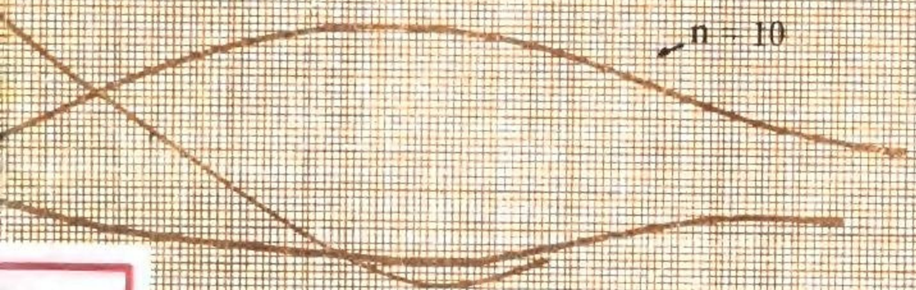
经济控制论基础

西南财经大学出版社

明安联　编著



JINGJI KONGZHILUN JICHU

责任编辑：杨　涛
封面设计：王一丹

经济控制论基础

明安联　编著

西南财经大学出版社出版　西南财经大学出版社发行
四川省新华书店经销　郫县科技书刊印刷厂印刷

787×1092毫米　1/32　印张 6.437 字数 144 千字
1989年8月第一版　1989年8月第一次印刷
印数：1—1000册

书号：ISBN7—81017—138—0/F·103

定价2.90元

前言

经济控制论是一门新的边缘学科。本书以马克思主义经济理论为指南，应用现代控制论的理论和方法，研究经济系统的调节控制原理，控制机制和程式，并结合若干应用模型展开分析和讨论。

全书共6章，内容包括经济控制论的系统理论与方法、控制系统的能控性、能观测性、稳定性及最优控制等。

本书的最大特点是理论严谨简明，应用实例较多，语言通俗。对于有兴趣于经济控制论研究的读者，是一本适宜的入门教科书或参考书。

目　录

第一章　经济控制论系统……………………………………（1）

§1—1　经济控制论的系统方法……………………（1）

§1—2　经济系统的基本描述……………………（3）

§1—3　经济系统的行为方式……………………（7）

§1—4　经济系统的耦合…………………………（12）

§1—5　耦合网络的总体行为方程………………（19）

§1—6　系统耦合结构图的简化…………………（23）

习题……………………………………………………（29）

第二章　经济控制及其数学描述……………………………（31）

§2—1　控制系统的基本结构与控制的基本方式（32）

§2—2　经济控制系统的基本行为方程…………（37）

习题……………………………………………………（51）

第三章　经济控制系统的动态分析…………………………（53）

§3—1　连续动态经济系统的状态空间…………（54）

§3—2　连续动态经济系统状态方程的解………（64）

§3—3　拉普拉斯变换与状态方程的解及信流图解法……………………………………………（70）

§3—4　离散动态经济系统的状态空间…………（78）

§3—5　离散经济系统状态方程的解……………（83）

§3—6　Z变换及系统的传递函数…………………（90）

习题……………………………………………………………（94）

第四章　经济控制系统的能控性与能观测性………………（96）

§4—1　控制系统的能控性…………………………………（97）
§4—2　控制系统的能观测性………………………………（104）
习题……………………………………………………………（111）

第五章　经济控制系统的稳定性……………………………（113）

§5—1　控制系统的稳定性概念……………………………（113）
§5—2　线性时不变系统的稳定性…………………………（118）

第六章　经济系统的最优控制………………………………（133）

§6—1　经济最优控制概念…………………………………（133）
§6—2　泛函的极值…………………………………………（135）
§6—3　连续经济系统的最优控制…………………………（141）
§6—4　最优经济控制模型…………………………………（151）
§6—5　具有二次型性能指标的最优控制…………………（161）
§6—6　极值原理……………………………………………（164）
§6—7　离散经济系统的最优控制…………………………（170）
§6—8　贝尔曼动态规划方法………………………………（172）
§6—9　离散二次型性能指标的最优控制…………………（192）
习题……………………………………………………………（196）

第一章　经济控制论系统

§1—1　经济控制论的系统方法

把经济组织看成是一个由许多相互制约的部门所组成的整体来进行研究，就是经济控制论的系统方法。

所谓系统是指"依因果关系连接在一起的元素所组成的一个"集合"（兰格），或者说成是"相互制约的若干部分组成的具有一定功能的整体"（钱学森）。我们常说工业系统、农业系统、商业系统、外贸系统、国防系统、文教系统等都是系统的直观概念。

系统较全面的定义具有三层意义：（1）系统是具有一定结构（亦即相互存在着某种稳定联系）的元素所组成的集合，一切与该系统有关联的其它元素的集合称之为系统的环境(或外系统)，系统的结构是系统具有相关性的体现；（2）系统以整体方式与环境相互作用，系统接受环境的作用，并通过对环境的反作用（响应）表现其功能。在研究中，常把系统作为黑框。系统接受环境的作用表现为输入，系统对环境的反作用表现为输出（图1—1）。系统通过输入和输出的

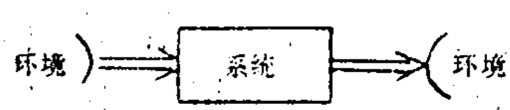


图1—1

强度来定量地表现系统与环境的相互作用程度；（3）系统作为整体在不同程度上具有有序性、稳定性、动态性和适应性等特征。

一个国家的国民经济就是一个高度复杂的大系统。它由许多相互有联系、相互制约的经济部门组成。为了保证国民经济稳步增长，必须科学地从宏观上调控国民经济系统。这就需要以整体的观点来看待国民经济中所发生的现象和过程，并用综合的方法将经济机体作为整体来研究。

经济系统与其它系统（如技术系统、生物系统等）有着不同的本质特征。经济系统与其它系统的根本区别在于：它包含人的因素，即人可以直接地、间接地参与并完成决策、指挥、监督和控制等功能。我们说，凡是具有某种直接的经济目标，能独立执行相应的经济功能的经济实体，都可以看成是经济系统。

在所有经济系统中，都应存在以各种方式组合的各种形态的物质（原材料、成品、半成品等）、能源、信息（科技情报、商业情报、决策指令、效用指标等）、资金（货币、各种有价证券等）、劳务（体力与脑力的）等量。这些量在经济系统内部流动，形成物质—能源—信息流。

经济系统从其环境（包括与该系统有关联的其它经济系统或社会系统和自然系统等）中获取的经济物质—能源—信息流量的总和，构成该系统的输入；该系统活动的结果又体现为转向其环境的物质—能源—信息流量，这些流量的总和构成系统的输出再反作用于环境（如图1—2）。

一个经济系统往往可以分解为若干子系统。反过来可以说，经济系统由各种经济子系统组成。子系统体现经济行为

图 1 — 2

的不同方面、不同层次。子系统各自具有相应的子目标，执行并完成不同的子功能。

根据不同的分析目的，按照不同的角度，不同的要求，可对经济系统进行不同的分析。例如若按经济活动的行业看，则工业、农业、建筑、交通、商业、金融、外贸等各领域，各自都是平行的经济系统，它们属于国民经济这个总系统的子系统。若按某种运行机制看，则可将以上经济系统打散，重新组成新的经济系统，如能源开发系统，人口控制系统等等。

作为一个例子，我们将罗马尼亚著名经济控制论专家曼内斯库建立的国民经济总系统控制论模型介绍给读者（如图1—3所示）。

§1—2 经济系统的基本描述

为叙述方便，我们用字母S表示某经济系统，S的描述问题一般分以下三个方面来讨论：（1）系统的功能描述；（2）系统的输入——输出描述；（3）系统的状态描述。

前面已指出，任何一个经济系统都具有一定的功能，记为f_i（$i=1, 2, \cdots, n$），这些功能f_i的集合：$F=\{f_1, f_2,$

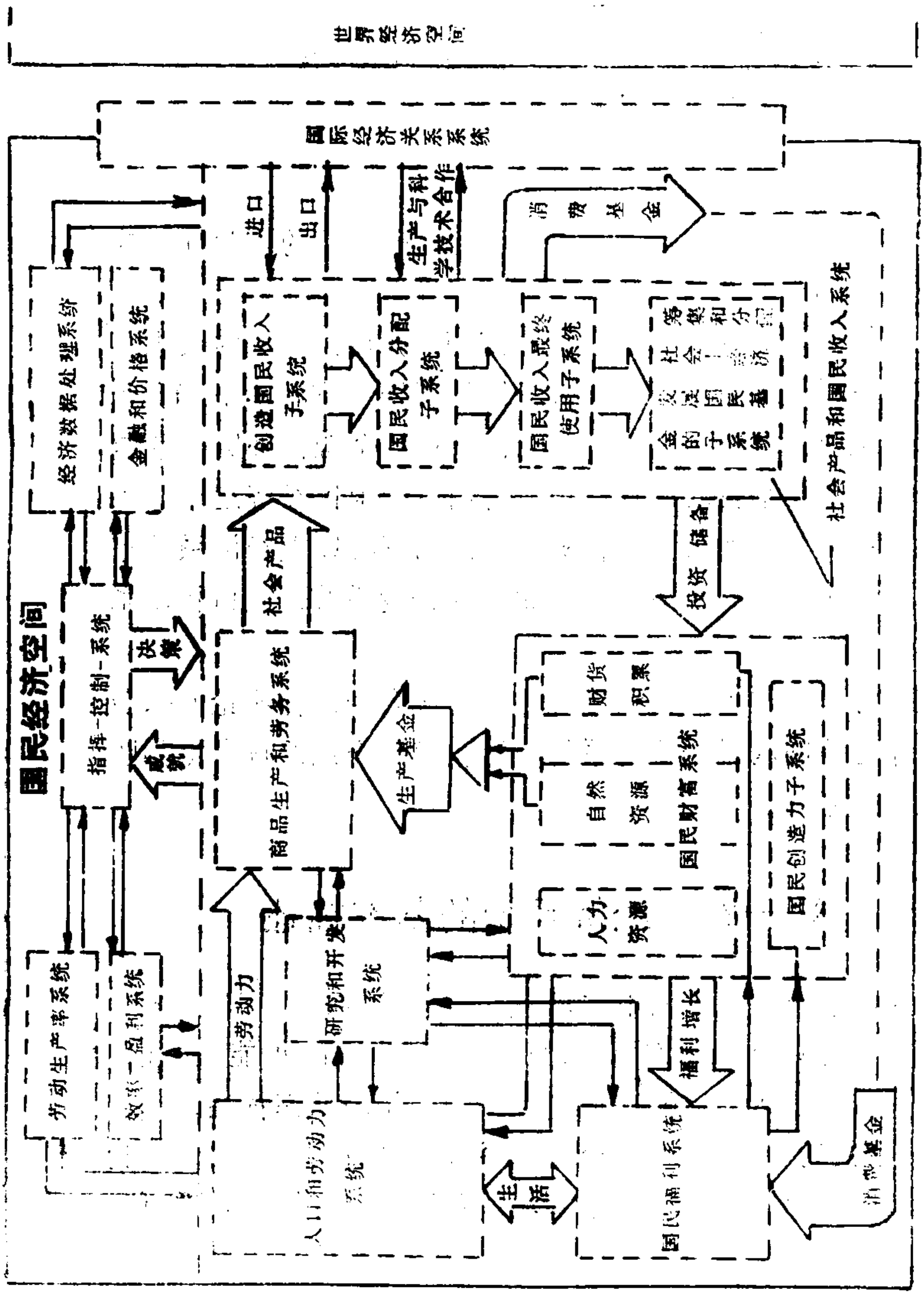


图1－3　　国民经济总控制论系统

$\cdots$, $f_n\}$ 就构成系统的功能集。

系统的输入来自环境，系统的输出作用于环境。对于输入与输出我们作如下假设：1^0输入与输出的数目为有限个；2^0对每一个输入或输出，必须经过一定模拟，考察为一个变量(其内容是一个有代表性的数值或特征符号)；3^0每个变量至少可取两个不同的值，以表现输入与输出的变化，变量的取值范围称为输入与输出的定义域；4^0一般地，由于S的功能实现过程与时间有关，因此输入与输出变量须考察随时间t的变化规律(这时的系统表现为动态系统)。

假设输入与输出变量在一定时刻取的值在各种情况下都是一个(实)数，我们对变量编号后引入向量。

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ Xn \end{pmatrix}, \qquad Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Yn \end{pmatrix}$$

X称为输入向量，Y称为输出向量。

系统的输入－输出描述是系统的外部描述。

系统的状态描述是系统的内部描述。即对系统S，引入若干参数$d_i(i=1, 2, \cdots k)$，它的值表示S的内部状态特征，我们一般设

$$(D=d_1, d_2, \cdots, d_k)^T$$

表示这个参数集。或者令 $D=\begin{pmatrix} d_1 \\ \vdots \\ d_k \end{pmatrix}$，称之为状态向量。

例1 关于一个工厂的某生产车间的某制造工段给出了如下信息：该工段制造三种中间产品P_1、P_2、P_3；为达到一定的生产量必须各使用一定的工时总数；作业前提是各有一套工艺文件；对于三种材料M_1、M_2、M_3要有一定的投

入量。

我们将这个工段看作是一个系统S。该系统的"功能"可描述为：$F=\{f_1, f_2, f_3\}$，其中$f_i=$"产品P_i的制造"，$i=1, 2, 3$。该系统的"输入"描述如下：（1）按产品P_1、P_2、P_3分别提供工艺文件(信息的输入)，有或者(记为∨)没有所需的工艺文件分别记为$X_1=1\vee 0$，$x_2=1\vee 0$，$x_3=1\vee 0$，即有工艺文件用"1"表，否则用"0"表示；（2）按材料种类M_1、M_2、M_3分别提供材料(物质的输入)，其材料数量分别记为x_4、x_5、x_6，$x_i\in(0, 6]$。于是得到输入向量：$X=(x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5\ x_6)^T$。

该系统的输出描述为：按P_1、P_2、P_3区分交付所制造的产品，产量分别用y_1，y_2，y_3表示，于是得到输出向量：$Y=(y_1\ y_3\ y_3)^T$。

该系统的内部状态可描述如下：设$d_i=$"系统S执行功能f_i"，$i=1, 2, 3$。$d_i=$"系统S完成产量y_j的规定工时总数"，$j=4, 5, 6$. $d_1, d_2, d_3\in\{0, 1\}$，即"正常工作"用"1"评价，"未正常工作"用"0"评价。于是得到状态向量：

$$D=(d_1\ d_2\ d_3\ d_4\ d_5\ d_6)^T。$$

如果在某时刻考察该系统S有如下信息：

$X=(1\ 1\ 1\ 20\ 25\ 40)^T$，　$Y=(2\ 8\ 4)^T$，

$D=(1\ 1\ 1\ 180\ 180\ 180)^T$。这些信息表明：（1）在此时刻该工段制造产品$P_1$、$P_2$、$P_3$都有工艺文件，提供材料$M_1$共20个数量单位，$M_2$共25个单位，$M_3$共40个单位；（2）在此时刻该工段有2个数量单位的P_1产品，有8个单位P_2产品，有4个单位P_3产品；（3）在此时刻该工段制造

各产品工作正常，完成各产量所需工时总数都分别为180个时间单位。

§1—3 经济系统的行为方式

前面我们讨论了系统的输入－输出描述，系统S通过它的输入接受环境的行为(环境对S的作用)，同时通过输出将自己的行为传输给环境(S对环境的作用)。因此我们说，系统S表现出一种能动性。但那里我们丝毫未涉及输入与输出的关系。存在于输入与输出之间的关系称作系统S的自身行为方式。这种行为的结果使系统由输入经一定"变换"产生输出。我们称这个变换为算子，记为T，于是利用输入与输出向量，系统S的行为方式可由方程

$$Y = TX \qquad (1)$$

表示，该方程称为系统S的行为方程。它给出了系统由输入到输出之间，系统运行的某种确定规则。

一般说来，算子T有极不相同的内容，我们列举几种简单算子如下：

（1）0－1算子

设$X=(0\vee1 \quad 0\vee1 \quad \cdots \quad 0\vee1)^T$，$Y=(0\vee1 \quad 0\vee1 \quad \cdots \quad 0\vee1)^T$，则0－1算子定义为

$$T\downarrow\begin{matrix}0&1\\0&1\end{matrix}、\ T\downarrow\begin{matrix}0&1\\1&0\end{matrix}、\ T\downarrow\begin{matrix}0&1\\1&1\end{matrix}、\ T\downarrow\begin{matrix}0&1\\0&0\end{matrix} \qquad (2)$$

许多控制系统都用到0－1算子，如自动售货机、开关电路、经济系统的定性评价（如完成任务好为"1"，不好为"0"）等。

（2）先导算子

设输入X在时刻t_1，t_2，…，t_n，…的值为X_1，X_2，…，X_n，…，则先导算子定义为

$$X_{i+1}=TX_i \tag{3}$$

一般地记这里的T＝E，即

$$X_{i+1}=EX_i \tag*{(3)$'$}$$

（3）回倒算子

回倒算子定义为$X_{i-1}=TX_i$，一般记这里的$T=E^{-1}$，即

$$X_{i-1}=E^{-1}X_i \tag{4}$$

（4）比例算子

令T＝k（≥1或≤1或＝1），k为一实数，则称T为比例算子。当k≥1时，常称相应系统为放大器；当k≤1时，常称相应系统为减缩器。当k＝1时，称为恒等器；这时称这样的算子为恒等算子。一般记恒等算子为I，即有X＝IX。

（5）矩阵算子

当输出Y的各分量y_i线性地决定于X的各分量时，则称T为矩阵算子，常记矩阵算子为A，即有Y＝AX，其中

$$A=(a_{ij})_{m\times n} \tag{5}$$

（6）微分算子T（或D）。

即有$Y=TX=X'(t)$，或写为

$$Y=DX \tag{6}$$

（7）积分算子

即有 $Y=\int_a^x X(t)dt$或写为$Y=D^{-1}X$ （7）

（8）有限差分算子Δ

即　$X_{i+1}-X_i=\Delta X_i$　$(T=\Delta)$　(8)

(9)求和算子Σ

即　$X_1+X_2+\cdots+X_i=\Sigma X_i$　$(T=\Sigma)$　(9)

(10)线性算子

设X_1，X_2为系统的两个不同的输入，Y为输出，如果算子T满足条件

$$Y=T(C_1X_1+C_2X_2)=C_1TX_1+C_2TX_2 \quad (10)$$

则称T为线性算子。

易证，先导算子、回倒算子、比例算子、矩阵算子、微分与积分算子、有限差分算子、求和算子都是线性算子。

下面我们定义算子的运算。

1^0两个算子T_1与T_2之和定义为

$$(T_1+T_2)X\overset{\Delta}{=}T_1X+T_2X \quad (11)$$

2^0两个算子T_1与T_2之差定义为

$$(T_1-T_2)X\overset{\Delta}{=}T_1X-T_2X \quad (12)$$

3^0两算子T_1与T_2之积定义为

$$(T_2T_1)X=T_2(T_1X) \quad (13)$$

4^0算子T的n次幂定义为

$$T^nX=(T\cdots T)X \quad (14)$$

5^0算子T的逆T^{-1}定义为

$$TT^{-1}X=T^{-1}TX=IX=X \quad (15)$$

前面的回倒算子是先导算子的逆算子，积分算子是微分算子的逆算子，显然T与T^{-1}互为逆算子。

利用算子的运算，可将差分算子和求和算子用先导算子与恒等算子分别表示为

$$\Delta X_i = X_{i+1} - X_i = EX_i - IX_i = (E-I)X_i$$

即 $$\Delta = E - I \tag{16}$$

$$\Sigma X_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

$$= \overbrace{E^{-1}E^{-1}\cdots E^{-1}}^{(n-1)个} X_n + \cdots + E^{-1}X_n + IX_n$$

$$= (E^{-(n-1)} + \cdots + E^{-1} + I)X_n$$

即 $$\Sigma = I + E^{-1} + \cdots + E^{1-n} \tag{11}$$

因 $$(I + E^{-1} + \cdots + E^{1-n})(E^{-1} - I) = E^{-n} - I$$

故 $$\Sigma = (E^{-n} - I)(E^{-1} - I)^{-1} \tag{18}$$

定理I 若T_1与T_2是线性算子，则它们的和、差、积、幂、逆都是线性算子。

证明留给读者。

对于一个系统S，如何根据输入与输出的变化关系找到算子T，从而确定其行为方式呢？一般说来，这是一个复杂的问题。对于矩阵算子，在下列假设下，可以相对容易地确定T。

给X的分量x_j以增量Δx_j，其余分量不变，设

$$\Delta Y^{(j)} = \begin{pmatrix} \Delta y_1^{(j)} \\ \vdots \\ \Delta y_m^{(j)} \end{pmatrix}$$，这里$\Delta Y^{(j)}$表示输入X的仅第j个分量变化而引起的输出向量的相应变化。

令 $$a_{ij} = \Delta y_i^{(j)} \big/ \Delta x_j, \quad i = 1, 2, \cdots, m, \quad j = 1, 2, \cdots, n$$

称a_{ij}为局部行为系数，于是我们得到行为算子

$$A = (a_{ij})_{m \times n} \tag{19}$$

证明　因Δy_i线性地依赖于$\Delta x_j(j=1,2,\cdots,n)$，可令$\Delta y_i=a_{i1}\Delta x_1+a_{i2}\Delta x_2+\cdots+a_{in}\Delta x_n$，$i=1,2,\cdots,m$ 仅当x_j取得增量Δx_j，而其余分量保持不变时，有

$$\Delta y_i^{(j)}=0+\cdots+0+a_{ij}\Delta x_j+0+\cdots+0$$

$$=a_{ij}\Delta x_j,\qquad j=1,2,\cdots,n$$

于是，当x_1，…，x_n都取得增量时，Y的第i个分量y_i的增量应为以上增量的总和，即

$$\Delta y_i=a_{i1}\Delta x_1+\cdots+a_{in}\Delta x_n$$

即　　$\Delta Y=(a_{ij})_{m\times n}\Delta X$

因A为常数矩阵，故有　$Y=AX$。

例　设某系统S有三个输入分量x_1、x_2、x_3和三个输出分量y_1，y_2，y_3。已知$X=(20\ \ 40\ \ 80)^T$，$Y=(42\ \ 66\ \ 32)^T$。此外还可求出：（1）仅让输入$x_1=20$变为$x_1=26$时输出$y_1=42$变为45，$y_2=66$变为69，y_3无变化；（2）仅让$x_2=50$时，输出y_1增加2，y_2增加6，y_3增加2；（3）仅让$x_3=90$时，输出y_1增加3，y_2增加4，y_3增加3。于是可由（1）、（2）、（3）求得矩阵

$$A=\begin{pmatrix}0.5 & 0.2 & 0.3\\ 0.5 & 0.6 & 0.4\\ 0 & 0.2 & 0.3\end{pmatrix}$$

因此该系统的行为方程为$Y=AX$。

§1—4 经济系统的耦合

任何经济系统都不是孤立存在的。系统与系统之间的输入与输出联结称之为耦合。耦合分以下二种方式。

(一)串联耦合 参看图1—4所示的两个系统，我们看到S_2的两个输入分量$x_1^{(2)}$与$x_2^{(2)}$是由系统S_1的两个输出$y_2^{(1)}$和$y_3^{(1)}$构成。我们说对于两个系统S_1与S_2，如果S_2的某些输入来自S_1的某些输出，则称S_2与S_1串联耦合。

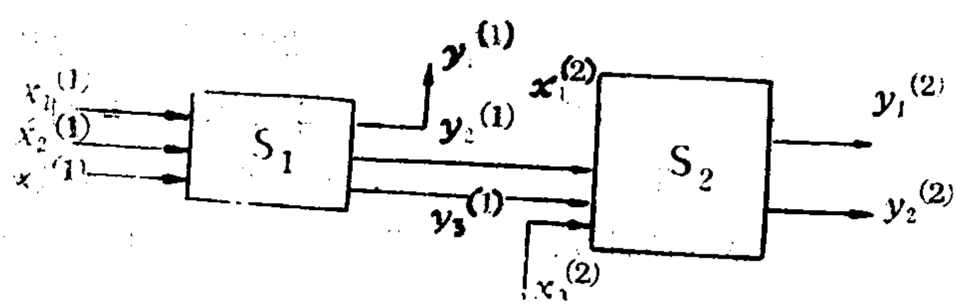


图1—4

显然，一般地当S_2与S_1相串联耦合时，至少有一对值(i，j)使方程

$$x_i^{(2)} = y_j^{(1)} \qquad i=1,2,\cdots,r, \quad j=1,2,\cdots,t \qquad (1)$$

成立，方程(1)称为耦合方程。其中r是系统S_2的输入向量维数，t是S_1的输出向量维数，如果考察方程(1)成立我们用“1”表示，不成立用“0”表示，则可得矩阵