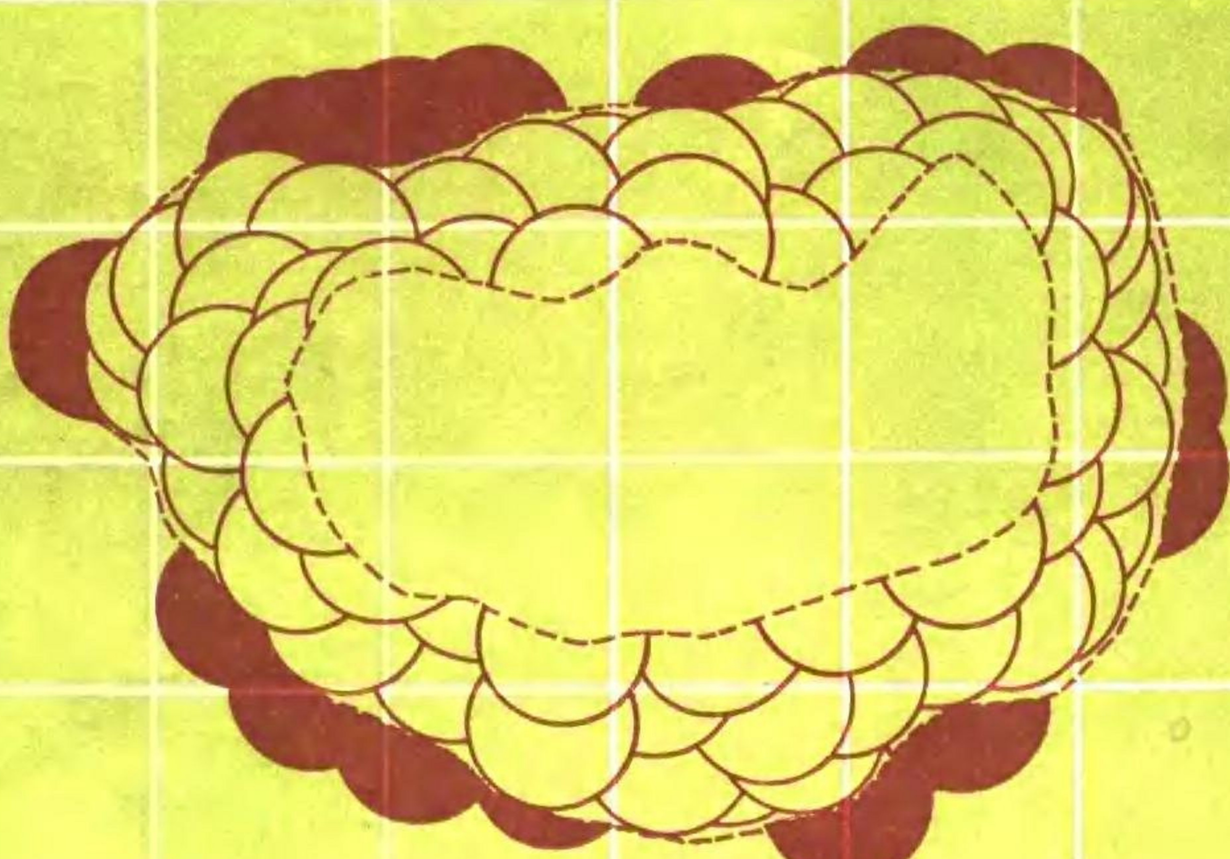
露天采矿系统工程

张幼蒂 编著 骆中洲 审校



煤 炭 工 业 出 版 社

内 容 提 要

《露天采矿系统工程》是以露天开采系统为主要研究对象编写的。但是，涉及的思路与方法，对于更广泛的采矿系统而言，亦有许多共同之处。主要内容有：系统模型与系统模拟基础，矿山生产工艺系统模拟，矿山生产系统的线性规划，采运设备配置与调度的优化，矿床模型，露天开采境界的优化圈定，露天开采长远规划的优化，露天矿采剥进度计划的优化，采矿系统工程的发展趋向等。本书内容丰富，语言精炼，适合从事采矿研究、设计的工程技术人员和高等矿业院校的广大师生参考。

责任编辑：王 秀 兰

露天采矿系统工程

张 幼 蒂 编著

骆 中 洲 审校

*

煤炭工业出版社 出版

（北京安定门外和平里北街21号）

北京京辉印刷厂 印刷

新华书店北京发行所 发行

*

开本787×1092mm 1/16 印张16 1/4

字数360千字 印数1—3,000

1989年10月第1版 1989年10月第1次印刷

ISBN 7-5020-0214-6/TD·204

书号 3054 定价 6.40元

前　言

采矿系统工程学是采矿学与系统工程学相结合的产物，近20余年来发展迅速，已形成了颇具特色的一个新兴学科分支。

依照露天开采专业教学、设计、研究工作的需业，1983年曾编写了一本“露天采矿系统工程”讲义，参加编写该讲义的还有王世辉、李建朝2同志。经近年多次教学使用，在此基础上做了较大量修改补充，写成此书。书中以露天开采系统为主要研究对象，然而涉及的思路与方法，对于更广泛的采矿系统而言，亦有许多共同之处。

阅读本书必要的基础知识有：概率论与数理统计，线性代数，运筹学基础及计算机程序设计等。

中国矿业学院及兄弟院校等单位从事采矿专业工作的许多同志对本书的形成提出过宝贵建议，庞德、李曙光、段起超同志为本书完稿付出了辛勤劳动，在此一并致谢。

限于作者水平，书中错误之处在所难免，敬请读者批评指正。

编　者

1987年12月

目　　录

第一章　总论 ……………………………………………………………………1
第一节　基本概念 ……………………………………………………………………1
第二节　系统工程的基础理论与工具 ………………………………………………2
第三节　矿业系统工程国内外发展概况 ……………………………………………3
参考文献 ……………………………………………………………………………4
第二章　系统模型与系统模拟基础 ………………………………………………6
第一节　基本概念 ……………………………………………………………………6
第二节　均匀随机数及随机变量的产生 ……………………………………………8
第三节　系统描述及动态模拟方法 …………………………………………………12
第四节　资料的收集与整理 …………………………………………………………17
第五节　模型的建立与验证 …………………………………………………………28
第六节　模拟语言及其应用 …………………………………………………………29
练习题 ………………………………………………………………………………32
参考文献 ……………………………………………………………………………32
附录2-1　χ^2分布表 ……………………………………………………………33
附录2-2　t分布表(双边) ……………………………………………………………34
附录2-3　两总体秩和检验临界值表 …………………………………………………34
第三章　矿山生产工艺系统模拟 …………………………………………………36
第一节　系统模型及其建立 …………………………………………………………36
第二节　模拟试验及系统分析 ………………………………………………………45
第三节　不同采装工艺模拟 …………………………………………………………47
第四节　铁道运输系统模拟 …………………………………………………………50
第五节　连续运输系统模拟 …………………………………………………………53
第六节　研究实例 ……………………………………………………………………54
练习题 ………………………………………………………………………………63
参考文献 ……………………………………………………………………………64
第四章　矿山生产系统的线性规划 ………………………………………………65
第一节　车流调配问题 ………………………………………………………………65
第二节　矿石质量搭配问题 …………………………………………………………68
第三节　大系统线性规划问题 ………………………………………………………69
第四节　关于线性规划应用的浅评 …………………………………………………72
练习题 ………………………………………………………………………………73
参考文献 ……………………………………………………………………………73
第五章　采运设备配置与调度的优化 ……………………………………………75
第一节　开采设备作业概率分析 ……………………………………………………75
第二节　运输工具调度的优化——车流调配 ………………………………………81
第三节　运输工具调度的优化——实时调度 ………………………………………85
第四节　铲车配合的排队论研究 ……………………………………………………93
练习题 ………………………………………………………………………………98

参考文献……………………………………………………………………………99
第六章　项目计划与生产管理中的优化课题………………………………………100
第一节　网络方法在项目计划与控制中的应用……………………………………100
第二节　设备更新周期的优化………………………………………………………106
第三节　库存控制的优化……………………………………………………………109
参考文献…………………………………………………………………………………111
第七章　矿床模型…………………………………………………………………112
第一节　矿床模型及其建立…………………………………………………………112
第二节　区域化变量理论……………………………………………………………115
第三节　结构分析……………………………………………………………………120
第四节　克里金估值…………………………………………………………………125
第五节　用地质统计学方法建立矿床模型的一些讨论……………………………132
练习题……………………………………………………………………………………134
参考文献…………………………………………………………………………………135
第八章　露天开采境界的优化圈定…………………………………………………136
第一节　动锥模拟法…………………………………………………………………136
第二节　动态规划法…………………………………………………………………145
第三节　图论方法……………………………………………………………………151
第四节　关于支托模式的进一步讨论………………………………………………155
第五节　圈定露天开采境界诸法综评………………………………………………159
练习题……………………………………………………………………………………161
参考文献…………………………………………………………………………………161
第九章　露天开采长远规划的优化（一）……………………………………………163
第一节　露天矿剥采关系的优化……………………………………………………163
第二节　开拓系统优化………………………………………………………………168
第三节　边界品位与产量规模的优化………………………………………………171
参考文献…………………………………………………………………………………173
第十章　露天开采长远规划的优化（二）……………………………………………174
第一节　导言…………………………………………………………………………174
第二节　矿用有向图系统基本原理…………………………………………………174
第三节　有向图系统模拟算法逻辑…………………………………………………177
第四节　数学模型系列………………………………………………………………194
第五节　应用概况……………………………………………………………………197
第六节　结语…………………………………………………………………………204
参考文献…………………………………………………………………………………204
附录10-1　用有向三角形法求算有向图范围内面积及工程量……………………205
附录10-2　SMLTP1 数学模型部分输出结果示例…………………………………206
第十一章　露天矿剥采进度计划的优化……………………………………………208
第一节　总述…………………………………………………………………………208
第二节　计算机辅助设计方法………………………………………………………209
第三节　数学规划方法………………………………………………………………210
第四节　综合方法……………………………………………………………………217
参考文献…………………………………………………………………………………223

第十二章　采矿系统工程发展趋向……224
第一节　微型计算机的广泛应用……224
第二节　交互式绘图设计系统的迅速发展……224
第三节　运筹学诸分支的结合趋向……226
第四节　系统对象的不断扩展……226
第五节　边缘及新兴学科分支的发展与应用……228
参考文献……236

第一章　总　　论

第一节　基　本　概　念

系统（*system*）指的是若干相互联系、相互制约的事物所组成的集合体。大至银河星系，小至穴居蚁群，都可以称为一个系统。而我们侧重研究的则是与人类认识世界及改造世界有关的系统。

系统工程（*systems engineering*）这一概念，早在本世纪四十年代即被提出，至五十年代出现首册专著，标志着它的形成。此后，国际诸子百家纷纷为之定义，其中似以1974年《大英百科全书》的定义较为简明确切，权引用如下：

“系统工程是一门把已有学科分支中的知识有效地组合起来用以解决综合性工程问题的技术。”

系统分析（*system analysis*）是另一基本概念。美国《麦氏科学技术大百科全书》的解释是：

“系统分析是运用数学方法研究系统的一种方法。

系统分析的基本概念是，对研究对象（系统）建立一种数学模型，按照这种模型进行数学分析，然后将分析的结果运用于原来的系统。”

在“系统工程”和“系统分析”两个概念之间，存在着不同的理解和运用：

（1）认为二者是同义语；

（2）认为二者有区别，系统分析侧重于方法论角度，而成为系统工程整体过程中的核心手段。

既然系统工程以一定的系统为研究对象，而各种系统是那样千姿百态，各具特色，这就形成了不同专业的系统工程，例如[4]：

工程系统工程；

科研系统工程；

企业系统工程；

信息系统工程；

军事系统工程；

经济系统工程；

环境系统工程；

教育系统工程；

社会系统工程；

计量系统工程；

标准系统工程；

农业系统工程；

行政系统工程；

法制系统工程。

各专业还可以进一步划分，以利对系统的特殊性做出更切实际的研究。本书就是针对采矿工程领域做系统分析的。

第二节　系统工程的基础理论与工具

系统工程既然是用以解决综合性工程问题的技术，就往往需要多门学科的综合性知识，去实现系统的优化目标。

在系统工程的实践中，诞生并发展了运筹学（*Operations Research*或*Operational Research*）。做为系统工程主要理论基础的运筹学风华正茂，分支繁衍，目前较多采用的是如下各分支：

线性规划（*Linear Programming*）；

非线性规划（*Nonlinear Programming*）；

动态规划（*Dynamic Programming*）；

图论及网络分析（*Graph and Network Analysis*）；

排队论（*Queueing Theory*）；

存贮论（*Inventory Theory*）；

决策论（*Decision Analysis*）；

对策论（*Game Theory*）；

可靠性理论（*Reliability*）；

系统模拟（*Systems Simulation*）；

其它。

除运筹学以外，还有许多学科分支——数学的或者非数学的，经典的或者新兴的，也往往会起重要作用，例如：

线性代数；

概率论与数理统计学；

计算方法；

信息论与控制论；

模糊数学；

经济学；

有关的专业学科知识等等。

一个重要的出发点应该是从系统的实际出发，根据系统优化的要求去寻求适用的理论与方法，加以灵活运用，达到既定的系统目标。许多新兴理论与学科也正是在这种实际需要的推动下破土而出并迅速发展的。反之，如果把已有诸法当作灵丹妙药到处机械搬用，则不但未必能解决复杂的现实问题，而且会造成对有关学科分支的生命力的误解和埋没。

电子技术的迅速发展为系统工程提供了有力的工具——电子计算机。自本世纪四十年代电子计算机问世以来，已经历了五次更新换代，使人类不由自主地进入了计算机时代。各种类型的计算机及其外围设备，以其日新月异的存储能力及运算速度，以其巧夺天工的逻辑“思维”及日益完善的多种功能，为各行各业——包括条件复杂、艰苦、劳动力密集化的采矿业，提供了前所未有的强力手段。许多以前可望而不可及的繁难课题，已有可能利用计算

机求解。电子计算机做为一种先进的技术，促进了科学理论用之于实践，并反转来推动了科学理论的发展。

基于上述情况，人们常用“运筹学与计算机的应用”一语取代“系统工程”这一概念。例如，“运筹学与计算机在矿业中的应用”可视为“矿业系统工程”的同义语。

第三节 矿业系统工程国内外发展概况

早在本世纪五十年代，就开始了运筹学用于采矿业的研究。随着计算机技术的迅速提高，六十年代矿业系统工程得以蓬勃发展，其势至今不衰。矿业系统工程已成为系统工程各行各业中开展较为充分的一大支流，也给带有古老色彩的采矿业带来了新的活力。

国际计算机及运筹学在矿业中的应用学术会议（*International Symposium on the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industry*，简称APCOM）系由美国矿业学术界发起，1961年于亚利桑那大学举行首届学术会议，其后逐渐发展成为真正世界性的学术会议组织，各主要采矿国家无一不参加。至1987年已举行过二十次学术会议。APCOM的发展，已成为国际上矿业系统工程发展的一个缩影。

运筹学与计算机在矿业工程不同分支中的应用概况，可参看表1-1[5][7]。

表 1-1 历届APCOM会议发表论文的分类统计

研究内容	历届APCOM会议统计比例，%		
	第1～7届	第8～14届	第15～19届
地质勘探	27.5	13	14
矿床估价	13.5	21	7
采矿工程	19.5	33	47
选矿工程	16.0	15	14
其它	23.5	18	18

另据1956～1984年间所发表的运筹学在矿业中应用方面近三百篇论文的统计[6]，其应用领域如表1-2所示。

表 1-2 运筹学在矿业中应用分类表

研究内容	论文篇数	研究内容	论文篇数
露天开采	68	设备选择，配置及进度计划	35
井工开采	30	矿内运输	29
长期及短期生产计划	166	矿外运输	25
边界品位及产量规模	22	矿井通风	16
露天矿设计	35	环境工程	13
矿物洗选	23	地质勘探	7
矿石供应及品级控制	34	地质统计学	13
选矿厂址选择	6	矿业经济	25
设备可靠性，维修及更新	14	财务分析	13

注：因某篇论文可能涉及几个研究领域，故各分项总和超过论文总篇数。

尽管资料来源及统计方法不尽相同，由表1-1和表1-2可以看出，运筹学与计算机在矿业系统中应用日趋广泛，涉及广阔领域；在诸研究领域中，采矿工程方面占据重要地位，其占有比重一直呈增长之势；而与井工开采相比，露天开采方面似有更长足的进展，这可能与露

天开采的作业特点有关。

从运筹学的方法论角度，运筹学（及其他学科）各分支在矿业中的应用情况可参看表1-3[7]。

表 1-3 运筹学(及其他学科)各分支在矿业中的应用情况

所用理论及方法	占有的百分数
数理统计学及地质统计学	23
系统模拟	17
数学规划、排队论，存储论	9
数值方法	19
数据库管理系统	13
过程控制	5
其　它	14

注：上表系根据1977～1986年 APCOM 会议资料统计。

关于运筹学各分支在矿业中应用情况，还可参看表1-4[6]。表中资料来源同表1-2，按运筹学分支来分类，但不包括系统模拟。

我国矿业系统工程的研究，在50年代末期已有萌芽，60年代前期有若干初步研究成果出现。由于历史的原因，在相当长的一段时间内我国矿业系统工程的发展出现了停滞，而国际上恰在同一时期有了迅猛发展。直到70年代中后期，才重新认识，奋起直追。此后，冶金、煤炭等工业部门学术交流活跃，形成了一个强有力的系统工程分支。进入80年代后，研究工作更加深入广泛，研究成果纷至沓来。1984年国际第18届 APCOM 会议及其它有关计算机应用国际会议首次收入我国论文，是我国矿业系统工程步入世界的标志。至此，我国矿业系统工程已进入了蓬勃发展的时期。

表 1-4 运筹学各分支在矿业中的应用情况

模型种类	所包含运筹学分支	涉及论文篇数	占有的百分数
线性模型	线性规划 混合整数规划 整数规划 0—1规划	119	32.5
	图论及网络	52	14.2
多目标模型	多目标规划 目标规划 综合平衡规划	13	3.6
非线性模型	非线性规划 二次规划 几何规划 分离规划	87	23.8
动态模型	动态规划	48	13.1
随机模型	随机规划 随机过程 排队论 决策论	47	12.8

参考文献

〔1〕 C.McMillan and R.F. Gonzalez,《Systems Analysis—A Computer Approach to Decision Models》,

Irwin Series in Quantitive Analysis for Business. 1968.
〔2〕 王众托编,《系统工程学》,国防工业出版社,1980年12月。
〔3〕 汪应洛主编.《系统工程导论》,机械工业出版社,1982年1月。
〔4〕 钱学森,"大力发展系统工程,尽早建立系统科学的体系",《系统工程论文集》,1981年.
〔5〕 D G Krige. "The Human Element in APCOM's Development" 《APCOM》, Papers Presented at the 15th International Symposium On the Application of Computers and Operations Research in the Mineral Industries》. July 1977.
〔6〕 J.West-Hansen and E Topuz, "Review of Operations Research Applications in the Mining Industry". 1985。
〔7〕 K.V Ramani and K V Prasad."Worldwide Trends in Computer and Operations Research Applications in the Mineral Industry", 13th World Mining Congress Stockholm, June 1987

第二章　系统模型与系统模拟基础

本章带有基础原理和预备知识的性质。在本章中，将建立系统模型的基本概念，讨论一般的建模方法，尤其是常用的数学模型建立的方法、步骤及其涉及要点，以求对于系统模型及其建立获得一个初步的较为完整的印象。

本章对于系统模拟方法做了较多介绍与讨论。这不但是因为系统模拟在矿业系统中有广泛应用，而且鉴于在一般的运筹学原理书籍中对这一重要分支往往介绍过于简单，难于满足基本需要。关于模拟语言，也在本章略做简介。

第一节　基　本　概　念

为了对某个系统进行研究，需要构筑一定的信息体系，即模型（*model*）。模型可以划分为物理（*physical*）模型和数学（*mathematical*）模型，其中物理模型是建筑在系统之间某些相似性能上的，然后利用有关的物理定律来控制模型，例如：利用机械系统与电力系统的相似性，或电学与流体力学的相似性来构筑模型等；数学模型则用数学符号和等式来表达该系统的特征。模型又可划分为静态的（*static*）与动态的（*dynamic*），静态模型仅反映系统处于平衡状态时的指标，动态模型则可反映由于系统行为随时间进展而引起的系统变更。

对于数学模型而言，按其解题方法，可采用分析方法（*analytical method*）或数值方法（*numerical method*）。前者是用数学理论的演绎推理方法去求得模型的解。后者则应用一系列的计算程序去解题，例如用数值表去一步步求解。模型可做如图2-1所示的分类[1]。

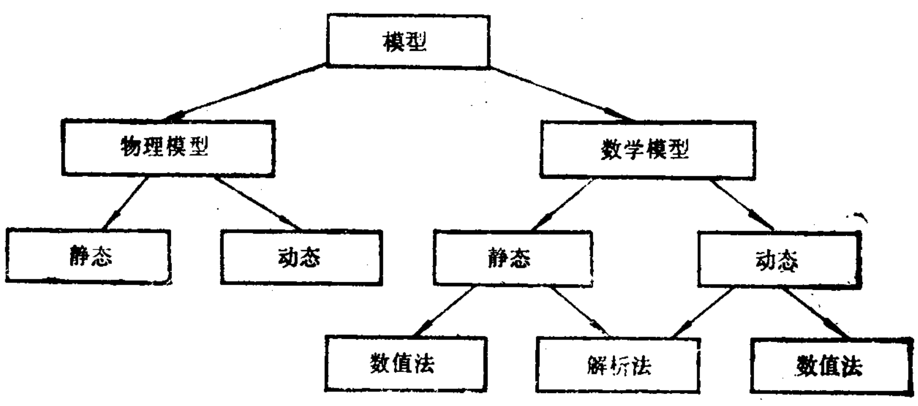


图 2-1　模型类型

按照系统中行为发生的特点，模型还可划分为确定型（*deterministic*）与随机型的（*stochastic*）。后者因有随机性变量参与，所得结果带有随机变动性。

另外，按照某一系统随周围环境做连续式渐变或间断式突变，系统又可划分为连续系统（*continuous system*）及离散系统（*discrete system*），在构筑模型及其解法上亦各具特点。

系统模拟，或称系统仿真（*system simulation*）是通过观测系统结构及其随时间的变化

而建立起一个模型并对其求解的一种技术。利用这种模型，可以再现系统的状态及特性。实际上，系统模拟大多用于动态数学模型，用数值方法求解。下面我们所讨论的也多是这种类型的系统模拟问题。

计算机科学技术的迅速发展，使系统模拟技术获得了强有力的计算工具。借助于计算机记忆量大、运算速度快及逻辑性严格的功能，可以使复杂系统的课题得以准确、迅速地解决。

系统模型建立的步骤，因时因地而异，并无一定之规。图 2-2 所示模型建立过程可供参考。

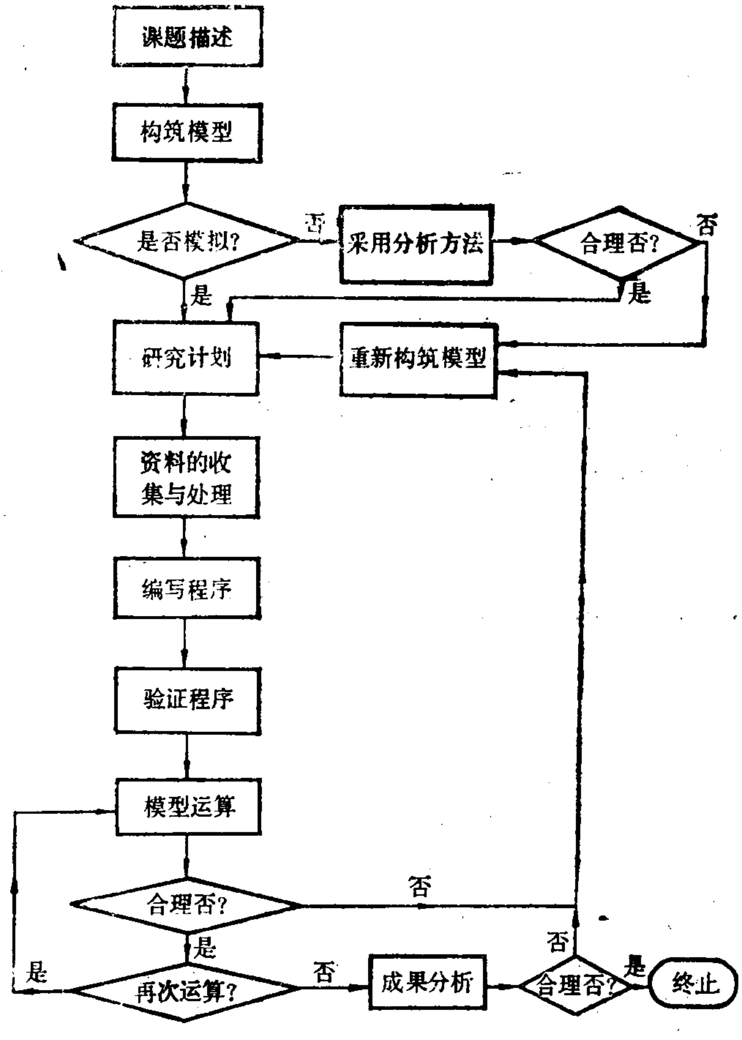


图 2-2 系统模型建立过程

通过系统分析，我们可以把一个极其复杂、变幻莫测的现场实际系统，抽象、提炼成一个简明扼要、反映系统实质的模型。这样，在现实世界里旷日持久的时域中、广阔范围的空间内所发生的事情，通过模型运算，可以在很短的时间里完成。例如，在矿区方圆数里或数十里，许多班甚至若干月、若干年开采过程中发生的事件，通过一纸程序，上机运算时间仅以分秒计，即可得出预期结果，不禁令人产生“山中方一日，世上已千年”的感慨。再则，我们又可以利用这种数学模型进行大量的实验研究工作。这种试验在现实系统中往往需要耗费大量人力物力、甚至是难以实现的；而利用模型，则可集中精力于重要环节、重要参数之间的关系，设计出不同的方案进行运算与对比分析，从而对整个系统的特性有更深入的掌握，并可对未来的发展做出预测，或为该类系统的改造提出科学依据。因此，模型又象一个实验室，供我们运筹于帷幄之中，决胜于千里之外。当然，这些功能都只有在模型正确地再现了现实系统实质的基础上才能体现。

还有一点需要说明，做为广泛采用的数值方法求解，模型运算结果往往不是一个单一最优解，而是一系列步骤求解的集合。对此，与其看做是数值方法模型的缺点；不如看做是优点。因为模型可以提供一系列中间运算结果，这就便于我们去从逐个阶段、逐个侧面去分析研究，致力于局部的及全局的优化。

从某种意义上说，系统模拟是一种“照猫画虎”的办法，但是它又是一种通用性强的方法。面对客观实际提出的课题，人们总是首先企图采用某种分析方法去求解，但一个错综复

杂的系统又往往难于用一种或几种分析方法去解决，经过试用、失败，最后可能还是回到全部或局部系统模拟方法上来。从这种意义上，系统模拟又是“万能”的方法。这也正是系统模拟较之其它运筹学分支有着更广泛的应用的原因。

第二节　均匀随机数及随机变量的产生

随机性数学模型，是以包含随机性变量（*random variable*）为其特征的。所谓统计模拟方法又称蒙特卡洛（Monte Carlo）方法，指的就是这类模型，它利用各种不同分布随机变量的抽样序列，模拟给定问题的概率统计规律，给出问题数值解的渐近统计估计值。因此，不同分布随机变量的抽样序列的产生，是统计模拟方法理论研究的一个重要问题，也是这种方法能否成功应用的基础。

产生随机变量抽样序列的方法是：

第一步，产生均匀随机数抽样序列；

第二步，由均匀随机数产生一定分布的随机变量抽样序列。

一、均匀随机数的产生

所谓均匀随机数，是指服从均匀分布的随机变量。

为了模拟工作的方便，一般使用[0,1]区间的均匀随机数。其概率密度函数如图2-3(a)，用下式表示：

$$f(x)=\begin{cases}1 & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 0 & \text{其它}\end{cases} \tag{2-1}$$

其概率分布函数如图2-3(b)，用下式表示：

$$F(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ x & 0\leqslant x\leqslant 1\\ 1 & x>1\end{cases} \tag{2-2}$$

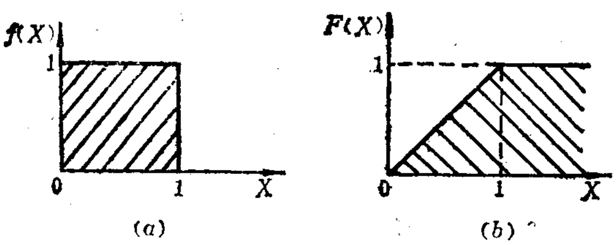


图 2-3　均匀分布的概率密度函数（a）及概率分布函数（b）

模拟一个实际问题，往往要用到数以万计的均匀分布随机数。因此，必须首先解决均匀随机数的产生问题。

产生均匀随机数的方法可大致分为三类：

第一类是使用随机数表，即把已有的随机数表输入计算机供调用。这种方法要占用大量存储单元，随机数表长度也有限，现已很少使用。

第二类是物理方法。在数字计算机上安装一台物理随机数发生器，把具有随机性质的物理过程变换为随机数，如：以放射性物质为随机源的放射型随机数发生器，以电子管或晶体管的固有噪声为随机源的噪声型随机数发生器等。使用物理方法可以得到真正的随机数，但需专门设备且不便使用。

第三类是数学方法，也是目前使用较广、发展较快的一类方法。

由于数字计算机只能表示有限个不同的数，严格说来，它不能产生真正连续分布的随机数，而是用离散分布的随机数来代替。所以通常把用数学方法产生的随机数称为伪随机数

(*Pseudo random number*)。但在多数情况下，这种替代并不影响统计模拟结果的精度。用数学方法产生伪随机数的速度快，占用计算机内存小，对模拟的问题可以进行复算检查，一般又有较好的概率统计性质，故应用很广。

对用数学方法产生伪随机数的要求是：产生的数值序列要具有均匀总体简单子样的一些概率统计特性，通常包括分布的均匀性，抽样的随机性，试验的独立性和前后的一致性等；产生的伪随机数要有足够长的周期，满足模拟实际问题的要求；产生伪随机数的速度快、占用数字计算机的内存小。

产生伪随机数的数学方法有多种，现略述其常用者。

（1）迭代取中法。方法实质是：任取N位整数做为初始值，将此数经一定的运算，然后截头去尾取其中间的N位所组成的数做为一个随机数，然后继续迭代上述过程，得出一个随机数序列。这里有自乘取中法（中平方法）、乘积取中法等。现以乘积取中法为例说明其随机数的产生方法。

在b进制计算机上，取$2K$位的数x_0，x_1做为初值，用下列递推公式：

$$x_{n+2}\equiv\left[\frac{x_{n+1}\cdot x_n}{b^k}\right](mod\ b^{2k})\qquad(n=0,1,2,\cdots)\qquad(2\text{-}3)$$

产生伪随机数：

$$r_{n+2}=x_{n+2}b^{-2k}\qquad(n=0,1,2,\cdots\cdots)\qquad(2\text{-}4)$$

式(2-3)中，令方括号内数字为B，则$[B]$表示不超过实数B的最大整数，若这一最大整数值为A，且令b^{2k}等于M，则$C\equiv A(mod M)$表示整数A被正整数M除后的余数，称为按模为M的同余式。这里$X_{n+2}=C$。

例如，在十进制计算机上，取初值$x_0=1234$，$x_1=5678$，$k=2$，则有：

$$x_2\equiv\left[\frac{5678\times1234}{10^2}\right](mod10^4)$$

$$=0066$$

$$r_2=0066\times10^{-4}=0.0066$$

$$x_3\equiv\left[\frac{0066\times5678}{10^2}\right](mod10^4)$$

$$=3747$$

$$r_3=3747\times10^{-4}=0.3747$$

依次继续迭代下去。

（2）移位法。这种方法是利用数字计算机能够对数字进行前后移位和逻辑运算等特点而设计的。例如，在一台字长尾数36位二进制数字计算机上，取一个初始值x_0，将x_0左移7位得到x_{01}，右移7位得到x_{02}，把x_{01}，x_{02}相加得到x_1，对x_1重复上述过程得x_2，…可得到正整数序列$\{x_n\}$，取$\{r_n=x_n\cdot2^{-36}\}$为$[0,1]$上均匀分布的伪随机数，这一算法的递推公式可以记为：

$$x_{n+1}\equiv[x_n\cdot2^7+x_n\cdot2^{-7}](mod2^{36})\qquad(2\text{-}5)$$

（3）同余法。这种用同余运算产生伪随机数的方法发展迅速，使用普遍。它又可包括和同余法，乘同余法，混合同余法和组合同余法等。现对广泛应用的乘同余法做一简介。

乘同余法的递推同余式为：

$$x_{n+1}=\lambda x_n(modM) \tag{2-6}$$

式中λ为乘子，M为模数。λ、M连同初值x_0三个参数，对于产生伪随机数序列的效果有很大影响，一般应按下列诸式选取。

模数：$M=b^k$。当$k>2$时，可以得到最大可能周期$T=b^{k-2}$的伪随机数序列。式中：b—进制数；k—尾部字长位数。

乘子λ：λ应与M互素，并有

$$\lambda=8\alpha\pm3 \tag{2-7}$$

式中　α为任意正整数。

初值x_0：应为任一奇数。

二、由均匀随机数产生随机变量

（1）直接抽样。如果随机变量η的概率分布函数$F(x)$连续，则$r=F(\eta)$是[0，1]上均匀分布的随机变量。由此基本定理出发，就可由[0，1]上的均匀随机数r来产生随机变量η的抽样值x，如图2-4。

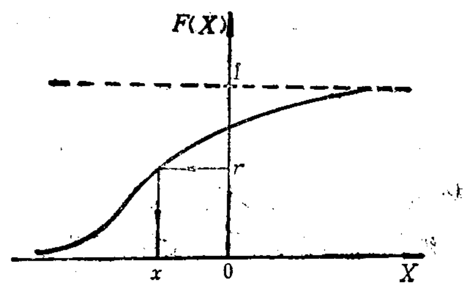


图 2-4　直接抽样

直接抽样法简单方便，适用于任意分布的随机变量，包括不能用分析式表达的经验统计分布。

（2）变换抽样。

通常利用分布函数的逆变换公式来产生随机变量。如图2-4，可在[0,1]上找出一个均匀随机数r，使$F(x)=r$。则有：

$$x=F^{-1}(r) \tag{2-8}$$

式中　F^{-1}是逆变换表达式，即随机变量x成为均匀随机数的函数。

例如，负指数分布的概率分布函数及其逆变换式分别为（图2-5）

$$F(x)=1-e^{-\lambda x} \tag{2-9}$$

$$x=F^{-1}(r)=-\ln(1-r)/\lambda \tag{2-10}$$

式中　$\frac{1}{\lambda}$为均值。

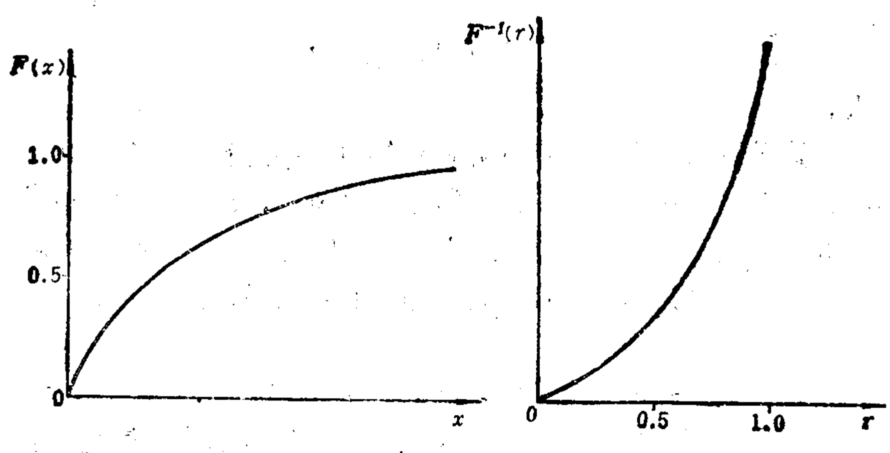


图 2-5　逆变换抽样

但有些分布函数难于找到其逆变换式，或虽能找到但极复杂，以至无法计算，这是此法

的局限性。

（3）舍选取样。这种方法是按一定的检验条件进行舍选，以得到某种概率分布的随机变量抽样值。此法由于方法灵活、计算简单、使用方便而得到较为广泛的应用。

设随机变量η在有限区间$[a, b]$上取值，密度函数$f(x)$在$[a, b]$上取有限值。其最大值为f_{max}。现得均匀随机数r_1与r_2，若

$$f_{max} r_2 < f[(b-a)r_1 + a] \tag{2-11}$$

成立，则所取随机变量

$$\eta = (b-a)r_1 + a \tag{2-12}$$

以$f(x)$为密度函数；否则舍弃这次计算结果，另外产生两个$[0, 1]$均匀随机数r_1和r_2，再由式（2-11）来判断，证明从略。其直观意义可用图2-6说明。在边长为f_{max}和$(b-a)$的矩形内任投一点P（其座标位置可由r_1与r_2限定）。若随机点P（如P_1）位于密度曲线$f(x)$下面，则以该点的横坐标做为随机变量η的一个抽样值；否则（如P_2）舍弃该点，另取随机数重新检验。

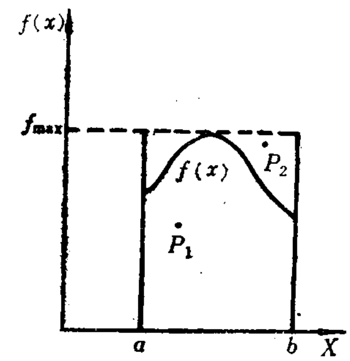


图 2-6　舍选取样

（4）复合抽样。此法是利用某些容易得到的随机变量值，来组合成所需的随机变量。

例如，欲得Poisson分布的随机变量抽样序列。若Poisson分布的均值为λ，依次取$[0,1]$中的均匀随机数r_i，$i=1, 2, 3 \cdots, n$，当达到

$$\prod_{i=0}^{n} r_i > e^{-\lambda} \tag{2-13}$$

时，n便是以λ为均值的Poisson随机变量值。

（5）近似抽样。这种方法一般用于分布函数的计算式无法求出的情况。

例如，正态分布的随机变量可有多种近似抽样方法。下面举其一二。

方法之一，先用统计近似产生$N(0, 1)$分布的随机变量u。根据中心极限定理，取均匀随机数r_1、r_2、……、r_n，有近似抽样

$$u = \sqrt{12n}\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} r_i - \frac{1}{2}\right) \tag{2-14}$$

式中　n值常取6或12。

然后做一线性变换

$$x = \mu + \sigma \cdot u \tag{2-15}$$

即可得到数学期望为μ，均方差为σ的正态分布随机变量值x。

方法之二，*Hasting*的有理逼近方法。用有理公式逼近正态分布函数以产生正态随机变量。取

$$z = \begin{cases} \sqrt{-2\ln r} & (0 < r \leqslant 0.5) \\ \sqrt{-2\ln(1-r)} & (0.5 < r < 1) \end{cases} \tag{2-16}$$

则可得出$N(0, 1)$分布的正态随机变量值