ZHONGKAOJIEJINGYUWUQU

丛书主编 希扬

中考捷径与误区

本册主编：张淑芳

数学

短平快

最佳复习法

大象出版社

书山有捷径，学海泛轻舟

——《中考捷径与误区》序

我国是一个考试大国，尽管以考试选拔人才有诸多弊端，但在目前，它仍是行之有效的主要途径。

对一个初中生来说，毕业后上什么样的高中，往往关系到将来考什么样的大学，甚至关系到一生的前途。因此，中考之战，是"身经百战"的学生在高考总决战之前的一次大决战。在现实中，我们常常见到不少学生，为了上重点高中，仅以一两分之差，就要多付出高达万元的高价学费，真让人体味到中考竞争之激烈，考分之昂贵。

"用最短的时间取得最佳的复习效果"，是每个大考在即的考生最急切的心声。《中考捷径与误区》就是我们专门为中等和中等以上程度的考生考取重点高中、考取理想学校而奉献的一套"短、平、快"高效复习丛书。

何谓"捷径"？

捷径就是解题过程中最准确、最直接、最简明扼要的思维方法和技巧，它可以使你比通常的方法少走弯路，从而为你在分秒必争的考场上赢得宝贵的时间和机会。捷径的核心就是"快、准"，本书以此为中心，通过剖析解题的通径和捷径，重点揭示解题捷径的技巧和思维方法，为你快速、规范、简洁、准确地解题提供参考。

何谓“误区”？

误区就是由于考生存在知识盲点和思维障碍而导致解题时“误入歧途”。本书以历年中考试题中考生频繁出现的典型错误为文本，扫描考生在双基知识、审题要求、解题思路中存在的盲点与误区，归类分析，深入发掘错误形成的思维根源，从而引导考生深刻把握正确的审题方法和解题思路，使其在中考中轻松折桂。

书山捷径，学海轻舟，避开误区，走向成功！

希　扬

2002 年 5 月

前言

本书是依据最新的中学数学教学大纲和考试说明编写的，它是初三学生中考复习指南，是初中教师教学参考用书。

本书的编写目的是通过对各类题型的解题方法、技巧做详尽全面的介绍，来反映每一章节的重要的基础知识、基本方法和基本技能技巧，以期收到总结知识，点拨方法，开拓思维，激发学生的学习兴趣，培养学生分析问题、判断问题和解决问题的能力的效果，使学生掌握变苦学为巧学、变苦读为巧读的学习方法。

本书紧扣教学大纲，例题基本上包括了近年来中考中所出现的所有题型，以及一些竞赛中出现的题型，知识覆盖面广，题型新颖多样。

本书分两编共十一章，每章有若干节，每节分三部分：第一部分为内容提要，第二部分为捷径，第三部分为误区。捷径部分对例题的处理一般分通径、捷径、点醒三项。点醒项中点评通径所用的解题常规方法和捷径的特殊技巧。误区部分每题设有正解、误解、剖析三项。剖析项中指出错点并分析出错的原因。通径与捷径、正解与误解左右对排，一目了然，便于读者对比。

第一编第一章、第二章、第三章及第五章由张淑芳编写，第四章由金梅编写，第二编由莫小鸣编写。

由于编者的水平有限，书中难免有疏漏之处，敬请读者多提宝贵意见。

编　者

目录

第一章 实数

§1.1 有理数的意义及运算

一、内容提要

$$
有理数\begin{cases}定义\\ 基本概念\begin{cases}数轴\\ 相反数\\ 绝对值\end{cases}\\ 运算\begin{cases}加减\\ 乘除\\ 乘方\end{cases}\end{cases}
$$

二、捷 径

【1-1】计算：$\frac{1}{9}\div\frac{1}{31}-53\frac{3}{9}\times31-47\frac{7}{9}\times31.$

通径　原式 $=\frac{31}{9}-\frac{480\times31}{9}-\frac{430\times31}{9}$

$=\frac{31-480\times31-430\times31}{9}$

$=-\frac{28179}{9}=-3131.$

捷径　原式 $=\frac{1}{9}\times31-53\frac{3}{9}\times31-47\frac{7}{9}\times31$

$=31\left(\frac{1}{9}-53\frac{3}{9}-47\frac{7}{9}\right)$

$=31\times\left[\frac{1}{9}-\left(53\frac{3}{9}+47\frac{7}{9}\right)\right]$

$=31\times\left(\frac{1}{9}-100\frac{10}{9}\right)$

$=31\times(-101)=-3131.$

点睛　逆用乘法分配律，改变运算次序，可使计算简单.

【1－2】计算：$\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\times\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}\div\left|-\frac{1}{3}\right|+\left(-\frac{1}{5}\right)^{0}+(-0.25)^{1999}\times 4^{1999}$.

（1999年福建省中考题）

捷径　原式 $=\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right)\times 25\times 3+1+(-0.25\times 4)^{1999}$

$=25-15+1-1=10.$

点睛　①$\left(\frac{1}{5}\right)^{-2}=5^{2}=25$；

②逆用幂的运算$(ab)^{n}=a^{n}b^{n}$；

③运用乘法分配律改变运算顺序.

【1－3】计算：$398^{2}+1592+4$.

通径　原式 $=158404+1592+4=160000.$

捷径　原式 $=398^{2}+2\times 2\times 398+4=(398+2)^{2}=160000.$

点睛　在计算式中数字较大时，若能运用乘法公式则尽量用，可简化计算.

【1－4】用科学记数法表示我国的国土面积约为（　　）

A. 9.6×10^{5} 平方千米　　B. 9.6×10^{6} 平方千米

C. 9.6×10^{7} 平方千米　　D. 9.6×10^{8} 平方千米

（2001年福州市中考题）

捷径　我国的国土面积为9600000平方千米 $=9.6\times 10^{6}$ 平方千米.

故选B.

点睛　做此题的关键是搞清我国国土的面积.

【1－5】计算：$\left(-42\frac{21}{25}\right)\div(-42)-\left(-\frac{1}{5}\right)^{2}\times\left(-3\frac{1}{2}\right)^{2}$.

捷径　原式 $=\left(-42-\frac{21}{25}\right)\left(-\frac{1}{42}\right)-\frac{1}{25}\times\frac{49}{4}$

$=1+\frac{1}{50}-\frac{49}{100}=1+\frac{2-49}{100}$

$=1-\frac{47}{100}=0.53.$

点睛　注意：$-42\frac{21}{25}\neq -42+\frac{21}{25}$.

【1－6】计算：$\left|\frac{1}{2000}-\frac{1}{2001}\right|+\left|\frac{1}{2002}-\frac{1}{2001}\right|$.

通径　原式 $=\left|\frac{1}{2000\times 2001}\right|+\left|\frac{-1}{2001\times 2002}\right|$

捷径　原式 $=\frac{1}{2000}-\frac{1}{2001}+\frac{1}{2001}-\frac{1}{2002}$

$=\frac{1}{2000\times2001}+\frac{1}{2001\times2002}$

$=\frac{1}{2002000}$.

$=\frac{1}{2000}-\frac{1}{2002}$

$=\frac{2}{2000\times2002}=\frac{1}{2002000}$.

点题 因为绝对值里的数较大，计算比较繁，通过观察发现，利用绝对值的定义先将算式化去绝对值符号，再进行通分计算比较简捷.

【1－7】计算：$\frac{191919}{767676}-\frac{7676}{1919}=$________.

捷径 原式$=\frac{191919}{4\times191919}-\frac{4\times1919}{1919}=\frac{1}{4}-4=-\frac{15}{4}$.

点题 解此题时，关键是注意到 $767676=4\times191919$.

三、误 区

【1－8】计算 3^{-2} 的结果是 ( )

A. -9 B. 9 C. $-\frac{1}{9}$ D. $\frac{1}{9}$

(2001 年南京市中考题)

正解 选 D.

误解 选 A 或 B 或 C.

剖析 将 -3^2 与 3^{-2}，3^2 与 3^{-2}，-3^{-2} 与 3^{-2} 相混淆而导致误解.

【1－9】将 2.12×10^{-3} 用小数表示为 ( )

A. 2120 B. 212000 C. 0.00212 D. 0.000212

(2001 年荆门市中考题)

正解 选 C.

误解 选 A 或 B 或 D.

剖析 产生错误的原因是对于科学记数法不理解. 科学记数法表示为 $m=a\times10^{-n}$. 其中 m 为小于 1 的正数，$1\leqslant|a|<10$，n 等于第一个有效数字前面零的个数(包括小数点前那个零).

【1－10】如果在数轴上表示 a，b 两个实数的点的位置如图 1－1 所示，那么 $|a-b|+|a+b|$ 化简的结果等于 ( )

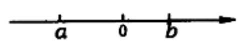

图 1－1

A. $2a$ B. $-2a$ C. 0 D. $2b$

(1999 年北京市中考题)

正解 如图，$|a|>|b|$ 且 $a<0$，$b>0$，

$\therefore$ $a-b<0$，$a+b<0$.

原式 $=-(a-b)-(a+b)=-2a$.

故应选 B.

误解 $\because$ $a<b$，

$\therefore$ $a-b<0$，$a+b>0$.

$\therefore$ 原式 $=-(a-b)+a+b$ $=2b$.

故选 D.

剖析 产生错误的原因是不能正确确定两数和的符号.

【1-11】已知 a,b 互为相反数,c,d 互为倒数,x 的绝对值为 2,试求 $x^2-(a+b+cd)x+(a+b)^{2001}+(-cd)^{2001}$ 的值.

正解 ∵ a,b 互为相反数,

∴ $a+b=0$.

∵ c,d 互为倒数,∴ $cd=1$.

∵ x 的绝对值为 2,∴ $x=\pm 2$.

当 $x=2$ 时,原式 $=4-2-1=1$.

当 $x=-2$ 时,原式 $=5$.

误解 ∵ a,b 互为相反数,

∴ $a+b=1$.

∵ c,d 互为倒数,∴ $cd=0$.

∵ x 的绝对值为 2,∴ $x=2$.

原式 $=4-2+1=3$.

剖析 误解将两数互为相反数与互为倒数的概念相混淆,并漏掉 $x=-2$ 这个解.

【1-12】已知 $|a|$ 的相反数为 $b+1$,$b+1$ 的相反数为 $2-a$,求 $|a+b+1|$ 的相反数.

正解 ∵ $|a|$ 的相反数为 $b+1$,

∴ $b+1$ 的相反数是 $|a|$,从而得 $|a|=2-a$.

当 $a\leqslant 0$ 时,$-a=2-a$,得 $0=2$,矛盾.

当 $a>0$ 时,$a=2-a$,得 $a=1$,$2-a=1$.

∴ $b+1=-1$,即 $b=-2$.

∴ $a+b+1=0$.

∴ $|a+b+1|$ 的相反数为 0.

误解 ∵ $|a|$ 的相反数为 $b+1$,$b+1$ 的相反数为 $2-a$,

∴ $|a|=-(2-a)$.

当 $a\leqslant 0$ 时,$-a=-(2-a)$,$a=-1$.

∴ $2-a=3$,$b+1=-3$.

∴ $a+b+1=-4$.

∴ $|a+b+1|$ 的相反数为 -4.

当 $a>0$ 时,$a=-(2-a)$,$0=-2$,矛盾.

剖析 对相反数概念不清楚而导致误解.

【1-13】如果实数 x,y 满足 $|x-m|+(x+m+2)^2=0$,则 m 的值等于 (　　)

A. -1　　B. 1　　C. 0　　D. 任意实数

正解 ∵ $(x+m+2)^2\geqslant 0$,$|x-m|\geqslant 0$,且 $|x-m|+(x+m+2)^2=0$,

∴ $x-m=0$ 且 $x+m+2=0$.

∴ $x=m$,$m=-1$.

故应选 A.

误解 ∵ $|x-m|+(x+m+2)^2=0$,

∴ $|x-m|$ 与 $(x+m+2)^2$ 互为相反数.

∴ $x-m$ 与 $x+m+2$ 互为相反数.

∴ $x-m+x+m+2=0$,$2x+2=0$,$x=-1$,与 m 取何值无关.

故应选 D.

剖析 产生误解的原因是对于非负数的概念不理解. 此题运用非负数性质,即若干个非负数的和为零,则每一个非负数均为零. 从而求出 m 的值.

【1-14】如果 a 是任意一个有理数,则 a 与 $3a$ 的大小关系是 (　　)

A. $a<3a$　　B. $a>3a$　　C. $|a|<|3a|$　　D. 不能确定

正解　当 $a>0$ 时，$a<3a$；

当 $a<0$ 时，$a>3a$.

故 A、B 都可能正确，C 与题目所问不符合.

故应选 D.

误解　选 A 或 C.

剖析　选 A 的原因是没有考虑到 a 可能是负数；选 C 的原因是审题不清所致.

【1－15】若 $\frac{|x|}{x}=-1$，则 x ______.

正解　$\because\ \frac{|x|}{x}=-1$，

$\therefore\ |x|=-x$，由绝对值定义知，$x\leqslant0$，但 $x\neq0$，

$\therefore\ x<0$，故应填 <0.

误解　$\because$ 当 $x=-1$ 时，$\frac{|x|}{x}=-1$，

$\therefore\ x=-1$.

故应填 $=-1$.

剖析　误解中只取一个特殊值，并不能代表一般性，因此产生漏解.

§1.2　实数及其性质

一、内容提要

$$
实数\begin{cases}定义\begin{cases}有理数\\无理数\end{cases}\\运算\begin{cases}加减\\乘除\\乘方\\开方\end{cases}\end{cases}
$$

二、捷　径

【1－16】-27 的立方根与 $\sqrt{81}$ 的平方根的和是　　(　　)

A. 0　　B. -6　　C. 0，-6　　D. 6 或 -12

捷径　$\because\ \sqrt[3]{-27}=-3$，$\sqrt{81}=9$，

$\therefore\ \sqrt{81}$ 的平方根为 ±3.

故应选 C.

点睛　这类题一般比较简单，可以直接进行计算得结果. 注意在计算 $\sqrt{81}$

的平方根时，不要漏运算 $\sqrt{81}=9$.

【1－17】已知实数 a, b 在数轴上的对应点在原点的两旁，且 $|a|=|b|$，则 $2002^{a+b}=$______.

捷径 根据已知得 a 与 b 互为相反数，则 $a+b=0$.

$\therefore \quad 2002^{a+b}=1$.

点睛 已知条件是互为相反数的定义，解题时一定要审清题目理解概念，才能顺利得解.

【1－18】计算：$2\sin 60°-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}+(\sqrt{2}-1)^0$.

（2001 年山西省中考题）

捷径 原式 $=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}-2+1=\sqrt{3}-1$.

点睛 计算时要注意 $\sin 60°$ 与 $\cos 60°$ 的区别，$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$ 与 $-\frac{1}{2}$ 的区别，$a^0=1$ $(a\neq 0)$.

【1－19】比较 $\sqrt{2002}-\sqrt{2001}$ 与 $\sqrt{2001}-\sqrt{2000}$ 的大小.

捷径 倒数法：$\frac{1}{\sqrt{2002}-\sqrt{2001}}=\sqrt{2002}+\sqrt{2001}$;

$\frac{1}{\sqrt{2001}-\sqrt{2000}}=\sqrt{2001}+\sqrt{2000}$,

$\because \quad \sqrt{2002}+\sqrt{2001}>\sqrt{2001}+\sqrt{2000}$,

$\therefore \quad \sqrt{2002}-\sqrt{2001}<\sqrt{2001}-\sqrt{2000}$.

点睛 当无法运用比差法、两数平方法比较大小时，不妨试一试倒数法比较大小，即若两正数的倒数越大，则其值越小.

【1－20】计算：$\frac{\sqrt{5}-7}{\sqrt{5}-3}-\sqrt{5}-3$.

通径 原式 $=\frac{(\sqrt{5}-7)(\sqrt{5}+3)}{(\sqrt{5}-3)(\sqrt{5}+3)}-\sqrt{5}-3$

$=\frac{5+3\sqrt{5}-7\sqrt{5}-21}{-4}-\sqrt{5}-3$

$=\sqrt{5}+4-\sqrt{5}-3=1$.

捷径 原式 $=\frac{\sqrt{5}-7}{\sqrt{5}-3}$

$-\frac{(\sqrt{5}+3)(\sqrt{5}-3)}{\sqrt{5}-3}$

$=\frac{\sqrt{5}-7+4}{\sqrt{5}-3}=\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}-3}$

$=1$.

点睛 如果采用先分母有理化的方法进行运算，显然不如将 $-\sqrt{5}-3$ 作为一个整体进行通分，再运用乘法公式，这可使运算简化.

【1-21】设 $a=\sqrt{7}+\sqrt{6}$，$b=\sqrt{7}-\sqrt{6}$. 求 $a^{2000}b^{2001}$ 的值.

捷径 $a^{2000}b^{2001}=(a^{2000}b^{2000})b=(ab)^{2000}\cdot b$

$=[(\sqrt{7}+\sqrt{6})(\sqrt{7}-\sqrt{6})]^{2000}(\sqrt{7}-\sqrt{6})$

$=1^{2000}\cdot(\sqrt{7}-\sqrt{6})=\sqrt{7}-\sqrt{6}.$

点睛 审题发现 $ab=1$，因此可逆用 $(ab)^n=a^nb^n$.

三、误 区

【1-22】在实数 $-\sqrt{2}$，$0.\dot{3}\dot{1}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{1}{7}$，0.80108 中，无理数的个数为 （ ）

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

（2000 年哈尔滨市中考题）

正解 ∵ 无理数是无限不循环小数，

∴ $-\sqrt{2}$ 和 $\frac{\pi}{3}$ 这两个数是无理数.

故选 B.

误解 无理数有：$-\sqrt{2}$，$\frac{\pi}{3}$，$\frac{1}{7}$.

故选 C.

剖析 误解的原因是将无理数的概念理解为“无限小数为无理数”，忽略了“不循环”. 因此错误认为 $\frac{1}{7}$ 为无理数.

【1-23】计算：$-3^2+5\times(-6)-(-4)^2\div(-8)$.

（1997 年湖北省中考题）

正解 原式 $=-9-30-16\div(-8)=-9-30+2=-37.$

误解 原式 $=9-30+16\div(-8)=9-30-2=23.$

剖析 产生误解的原因是对符号法则不明白. 如 -3^2 与 $(-3)^2$，$(-4)^2$ 与 $-(-4)^2$ 相混淆.

【1-24】计算：$2\sqrt{3}\div\left(\frac{1}{\sqrt{6}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

（2000 年杭州市中考题）

正解 原式 $=2\sqrt{3}\div\left(\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}\right)$

$=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{6}}{1+\sqrt{3}}$

$=\frac{6\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)}{2}$

误解 原式

$=2\sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{6}}+2\sqrt{3}\div\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{3}\cdot\sqrt{6}+2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}$

$=6\sqrt{2}+2\sqrt{6}.$

$=3\sqrt{6}-3\sqrt{2}.$

剖析　错误运用运算法则而导致误解. 注意除法没有分配律.

【1-25】若 $0<a<3$,化简 $|a-3|+|a|$ 为　　(　　)

A. $2a-3$　　B. $3-2a$　　C. 3　　D. -3

(1999年连云港市中考题)

正解　$\because$ $0<a<3$,

$\therefore$ $a-3<0$.

则原式 $=-(a-3)+a=3$.

故选 C.

误解　原式 $=a-3+a=2a-3$.

故选 A.

剖析　绝对值化简时应先判断绝对值符号内数或式的值的符号,然后再根据定义把绝对值符号去掉,否则易导致误解.

【1-26】已知 $|a|=5$,$\sqrt{b^2}=7$,且 $|a-b|=b-a$,求 $a+b$ 的值.

正解　$\because$ $|a|=5$,$\therefore$ $a=\pm5$.

$\because$ $\sqrt{b^2}=7$,$\therefore$ $b=\pm7$.

$\because$ $|a-b|=b-a\geqslant0$,$\therefore$ $b\geqslant a$.

$\therefore$ $\begin{cases}a=5,\\b=7,\end{cases}$或$\begin{cases}a=-5,\\b=7.\end{cases}$

$\therefore$ $a+b=12$ 或 $a+b=2$.

误解　$\because$ $|a|=5$,$\therefore$ $a=\pm5$.

$\because$ $\sqrt{b^2}=7$,$\therefore$ $b=\pm7$.

$\therefore$ $\begin{cases}a=5,\\b=7,\end{cases}\begin{cases}a=5,\\b=-7,\end{cases}\begin{cases}a=-5,\\b=7,\end{cases}$ $\begin{cases}a=-5,\\b=-7.\end{cases}$

$\therefore$ $a+b=\pm12$ 或 $a+b=\pm2$.

剖析　误解中审题不清. 据已知条件 $|a-b|=b-a$,即 $b\geqslant a$. 若 $b=-7$,则有 $b<a$ 不合题意,所以产生增解.

【1-27】已知实数 a 满足 $|2000-a|+\sqrt{a-2001}=a$,那么 $a-2000^2=$______.

正解　$\because$ 被开方数 $a-2001\geqslant0$,即 $a\geqslant2001$,$\therefore$ $2000-a<0$.

已知等式可化为:

$$a-2000+\sqrt{a-2001}=a,$$

$$\sqrt{a-2001}=2000.$$

$\therefore$ $a-2001=2000^2$.

$\therefore$ $a-2000^2=2001$.

误解　原式即:

$$2000-a+\sqrt{a-2001}=a.$$

$$\sqrt{a-2001}=2a+2000,$$

$$a-2001=(2a+2000)^2,$$

$$4a^2+7999a+2000^2+2001=0.$$

此方程无解.

剖析　遇到算术平方根时,要考虑其隐含条件“被开方数是非负数”,这可使计算简化和避免出错.

【1-28】计算:$\sqrt{9-2\sqrt{14}}$.

正解　原式

$$=\sqrt{(\sqrt{7})^2-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}+(\sqrt{2})^2}$$

误解　原式

$$=\sqrt{(\sqrt{2})^2-2\sqrt{7}\cdot\sqrt{2}+(\sqrt{7})^2}$$

$= \sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}-\sqrt{2}$.

$= \sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{7})^2} = \sqrt{2}-\sqrt{7}$.

剖析 产生误解的原因是错误地运用二次根式的性质，因为 $\sqrt{a^2} \geqslant 0$，而 $\sqrt{2}-\sqrt{7}<0$，因此 $\sqrt{(\sqrt{2}-\sqrt{7})^2} = |\sqrt{2}-\sqrt{7}| = \sqrt{7}-\sqrt{2}$.

§1.3 考点综合

一、捷 径

【1-29】如果 $a=1+\sqrt{2}$，$b=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$，那么 a 与 b （　　）

A. 互为倒数　　　　B. 互为有理化因式

C. 互为相反数　　　D. 相等

（2000 年广西壮族自治区中考题）

通径 ∵ $ab=-(1+\sqrt{2})^2=-2\sqrt{2}-3$ 是无理数，∴ A、B 不正确.

∵ $a>0$，$b<0$，∴ $a \neq b$，故 D 不正确.

∴ 应选 C.

捷径 $b=-(\sqrt{2}+1)$.

又∵ $a=\sqrt{2}+1$，∴ $a=-b$.

故应选 C.

点睛 由于 $b=\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$ 的形式较复杂，因此应先将 b 化简，再判断.

【1-30】在数轴上点 A 对应实数 a，将点 A 向正方向平移 a^2 个单位长度后到点 A_1，再将点 A_1 向负方向平移 6 个单位长度后到点 A_2，若 A_2 与原点重合，则 A 点对应的实数为 （　　）

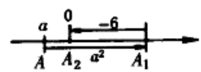

图 1-2

A. 0　　B. -3　　C. 2　　D. 2 或 -3

捷径 ∵ A_2 为原点，$A_1A_2=6$，A_1 在 A_2 的正方向，∴ A_1 点的值为 6. ∵ A_1 在 A 的正方向，∴ $A_1A=6-a$. ∵ $A_1A=a^2$，则 $6-a=a^2$，解得 $a_1=2$，$a_2=-3$.

故应选 D.

点睛 借助数轴比较直观，要注意数轴上两点间的距离的表示方法.

【1-31】一个正数 x 的两个平方根分别是 $a+1$ 和 $a-3$，则 $a=$____，$x=$____.

（2001 年南昌市中考题）

通径　由平方根定义知

$$\begin{cases} x=(a+1)^2, \\ x=(a-3)^2, \end{cases}$$

$\therefore\ (a+1)^2=(a-3)^2,$

$a+1=\pm(a-3).$

当 $a+1=a-3$ 时，无解.

当 $a+1=-(a-3)$ 时，$a=1$，则 $x=(a+1)^2=4.$

故应填 1，4.

捷径　由平方根的性质，得

$(a+1)+(a-3)=0.$

解得　$a=1.$

$x=(a+1)^2=4.$

故应填 1，4.

点睛　利用平方根性质"一个正数的平方根有两个，它们互为相反数"，得一个一次方程，比利用平方根定义得二次方程组简单得多.

【1-32】已知 $2<x<4$，化简 $\sqrt{(x-1)^2}+|x-5|=$____.

（2000 年河北省中考题）

通径　$\because\ 2<x<4,$

$\therefore\ x-1>0, x-5<0.$

$\therefore\ \sqrt{(x-1)^2}=x-1,$

$|x-5|=-(x-5).$

$\therefore$ 原式 $=x-1-(x-5)=4.$

捷径　如图 1-3.

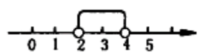

图 1-3

由图知：$x-1>0, x-5<0.$

$\therefore$ 原式 $=x-1-(x-5)=4.$

点睛　利用数轴确定 $x-1, x-5$ 的符号较直观.

【1-33】已知 $0<x<1$，那么在 $x, \dfrac{1}{x}, \sqrt{x}, x^2$ 中，最大的数是　（　）

A. x　　B. $\dfrac{1}{x}$　　C. $\sqrt{x}$　　D. x^2

（1998 年盐城市中考题）

通径　利用不等式性质.

$\because\ x>0, x<1, \therefore\ \dfrac{1}{x}>1.$

则　$\dfrac{1}{x}>x, x\left(\dfrac{1}{x}\right)>x\cdot x.$

$\therefore\ 1>x^2$，即 $\dfrac{1}{x}>x^2.$

$\because\ x<1,$

$\therefore\ \sqrt{x}<1$，即 $\dfrac{1}{x}>\sqrt{x}.$

故选 B.

捷径　取特殊值.

$\because\ 0<x<1, \therefore$　可取　$x=0.01.$

则　$\dfrac{1}{x}=100, \sqrt{x}=0.1, x^2=0.0001.$

$\because\ 100>0.1>0.01>0.0001,$

$\therefore$ 应选 B.

点睛 有些选择题、填空题，因其不需要计算过程，且一般的规律也体现在特殊情况之中，所以解题时可取适合条件的特殊值进行判断.

【1－34】某位老师在讲“实数”这节课时，画出图1－4，即以数轴的单位长线段为边作一个正方形，再以0点为圆心，正方形对角线为半径画弧与数轴正半轴交于A点，作这样的图是用来说明______.

(2000年福州市中考题)

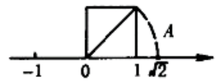

图1－4

捷径 以下任选一种说法：

(1)数轴上的点能表示有理数和无理数；或每个无理数也能用数轴上的点表示；或实数和数轴是一一对应的.

(2)可运用几何作图的方法在数轴上表示某些无理数；或用作图方法在数轴上表示$\sqrt{2}$；或$\sqrt{2}$的作图方法；或无理数的几何意义.

(3)利用数形结合的数学思想来研究和解决问题；或体现数形结合的数学思想.

点睛 对于这样的开放性问题，回答时只要体现运用数形结合思想，以及数轴与实数的对应关系即可.

【1－35】已知$y=\dfrac{\sqrt{x-4}+\sqrt{4-x}}{2x}$，则$x+y=$______.

捷径 由条件知 $x-4\geqslant 0$且$4-x\geqslant 0$，$\therefore\ x=4$. 从而$y=0$.

$\therefore\ x+y=4$.

点睛 注意$\sqrt{x-4}$与$\sqrt{4-x}$同时有意义，则 $x=4$.

【1－36】化简：$\sqrt{\dfrac{a^2-3a+2}{a^2-6a+9}}\cdot\dfrac{a-3}{\sqrt{2-a}}+\sqrt{1-a}$.

(1998年北京市初二数学竞赛题)

捷径 由$2-a>0$，$1-a\geqslant 0$，知$a\leqslant 1$，$\therefore\ a<3$，$a-3<0$.

$$\text{原式}=\sqrt{\frac{(1-a)(2-a)}{(a-3)^2}}\cdot\frac{a-3}{\sqrt{2-a}}+\sqrt{1-a}$$

$$=\frac{\sqrt{1-a}\cdot\sqrt{2-a}}{-(a-3)}\cdot\frac{a-3}{\sqrt{2-a}}+\sqrt{1-a}$$

$$=-\sqrt{1-a}+\sqrt{1-a}=0.$$

点睛 运用“$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}$”性质时，必须具备条件$a\geqslant 0$，$b\geqslant 0$. 因此解此题时，只有依据题目中隐含的条件，找出$a$的取值范围，才能进行化简.

二、误 区

【1－37】21世纪纳米技术将得到广泛应用，纳米是长度计量单位，1纳米＝