

最新

奥林匹克

初中数学读本

1 年级

OLYMPIC

源于基础
高于课本
创新思维
培养能力



陕西人民教育出版社

最新 奥林匹克 初中数学读本

本册主编 许 盈
编 者 浮新民 潘爱民
马晓军 杨建国
李忠民 姜书念

1 年 级

陕西人民教育出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

最新奥林匹克初中数学读本. 一年级/秦驰主编.

—西安: 陕西人民教育出版社, 2002.6

ISBN 7—5419—8383—7

I. 最… II. 秦… III. 数学课—初中—教学参考资料 IV. G634.603

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2002) 第 024830 号

最新奥林匹克初中数学读本

1 年 级

出 版 者 陕西人民教育出版社

发 行 者 各地新华书店经销

印 刷 西北大学印刷厂

印 次 2002 年 6 月第 1 版第 1 次印刷

开 本 880×1230 1/32 开本 6.25 印张

字 数 135 千字

印 数 1~5 000

标准书号 ISBN 7—5419—8383—7/G · 7231

定 价 6.50 元

前言

随着数学课外活动及数学竞赛的蓬勃开展,为了探索出既切合九年义务教育数学课程特点,又渗透现代数学教育理念;既能够激发学生的求知欲、探索欲,又科学简捷,且难易程度适中的初中数学奥林匹克教材,我们组织了具有多年数学奥林匹克辅导经验,成绩斐然的一线教师和奥林匹克数学竞赛研究专家,对竞赛训练内容精心研讨,筛选出适合各年龄段学生认知特点及心理状况的专项内容,编写了这套《最新奥林匹克初中数学读本》。以期达到既能满足学生参加初中阶段的各级各类竞赛并取得好成绩,又能促进学生掌握更多的数学技能和方法,为以后的学习和工作打下坚实的基础。这套教材能让奥林匹克之门向更广大的学生敞开,使他们真正学到有价值的、必需的数学奥林匹克知识,杜绝那种舍本求末,不注意基础知识的严格训练和真正掌握,而搞题海战术,用大量的难题、偏题或怪题来压学生,挫伤学生的锐气和进取心,束缚学生的聪明才智的错误作法。我们力求做到教材通俗易懂、深入浅出,让学子们通过阅读使用《最新奥林匹克初中数学读本》,对数学奥林匹克不再望而生畏,不再只是翘首期盼,更不是只限于个别人的荣耀,而真正能适合更多的学生,让他们感悟到数学奥林匹克所带来的欣慰和快乐,体会到它的内涵和魅力,为学子们实现数学梦想、遨游数学殿堂提供帮助。

这套《最新奥林匹克初中数学读本》有如下特点:

其一，贯彻了国家对初中课程改革的理念，符合国家对初中数学竞赛内容的各项要求；

其二，内容紧密联系学生实际，体现科学性、针对性、指导性、实用性和高效性，突出应用性、能力性和创新性；

其三，遵循“源于基础，高于课本”，注重同步性（与初中数学教学大纲同步）、提高性（与竞赛大纲内容衔接）及趣味性的统一。结合学生的认知水平精心设计、编排训练内容，以启迪学生思维、掌握方法，培养学生运用数学知识快速判断、解决问题的能力；

其四，尽力体现初中数学课程改革的新理念及数学竞赛命题的新思想、新动态；

其五，是内容求实。内容选取力求做到实实在在，对学生竞赛确有帮助，真正能解决学生竞赛中需要解决的问题。

本套读本编写过程中参考了许多相关图书资料，在此深表谢意。由于编写人员水平所限，书中不妥之处在所难免，敬请各位读者批评指正。

目 录

1. 字母表示数	1
2. 整数的十进制表示法	5
3. 奇数与偶数	10
4. 整数的整除	14
综合能力讲评(一)	19
5. 整数的分类	22
6. 有理数及其运算	28
7. 列方程的技巧	34
8. 代数式的求值	40
综合能力讲评(二)	47
9. 质数与合数	51
10. 完全平方数	55
11. 最大公约数与最小公倍数	60
12. 绝对值	67
综合能力讲评(三)	71
综合能力检测题(一)	74
综合能力检测题(二)	77
13. 二元(三元)一次方程组的解法	80
14. 二元一次不定方程的解法及应用	86

15. 含字母系数的二元一次方程组的解法	92
16. 列方程组解应用题	97
综合能力讲评(四)	104
17. 一元一次不等式(组)的解法	108
18. 含字母的一元一次不等式(组)的解法	113
19. 线段	118
20. 两点之间线段最短	123
综合能力讲评(五)	128
21. 角	132
22. 简单图形问题	138
23. 相交线	145
24. 平行线	151
综合能力讲评(六)	158
25. 乘法公式的妙用	162
26. 代数式的求值	168
27. 综合除法、余数定理	174
28. 分离系数法	180
综合能力检测题(三)	185
综合能力检测题(四)	190

1

字母表示数

专项透析

从算术到代数，其实质是用字母表示数，这使特殊的问题一般化，使特殊的量具有普遍的意义。代数式的运算是数学竞赛的基础。

例题评点

例 1. 用字母表示数：

① 被 5 除余数为 3 的数；

② 三个连续偶数中间一个为 $2k$ ，写出第一个和第三个偶数。

解：(1) $5n+3$ ；

(2) 第一个偶数为 $2(k-1)$ ，第三个偶数为 $2(k+1)$ 。

【评点】本题的两道小题均为简单的用字母表示数的问题，主要是考察逆向思维能力。

例 2. 甲、乙两包物品的重量之比为 $4:1$ ，从甲中取出 10 克后，甲、乙两包物品的重量之比为 $7:5$ ，那么两包物品的重量之和是多少？

解：设乙的重量为 a 克，则甲的重量为 $4a$ 克，

依题意知

$$(4a - 10) : a = 7 : 5$$

$$\text{解得 } a = \frac{50}{13}.$$

$$\text{所以甲乙总质量之和为：} 5a = \frac{250}{13} \text{ 克.}$$

解题策略

根据题意，若设乙的重量为 a 克，则甲的重量为 $4a$ 克。该题实质是求 $5a$ 。

答：两包物品的重量之和为 $\frac{250}{13}$ 克.

【评点】当只知道两数的比，不知具体值时，可以用字母来表示，如：甲与乙的比为 $m:n$ ，可设甲为 ma ，乙为 na ，使问题得以解决.

例 3. 西安移动通信公司规定，三秦通移动电话的收费标准是：

- (1) 每月基本月租费为 25 元；
- (2) 以每分钟为一个通话计费单位，通话费单价为 0.2 元/分钟；
- (3) 通话不足 1 分钟，按一分钟计.

这样，就可以根据用户电话的总时间计算每月的费用，请归纳出计算公式；并计算出当某用户当月的通话时间为 2 小时 13 分 47 秒时应缴纳的费用.

解：设应交纳的费用为 p 元，通话时间为 n 分（不足 1 分钟按 1 分钟计），那么随时间变化的那部分费用为 $0.2n$ 元，所以归纳出计算公式为

$$p = 25 + 0.2n.$$

当用户使用了 2 小时 13 分 47 秒时，其计费单位为

$$n = 2 \times 60 + 13 + 1 = 134.$$

$\therefore$ 应缴纳的费用为 $p = 25 + 0.2 \times 134 = 51.8$ 元.

答：该用户当月交费为 51.8 元.

【评点】该题要抓住的关键问题是：应缴纳的费用由两部分组成：

(1) 基本月租费，(2) 随时间变化的费用，即可归纳出公式：

$$p = 25 + 0.2n.$$

例 4. 一个人上山和下山的路相同，山下到山顶的距离是 s ，上山的速度为 v_1 ，下山的速度为 v_2 ，试表示这个人上山和下山平均速度.

解：设上、下山的平均速度为 $\bar{v}$ ，那么上山和下

山的总时间为 $(\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2})$.

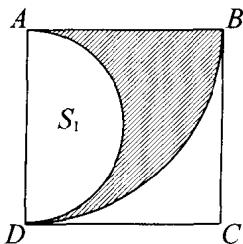
$$\text{所以：}\bar{v} = \frac{2s}{\frac{s}{v_1} + \frac{s}{v_2}} = \frac{2v_1v_2}{v_1 + v_2}.$$

解题策略

关键是求出上山和下山的时间 t ，即可用平均速度的计算公式 $\bar{v} = \frac{s}{t}$.

【评点】平均速度的计算公式：平均速度=总路程/总时间.

例 5. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 a ，先以 AD 为直径画半圆弧，再以 A 为圆心，以 AB 为半径画弧，试用 a 表示阴影部分的面积.



$$\begin{aligned}\text{解：如图，} S_{\text{阴影}} &= S_{\text{扇形} BAD} - S_1 \\ &= \frac{1}{4}\pi a^2 - \frac{1}{2}\pi\left(\frac{a}{2}\right)^2 \\ &= \frac{1}{8}\pi a^2.\end{aligned}$$

【评点】该题是用简单规则图形去解决不规则图形问题，只要能够发现一个图形是由那些简单图形构成，也就找到了解题的思路.

例 6. 长岭空调的某种机型的进货价为 a 元，零售价为 1200 元，若按零售价的 85% 降价出售，仍可获利 10%（相对于进货价），问进货价 a 为多少？

解：由题意知

$$\frac{1200 \times 85\% - a}{a} = 10\%.$$

$$\therefore a = 927.3 \text{ (元)}.$$

答：这种冰箱的进货价 a 为 927.3 元.

专项精练

(1) a 表示一个三位数， b 表示一个两位数，把 a 放在 b 的左边组成一个五位数，应表示为 ().

- A. $100a+b$ B. ab C. $1000b+a$ D. $\overline{ba}$

(2) 一件商品降价 a 元后的售价是原价的 85%，则这件商品的原价为 () 元.

- A. $(1+85\%)a$ B. $(1-85\%)a$ C. $\frac{a}{1+85\%}$ D. $\frac{a}{1-85\%}$

(3) 已知圆环的面积为 S ，内圆半径为 r ，则外圆半径的平方为

().

A. $s + \pi r^2$ B. $\frac{s}{\pi} r^2$ C. $\frac{s}{\pi} + r^2$ D. $\pi s + r^2$

(4) 三个连续奇数中间的一个为 $2k+1$, 则第一个为_____, 第三个为_____.

(5) 一年定期储蓄存款, 月利率为 0.945%, 现存入 1000 元, 则明年今日连本带息共计_____元.

(6) 某人用 240 元去买童装, 已知上衣每件 x 元, 裤子每条 y 元, 则某人最多可以买_____套衣服 (1 件上衣和一条裤子为一套, 恰好用 240 元可以买整套衣).

(7) 你能很快地算出 1995^2 吗?

①首先观察计算: $15^2 = 225$ 可以写成 $100 \times (1+1) + 25$,
 $25^2 = 625$ 可以写成 $100 \times 2(2+1) + 25$,
 $35^2 = 1225$ 可以写成 $100 \times 3(3+1) + 25$,
 $45^2 = 2025$ 可以写成 $100 \times 4(4+1) + 25$,
 $55^2 = 3025$ 可写成 $100 \times 5(5+1) + 25$,
 $85^2 = 7225$ 可写成_____,
 $95^2 = 9025$ 可写成_____.

②从①的结果归纳猜想得 $(10n+5)^2 = 100 \times n(n+1) + 25$;

③根据上面的观察计算出 $1995^2 =$ _____.

专项精练参考答案与提示

(1) A (2) D (3) C (4) $2k-1$, $2k+3$.

(5) 1113.4 (6) $\frac{240}{x+y}$

(7) ① $100 \times 8(8+1) + 25$; $100 \times 9(9+1) + 25$;

③ $1995^2 = 100 \times 1995(1995+1) + 25$
 $= 100 \times 3982020 + 25$
 $= 398202000 + 25$

专项透析

例如：609，4892，用十进制表示法可分别表示为：

$$609 = 6 \times 10^2 + 9.$$

$$4892 = 4 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 9 \times 10 + 2.$$

一般地，用十进制法一个整数 N 可表示为：

$$N = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \cdots + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0 \quad (a_n \neq 0).$$

另外，为了简化，还可以表示为： $N = \overline{a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0}$ ，其中数码 a_0 叫个位数， a_1 表示十位数， $\cdots$ ， a_n 表示首位数。

整数的十进制表示法是解决有关整数问题的方法之一。

例题评点

例 1. 如果一个三位数正好等于各个数位上的数字之和的 13 倍，试求这个三位数。

解：设这个三位数可表示为 $\overline{abc}$ ，根据题意知

$$100a + 10b + c = 13(a + b + c),$$

$$\therefore b = 29a - 4c.$$

这里的 a 只能为 1，否则不论 c 取什么数字， b 均为两位数；

当 $a = 1$ 时， $c = 5, 6, 7$ 。而此时 $b = 9, 5, 1$ 。
故所求三位数是 195，156，117。

解题策略

用十进制先表示该三位数，再建立等量关系式，讨论 a, b, c 的值。

【评点】该题要求同学掌握整数的十进制表示法，了解整数特点。

例 2. 将一个三位数的各位数字重新排列后所得的最大的三位数减去最小的三位数恰好等于原数，求这个三位数。

解：设组成这个三位数的三个数字分别为 a, b, c 。

若 $\overline{abc}$ 最大，则 $\overline{cba}$ 就最小，

$$\begin{aligned}\text{且 } \overline{abc} - \overline{cba} &= 100a + 10b + c - (100c + 10b + a) \\ &= 99(a - c).\end{aligned}$$

解题策略

故所求的三位数为 99 的倍数，而是 99 倍数的三位数有：198、297、396、495、594、693、792、891。

首先将组成该三位数的数字设出来，利用十进制表示最大的三位数和最小的三位数并作差。

经检验，只有 495 符合题意，故所求三位数为 495。

【评点】解决此类问题的关键是用十进制表示数。本题用数的整除的有关知识，找出满足条件的所有三位数，从而得出本题结果。

例 3. 已知一个四位数的各位数字之和与这个四位数相加等于 2002，试求这个四位数。

解：设所求的四位数为 $\overline{abcd}$ ，依题意得

$$a + b + c + d + \overline{abcd} = 2002.$$

$$\text{即 } 1001a + 101b + 11c + 2d = 2002.$$

$$\text{如果 } a = 1, \text{ 于是 } 101b + 11c + 2d = 1001.$$

$$\text{此时必有 } b = 9, \text{ 于是 } 11c + 2d = 92.$$

$$\text{而此时 } c \text{ 不能为 } 9, \text{ 也不能为 } 7, \text{ 故 } c \text{ 为 } 8, \text{ 这时 } d = 2.$$

$$\text{如果 } a = 2, \text{ 这时 } b = c = d = 0.$$

故所求的四位数为 1982 或 2000。

【评点】由于所求问题为一个四位数，用字母将十进制的四位数 $\overline{abcd}$ 表示为 $1000a + 100b + 10c + d$ ，再进行讨论分析，最后确定该四位数。

例 4. 将自然数 N 接写在每个自然数的右边，如果得到新数都能被 N 整除，那么 N 被称为“幸运数”，在小于 130 的自然数中幸运数的个

数有多少?

解: 设幸运数 N 为 m 位数, 任取自然数 P , 则接写后得的新数为 $\overline{PN}$, 用十进制表示为

$$\overline{PN} = P \times 10^m + N.$$

由已知得 $\overline{PN}$ 能被 N 整除, 于是 $P \times 10^m$ 也能被 N 整除, 由于 P 为任意自然数, 故 10^m 一定能被 N 整除.

从而, 当 $m=1$ 时, $N=1, 2, 5$.

当 $m=2$ 时, $N=10, 20, 25, 50$.

当 $m=3$ 时, 由于 $N < 130$,

故 $N=100, 125$.

所以小于 130 的幸运数有 9 个.

【评点】给满足某种特殊性的数赋予一个新的名称, 是数学竞赛中常有的, 用以发现培养学生的创新意识, 本题“幸运数”就是一例, 在解答过程中用到了整除性的有关知识: 即当 $a|b+c$, 且 $a|b$ 时, 那么 $a|c$.

例 5. 一个六位数 $\overline{2abcde}$ 的 3 倍等于 $\overline{abcde9}$, 求这个六位数.

解: 设 $x = \overline{abcde}$, 则六位数 $\overline{2abcde} = 2 \times 10^5 + x$,

依题意知, $(2 \times 10^5 + x) \times 3 = 10x + 9$,

$$x = \frac{600000 - 9}{7} = 85713.$$

$\therefore$ 这个六位数是 285713.

【评点】该题实质上是用方程的思想来解一个整数的十进制位制问题.

例 6. 一个三位数的各位数字互不相同, 把它的各位上的数字任意交换位置, 又可得到 5 个三位数, 若这 6 个三位数的和为 2220, 那么在所有满足条件的三位数中, 求出最小的三位数.

解: 设最小的三位数为 $\overline{abc}$, 则 $1 \leq a < b < c \leq 9$.

依题意得

$$\therefore \overline{abc} + \overline{acb} + \overline{bac} + \overline{bca} + \overline{cab} + \overline{cba} = 2220,$$

$$\therefore (100a + 10b + c) + (100a + 10c + b) + (100b + 10a + c)$$

$$+ (100b + 10c + a) + (100c + 10a + b) + (100c + 10b + a) = 2220.$$

$$\text{即 } 222(a+b+c) = 2220.$$

$$\therefore a+b+c = 10.$$

要使 $\overline{abc}$ 是各位数字互相不同的最小的三位数, 只有 $a = 1$, $b = 2$, $c = 7$.

故所求的最小的三位数为 127.

专项精练

(1) 一个两位数, 若将它的数字互换后, 所得的数比原数大 9, 这样的两位数有 () 个.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 8 个 D. 9 个

(2) x 表示一个三位数, y 表示一个两位数, 将 x 放到 y 的右边组成一个五位数 $\overline{yx}$, 那么这个五位数可表示数为 ().

- A. $x+y$ B. $10x+y$ C. $1000y+x$ D. $100x+y$

(3) 一个两位数, 它能被其各位数字之和整除, 且除得的商恰好是 7 的倍数, 那么符合条件的两位数有 () 个.

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

(4) 设一个两位数等于其个位数平方与十位数之和, 则此两位数是_____.

(5) 已知 $a \times b \times \overline{ab} = \overline{bbb}$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

(6) 若一个六位数 $\overline{1abcde}$ 乘以 3 的积为 $\overline{abcde1}$, 则这个六位数为_____.

(7) 已知 $\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 1995$,

求 a, b, c, d 的值.

(8) 一个四位数, 这个四位数与它各位数之和是 1999, 求这个四位数, 并说明理由.

专项精练参考答案与提示

(1) C

(2) C

(3) D

(4) 89

(5) $a=3, b=7$.

(6) 42857

(7) 由已知 $1000a + 100b + 10c + d + 100a + 10b + c + 10a + b + a = 1995$.

$$1111a + 111b + 11c + d = 1995,$$

首先 $a=1$, 否则 $111b + 11c + d < 0$.当 $a=1$ 时, $111b + 11c + d = 884$,此时 $b=7, 11c + d = 107$,故 $c=9, d = 107 - 99 = 8$. $\therefore$ 该四位数是 1798.(8) 设这个四位数为 $\overline{abcd}$, 依题意知

$$1000a + 100b + 10c + d + a + b + c + d = 1999.$$

即 $1001a + 101b + 11c + 2d = 1999$.首先 $a=1, 101b + 11c + 2d = 998$.此时, $b=9, 11c + 2d = 89$.当 $c=7$ 时, $d=6$.

故所求的四位数为 1976.

3 奇数与偶数

专项透析

能被 2 除的数叫偶数, 不能被 2 整除的数叫奇数.

奇数与偶数, 以及利用奇偶性分析是数学竞赛中的热点问题. 数的奇偶性有下列性质:

- ①同奇或同偶的两整数的和或差为偶数. 一奇一偶的两个整数的和、差为奇数.
- ②任何一个整数与一个偶数的积为偶数.
- ③两个连续整数之积 $n(n+1)$ 为偶数.
- ④对于整数 a, b , $a \pm b$ 与 $a' \pm b'$ 同为奇数, 或同为偶数.
- ⑤奇数 $\neq$ 偶数.

例题评点

例 1. 把 1, 2, 3, ..., 1999, 2000, 2001 这 2001 个自然数前面任意添加正号或负号, 试判断所得的和为奇数, 还是偶数?

解: 因为给一系列整数前面添加正负号并不改变其奇偶性,

故 $1 + 2 + 3 + \dots + 2000 + 2001$

$$= \frac{2001 \times (2001 + 1)}{2} = 2001 \times 1001 \text{ 为奇数}$$

所以所得数的和为奇数.

【评点】该题在求 1 到 2001 这些数的和时用

解题策略

由于两个整数的和与差的奇偶性相同, 故可以先求和再判断其奇偶性.