3 有倾斜偏心误差的齿轮
 $HK = e_1$, $NL = e_2$, b 是齿宽,
 d 是节圆直径〔127〕

⊖ 参阅第 2 卷〔2〕378 页。

相对位置，即使角 γ 相同，在 1 与 2 两平面上的偏心 e_1 与 e_2 的大小及符号也不一样。

图 1.4 表示 $SM = x$ 为各种值时的啮合误差。首先，在 $x = 0$ 、 $e_1 = e_2$ 的情况下，两个平面的齿形相差 180° 相位，有效齿槽的径向跳动是 $f_{1,2} = e_{1,2} |\cos\varphi|$ 。从而，

由此引起的啮合误差曲线 $f(F'_{i,R,L})$ 与全啮合误差 $F'_{i,R,L}$ (R 与 L 表示右、左齿面) 为：

$$f(F'_{i,R,L}) = e_{1,2} |\sin(\varphi \pm \alpha_0)| / \cos\alpha_0;$$

$$F'_{i,R,L} = e_{1,2} / \cos\alpha_0$$

这个结果表示在图 a) 上。在此图中，除了能看到齿槽径向跳动与啮合误差之间的相位差以及两齿面啮合误差之间的相位差之外，也能看到齿轮每一回转中啮合误差 2 次重复的点。因为平面 1 和 2 上的两个齿形在每半转内交互传递运动，所以接触位置在交界点急剧地移向整个齿宽，这种情况出现在啮合误差曲线的尖点上。

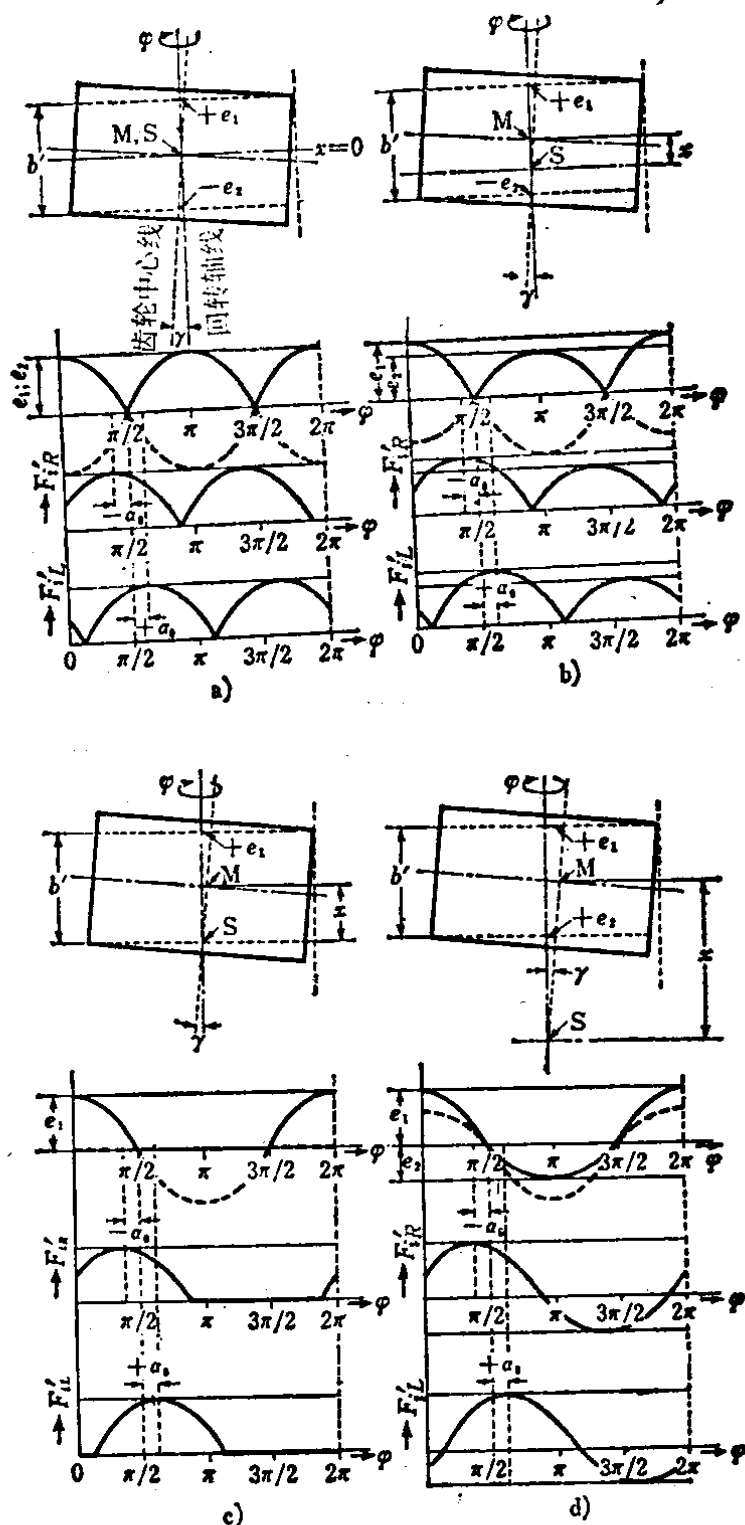


图 1.4 倾斜偏心误差对啮合误差的影响 [127]

图 b) ⊖ 是 S 点在 M 点之下, $x < b'/2$ 的情况, 与图 a) 的状态非常类似。但因为 $e_2 < e_1$, 故啮合误差曲线由振幅不同的正弦半波组成。图 c) 是 $x = b'/2$ 、 $e_2 = 0$ 的情况, 当角 γ 相同时, 齿槽的径向跳动 e_1 、以及啮合误差的振幅为图 a) 时的 2 倍。可以看到下半部分在传递运动的半转中没有出现误差。最后, 当 $x > b'/2$ 时, 平面 1 与 2 上的齿形具有相同相位, 但大小不同, 这时, 将出现如图 d) 那样的齿槽径向跳动和啮合误差。当 S 移向无限远处时, 则 $e_1 = e_2$, 这就是纯偏心的情况。

从以上结果得出结论: 只要测出平面 1 与 2 上的齿槽径向跳动, 就能够预知该齿轮的啮合误差, 如果两平面上齿槽径向跳动的最大值相差 180° 相位, 就会出现与大偏心一方相当的啮合误差; 与此相反, 如果在同一相位上, 则出现相当于两个偏心之和的误差 ⊖。

其次, 霍彭^[127]关于周节累积误差与偏心的综合影响, 作了如下说明。

当一个齿轮上同时存在周节累积误差与偏心时, 由此所产生的单面啮合误差 F'_i 按照两个误差的相位而有所不同。如图 1.5 所示, 假定由周节累积误差 F_i 产生的 F'_i 为正弦曲线, 其振幅等于由偏心产生的正弦曲线的振幅, [$F'_{iR,L}(F_i) = F'_{iR,L}(f_r)$]。设 $F'_{iR,L}(F_i)$ 与 $F'_{iR}(f_r)$ (图中的 a 与 b) 之间的相位差为 ψ 、 $F'_{iR}(f_r)$ 与 $F'_{iL}(f_r)$ (图中的 b 与 c) 之间的相位差为 $2\alpha_0$, 则从周期与振幅相等的正弦曲线之和, 便可得出左右两齿面啮合误差振幅的最大值 ⊕:

$$\frac{F'_{iR\max}}{F'_i(F_i)} = 2 \left| \cos \frac{\psi}{2} \right|$$

⊖ 关于这种情况, 还发表了奥匹兹^[166]的研究。

⊕ 给 $m = 5$, $z = 25$ 与 25 , $b = 20\text{mm}$ 的齿轮以 $e_1 = 85\mu$, $e_2 = -80\mu$ 与 $e_1 = 170\mu$, $e_2 = 0$ 及 $e_1 = 80\mu$, $e_2 = 50\mu$ 的偏心进行了啮合试验, 所发表的结果与理论探讨相符。

⊕ 同左右两齿面由周节累积误差引起的啮合误差相等而使 $F'_{iR,L}(F_i) = F'_i(F_i)$ 。

$$\frac{F'_{iLmax}}{F'_i(F_i)} = 2 \left| \cos \frac{\psi + 2\alpha_0}{2} \right|$$

图 1.6 表示当 $\alpha_0 = 20^\circ$ 时这些振幅比与角 ψ 的关系, 当 $\psi = 140^\circ$ 时, F'_{iLmax} 为 0, F'_{iRmax} 约是 $0.7F'_i(F_i)$; 当 $\psi = 180^\circ$ 时, 正好相反。当 $\psi = 160^\circ$ 时, 两齿面啮合误差相同, 最不理想的是 $\psi = 0^\circ$ 的情况, $F'_i(F_i)$ 与 $F'_{iR}(f_r)$ 被原封不动地加了上去, 使右齿面的误差成为周节累积误差的 2 倍、左齿面的误差约为其 1.9 倍。

实际上, 左右两齿面周节累积误差的产生过程与大小经常不一样, 这是因为偏心的影响被综合反映在周节累积误差中的缘故。假如切齿后照原样安装在工作台上测量周节累积误差, 左右两齿面周节累积误差的产生过程和大小应该是相同的。在这里, 使左右两齿面的周节累积误差为 25μ 的齿轮偏心, 并使其与左右两齿面周节累积误差为 4μ 的标准齿轮相啮合, 来叙述一下其结果。首先, 偏心和相位的大小为 $e = 12\mu$ 、 $\psi = 135^\circ$, 以使左齿面的周节累积误差被抵销, 这时, 左右两齿面的全啮合误差为 9μ 和 22μ , 与计算结果相当一致。如果把偏心量从 12μ 增加到 17μ , 则左右两齿面的全啮合误差分别为 18μ 和 31μ , 与计算结果相同, 都约增加 10μ 。

从以上结果可知, 有意使齿轮偏心, 能使由周节累积误差引起的啮合误差约减少到 $9/25 = 35\%$ (理论上可减少到 0)。所以,

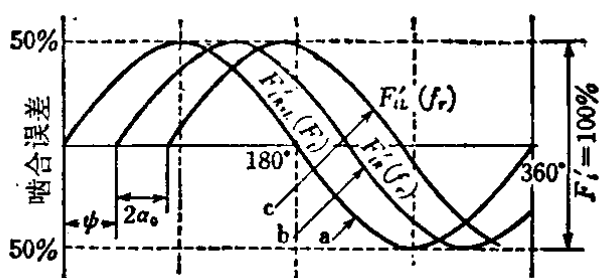


图1.5 周节累积误差与偏心引起的啮合误差

a 是周节累积误差引起的啮合误差, b 与 c 是偏心引起的右、左齿面的啮合误差 [127]

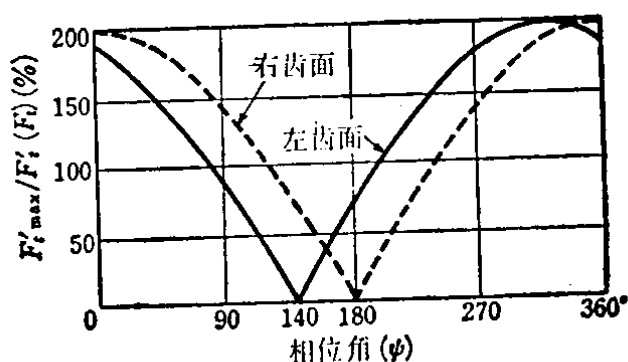


图1.6 相位角对左右两齿面啮合误差的影响 [127]

在知道切齿机的标准分度蜗轮的周节累积误差时，只要把齿轮内孔在适当方向以适量偏心来装夹，就能减小啮合误差^①。

上面所说的是相配齿轮没有误差的情况。实际上，两齿轮的周节累积误差与偏心综合影响着运动的传递。在以某个固定转数回转而回到原来位置之前，两齿轮的相对位置在每一转中都在变化着，因此，啮合误差也在起着变化。如果齿数比为 1，两齿轮的哪个齿啮合都会影响啮合误差，例如，当两齿轮的周节累积误差大小相同时，在最不理想的啮合情况下，啮合误差为其周节累积误差的 2 倍，在最适宜的情况下，啮合误差在理论上为 0。但当两齿轮有相同大小的偏心时，如上所述，因为左右两齿面的综合啮合误差有相位差，故当两齿轮啮合时，啮合误差可能发生很大变化。那是因为这时误差最大的位置在两齿面全部只移动了 $4\alpha_0 = 80^\circ$ 的缘故。所以啮合误差的最大值用下式表示：

$$\frac{F'_{iRmax}}{F'_i(f_r)} = 2 \left| \cos \frac{\psi}{2} \right|, \quad \frac{E'_{iLmax}}{F'_i(f_r)} = 2 \left| \cos \frac{\psi + 4\alpha_0}{2} \right|$$

式中， ψ 是由齿轮 1 与 2 的偏心引起的右齿面啮合误差过程的相位差。

图 1.7 表示当两齿轮的偏心相等时，左右两齿面啮合误差的最大值与相位差 ψ 的关系，

从图上可以看到，当 $\psi = 100^\circ$ 时，左齿面的啮合误差为 0，右齿面单独的啮合误差是 130%；当 $\psi = 180^\circ$ 时，左右两齿面的值正好相反。这样，即使两齿轮偏心装配，两齿面的啮合误差也不可能同时为 0。

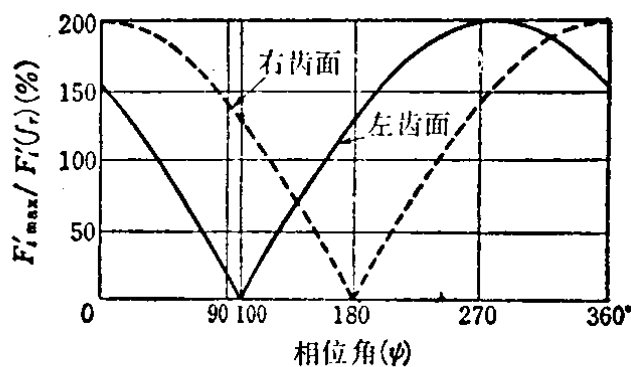


图1.7 偏心对左右两齿面啮合误差的相位角的影响^[127]

其次，把 $m = 5$ 、 $z = 25$ 的两个正齿轮（原来的周节累积误差很小）都偏心 $e = 120 \mu$ 来装配，测量了以不同的相位啮合时的

① 亨里奥特 (Henriot)^[343] 也指出：这种方法对单向回转齿轮是有效的。