

# 机器及仪表 弹性元件的计算

С.Д.波諾馬廖夫 Л.Е.安德烈耶娃 著

化学工业出版社

## 内 容 简 介

本书根据弹性及塑性的应用理论，系统地论述了机器及仪表弹性元件强度和刚度的计算方法，并介绍了各种弹性元件的材料与制造方法。书中包括机器中常用的圆柱形螺旋弹簧、多股螺旋弹簧、成形螺旋弹簧、发条弹簧、碟形弹簧、片弹簧，也有仪表中用的热敏双金属弹簧、平膜片、波纹膜片、波纹管、压力弹簧管、切口弹簧、环形波纹垫圈等。共分十四章，内容丰富，图文并茂，很有实用价值。

本书可供从事机器及仪表弹性元件设计与制造方面的工程技术人员使用，也可供大专院校有关师生参考。

С. Д. Пономарев, Л. Е. Андреева  
Расчет упругих элементов машин и приборов

Москва «Машиностроение» 1980

### 机器及仪表 弹性元件的计算

王鸿翔 译

责任编辑：任文斗

封面设计：许立

\*  
化学工业出版社出版

(北京和平里七区十六号楼)

化学工业出版社印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

\*

开本850×1168<sup>1/3</sup>印张11<sup>1/8</sup>字数304千字印数1—2,380

1987年2月北京第1版1987年2月北京第1次印刷

统一书号15063·3887定价 2.75 元

## 译者序

随着我国科学技术的飞速发展，品种繁多的弹性元件日益广泛地应用在各种机器及仪表中。但至目前为止，尚缺乏较全面系统地介绍机器及仪表弹性元件计算的书籍。为了四化建设，满足生产、科研、设计工作的需要，特译此书，以飨读者。

本书是由С. Д. 波诺马廖夫及Л. Е. 安德烈耶娃为纪念莫斯科包伍曼高等技术学校建校一百五十周年而编著的。书中汇集了近几十年来苏联在弹性元件领域内重大的科学研究成果。除阐述了各种弹性元件的强度计算、刚度计算、稳定性计算以及在不同工作条件下的动力学问题外，着重论述了仪表弹性元件的有关理论和计算实例等。

书中包括机器中常用的圆柱螺旋弹簧、多股螺旋弹簧、成形螺旋弹簧、发条弹簧、碟形弹簧、片弹簧，也有仪表中用的热敏双金属弹簧、平膜片、波纹膜片、波纹管、压力弹簧管、切口弹簧、环形波纹垫圈等，这是当前有关弹性元件的一本内容较广、材料较新、学术水平较高、有参考价值的文献。

翻译过程中承蒙北京有色冶金设计研究总院成大先同志积极支持，由李怀先同志负责校对，由王京华同志誊写，王君兰同志协助修改，并得到其他有关同志的帮助和指导。在此，一并表示衷心感谢。

对书中凡能确定的一些技术、印刷错误均做了订正。但由于时间仓促和水平有限，难免有不妥之处，热切欢迎批评指正。

王鸿翔 1984年6月于北京

## 目 录

前 言.....	1
绪 论.....	3
第一章 弹性元件材料及其制造问题.....	9
第一节 弹性元件材料.....	9
第二节 弹性元件的制造问题.....	15
第二章 片弹簧.....	18
第一节 概述.....	18
第二节 小位移片弹簧的计算.....	20
第三节 大位移片弹簧的计算.....	24
第三章 发条弹簧.....	54
第一节 概述.....	54
第二节 发条弹簧的特性.....	55
第三节 弹簧尾端的固定方法.....	58
第四节 标准发条弹簧.....	62
第五节 具有倾斜特性线的弹簧发动机.....	64
第四章 螺旋弹簧.....	69
第一节 用途和结构形式.....	69
第二节 圆柱形螺旋弹簧计算的理论基础.....	70
第三节 圆柱形螺旋拉伸、压缩和扭转弹簧的计算与设计的实际问题.....	96
第四节 强压处理弹簧的计算.....	124
第五节 圆柱形螺旋弹簧的弯曲.....	132
第六节 圆柱形螺旋弹簧的稳定性.....	139
第五章 多股螺旋弹簧.....	148
第一节 结构、制造和用途.....	148
第二节 无心股多股钢绳的几何计算.....	151
第三节 无心股钢绳拧制的多股压缩弹簧的计算.....	156
第四节 多股扭转弹簧的计算.....	167
第五节 多股弹簧的弯曲和稳定性.....	168
第六章 成形螺旋弹簧.....	172
第一节 成形弹簧的主要类型.....	172
第二节 成形弹簧的强度计算.....	178

第三节	主要类型成形弹簧的刚度.....	179
第四节	螺旋弹簧的弹簧圈压并理论.....	182
第五节	成形弹簧弹性特性曲线的绘制.....	190
第六节	按照给定特性曲线设计螺旋弹簧.....	195
第七节	按照已知递增刚度的特性用图解法设计弹簧.....	199
第八节	由几个弹簧组成的递减刚度结构的设计.....	202
第九节	棱柱形压缩弹簧的计算.....	203
<b>第七章</b>	<b>热敏双金属弹簧.....</b>	<b>209</b>
第一节	热敏双金属的应用和性质.....	209
第二节	加热时热敏双金属弹簧的计算.....	211
第三节	受外力弯曲时双金属弹簧的计算.....	215
<b>第八章</b>	<b>环形波纹垫圈 .....</b>	<b>220</b>
第一节	结构 波纹垫圈尚未开始向支承面压并的计算 .....	220
第二节	波纹垫圈向支承面压并的分析.....	223
第三节	波纹垫圈塑性压缩的计算.....	225
<b>第九章</b>	<b>碟形弹簧.....</b>	<b>228</b>
第一节	碟形弹簧的结构、制造和用途.....	228
第二节	碟形弹簧的计算.....	230
第三节	强压处理的碟形弹簧的计算.....	237
<b>第十章</b>	<b>切口弹簧.....</b>	<b>246</b>
第一节	切口弹簧的强度和刚度计算.....	246
第二节	切口弹簧与螺旋弹簧的强度和刚度比较.....	250
<b>第十一章</b>	<b>平膜片.....</b>	<b>252</b>
第一节	概述.....	252
第二节	小位移平膜片的挠度和应力计算.....	253
第三节	位移力和有效面积.....	260
第四节	大位移的平膜片.....	262
<b>第十二章</b>	<b>波纹膜片.....</b>	<b>268</b>
第一节	概述.....	268
第二节	波纹膜片弹性特性曲线的近似计算法.....	273
第三节	数值解的结果.....	285
第四节	利用诺模图计算承受压力的波纹膜片.....	293
第五节	力平衡条件下的膜片计算.....	301
<b>第十三章</b>	<b>波纹管.....</b>	<b>306</b>
第一节	概述.....	306
第二节	无缝波纹管的计算.....	308
第三节	焊接波纹管的计算.....	324

<b>第十四章 压力弹簧管</b>	.....	334
第一节 概述	.....	334
第二节 压力弹簧管的近似计算法	.....	336
第三节 强力拉伸扁平椭圆形截面厚壁压力弹簧管的计算	.....	342
第四节 利用诺模图计算压力弹簧管	.....	343
<b>附录</b>	.....	347

## 前　　言

机器及仪表的弹性元件，靠弹性保证必要的拉力，积蓄能量或者起缓冲器作用。这种元件在机构装置中往往占的地方不大，但却是装有这种元件的各种机构的关键部分。

计算不准确，所用材料不合格，热处理及制造不精细，以及装有弹性元件的机器或仪表的保管、运输及部件装配不认真，这些都会降低弹性元件的工作能力，破坏弹性元件的性能，造成弹性元件过早损坏，从而使机构、仪表和机器的工作失调，以致影响自动装置的作用，使其无法运转。

另一方面，合理地选择弹性元件的结构，按科学依据认真进行计算，选用最适合该操作条件的材料及热处理方法，采用现代工艺，在制造及装配中爱护产品，这些都能对所造仪表和机器的可靠性产生重大影响，能保证整个机器工作的稳定性。

由于上述各点，机器和仪表制造业对弹性元件格外重视。

早在1927年以前，美国机械工程师协会弹簧分会就已出版了包括638篇有关弹簧计算及制造问题的科学论文索引。1946年苏联国立机械制造科技出版社出版的《弹簧设计新方法》一书，补充刊载了1928～1946年期间发行的379篇有关弹性元件计算、制造及试验方面的文献简介。苏联大多数科技图书馆都拥有与机器和仪表的弹簧计算及制造有关的资料卡片。莫斯科包伍曼高等技术学校机械强度及力学教研室也有这类卡片，还有近三十年国内外发表的几百篇该主题的论文题录。在这期间，召开过数次全苏的和部门的有关弹簧元件计算及制造的会议。技术在日益发展，每天都在涌现新问题，为了解决这些问题，需要研制弹性元件的新结构，创制新品种，扩大现有弹簧的应用范围，并对弹性元件提出更高的要求。

在我国已形成了相应专业的科研队伍，例如在莫斯科包伍曼高

等技术学校，近年来又在伊热夫斯克机械学院，建立了研究有关强度计算、刚度计算与稳定性计算方面的一些原则问题，以及在不同工作条件下弹性元件的动力学问题的专业队伍。

本书的作者，系莫斯科包伍曼高等技术学校科研队伍的成员之一。这支队伍是五十多年前在该校材料力学教研室的基础上形成的。

书中主要收集了由莫斯科包伍曼高等技术学校毕业生组成的科研队伍中科研人员的各项研究成果。

前言及第一、二、三、七、十一至十四章，由Л. Е. 安得烈耶娃编著，绪论及第四、五、六、八、九、十章由С. Д. 波诺马廖夫编著。

## 绪 论

以在负荷作用下能产生巨大变形为主要工作特性的挠性元件，称为弹性元件。通常，这些变形是弹性的，负荷解除后，元件即恢复原有尺寸。

弹性元件的几何形状多种多样，根据元件在机器及仪表中的用途及使用条件而有所不同。

螺旋弹簧在拉力及压力作用下可以获得大的轴向变形（图 0 - 1 a）；片弹簧有各种不同的形状，其轴线是平面曲线（图 0 - 1 b, c）；螺旋线形弹簧（图 0 - 1 d）亦属于片弹簧，广泛用于各种仪表和设备。螺旋弹簧、片弹簧、螺旋线形弹簧一般都用线材或带材制成。

在工作时承受压力的压力弹性元件用带材、板材和管材制造。平膜片和波纹膜片（图 0 - 1 e）、波纹管（图 0 - 1 f）与压力弹簧

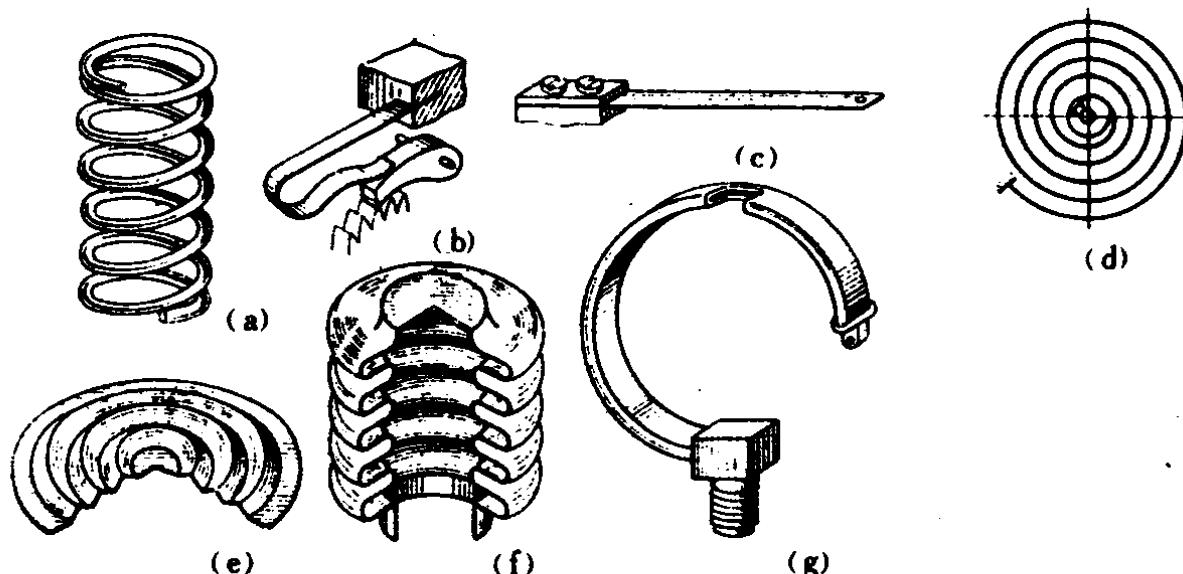


图 0-1 弹性元件

a—螺旋弹簧; b、c—片弹簧; d—螺旋线形弹簧; e—膜片;  
f—波纹管; g—压力弹簧管

管(图0-1g),均属压力弹性元件。

这些最常见的形式,并未概括可用弹性元件的全部类型。

弹性元件的用途也极其广泛。测量用弹性元件在仪表中起着极其重要的作用。在测量压力时,压力作用于压力弹性元件,例如作用于压力弹簧管上,其尾端就产生与所测压力成正比的位移,位移通过传动机构传给仪表的指针。这时,压力弹簧管的作用就是将压力转变为位移。

在这样的情况下,弹性元件的质量常常对仪表的精确性起决定作用。

测量力及力矩可用螺旋弹簧和片弹簧;测量温度可以用热敏双金属弹簧,弹簧受热则弯曲,因而可以根据弹簧的位移量来判断温度的变化。

螺旋线形弹簧、螺旋弹簧和一些其它弹簧可用来制作发条——蓄能器,发条弹簧是各种弹簧发动机的主要零件。

片弹簧广泛用作弹性支承、导向装置、挠性连接和其它运动零件。在这些结构中,利用弹簧可大大减少摩擦和消除间隙。

在许多机器及仪表的机构中使用的不同形式的拉紧弹簧,可使仪表零件之间紧密地接触,消除运动副的间隙,使零件保持在规定的位置上等等。

弹性元件可用作缓冲器、汽车及铁路运输用的钢板弹簧、摩擦离合器及棘轮离合器,不同介质隔离装置、位移弹性接头等等。

弹性元件的主要工作特性,是指在负荷作用下决定其变形能力的性质,即弹性特性、刚度和柔度。

弹性元件某一点的变形 $\lambda$ 与其负荷 $p$ 之间的关系称为弹性特性。弹性特性可以是线性的,也可以是非线性的,即递增的(软特性的)或者递减的(硬特性的)(图0-2a)。

线性偏差用非线性度值来表示,非线性度值是指实际的弹性特性曲线对直线的最大偏差 $\Delta_{max}$ 与弹性元件的最大变形 $\lambda_{max}$ 之比(图0-2b):

$$\eta = \frac{\Delta_{\max}}{\lambda_{\max}} \cdot 100\%.$$

如果弹性元件的特性是线性的，则其刚度等于负荷与其相应变形之比：

$$K = \frac{p}{\lambda},$$

而柔度则等于变形与引起变形的负荷之比：

$$\delta = \frac{\lambda}{p}$$

具有非线性特性的弹性元件的刚度和柔度，是随变形而变化的，可用下式确定：

$$K = \frac{dp}{d\lambda} \text{ 及 } \delta = \frac{d\lambda}{dp}.$$

在图 0-2c 中，刚度与  $\tan \alpha$  成比例，而柔度与  $\tan \beta$  成比例。

假若几个定刚度的弹性元件并联（图 0-3 a），则其变形  $\lambda$  彼此互等，而总的负荷  $p$  等于每个弹性元件所承受的力的总和：

$$p = \sum_{i=1}^n p_i$$

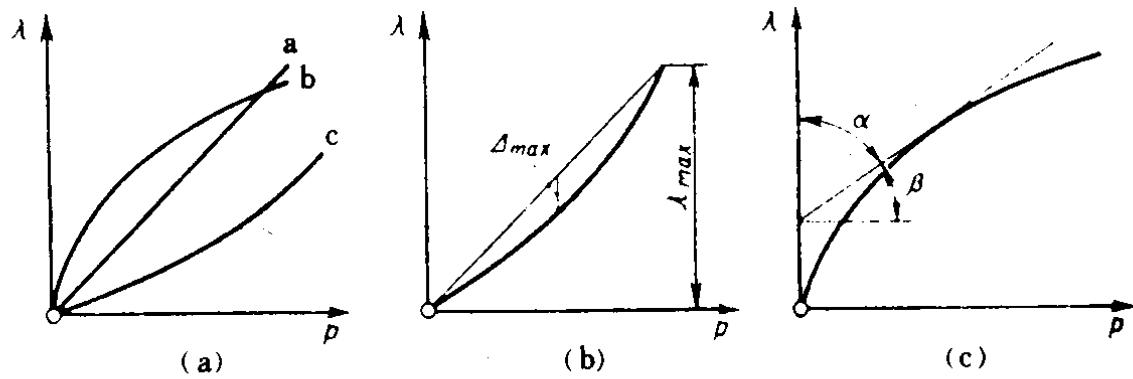


图 0-2 弹性元件的特性曲线

a—线性的； b—递减的； c—递增的

因为每个弹性元件的力  $p_i$  等于其刚度与变形  $\lambda$  之积，所以由上式可得：

$$P = \lambda \sum_{i=1}^n K_i$$

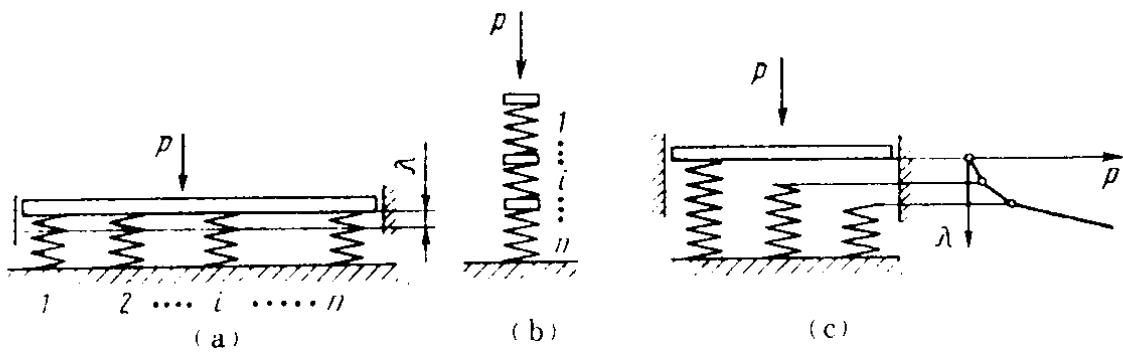


图 0-3 弹性元件的组合形式

a—并联; b—串联; c—非同时投入工作的弹性元件的特性曲线

因此，整个系统的刚度等于各个弹性元件刚度的总和：

$$K = \frac{P}{\lambda} = \sum_{i=1}^n K_i$$

考虑柔度是刚度的倒数，则得

$$\delta = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\delta_i}} ,$$

式中  $\delta_i$ —第  $i$  个弹性元件的柔度；

$\delta$ —整个系统的柔度。

同样可以指出，弹性元件串联时（图 0-3 b），整个系统的柔度也等于各个弹性元件柔度的总和：

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta_i$$

在这种情况下，刚度

$$K = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{K_i}} .$$

并联的弹性元件非同时工作时，其弹性特性是一条折线，而每一段的刚度则是由投入工作的弹簧元件刚度的总和确定的。当投入工作的弹性元件数量增多时，可以获得递减特性（图0-3c）。

在仪表中起测量作用的弹性敏感元件，靠其将要测的参数转变为位移或力，因此，精确性是判断其质量的主要依据。精确性在很大程度上与材料抗微塑性变形的能力有关，而材料微塑性变形是产生弹性滞后、弹性后效、应力松弛和蠕变的根源。

弹性元件的滞后，是在加载及卸载的情况下绘制弹性特性曲线时出现的。弹性滞后值是由相同负荷作用下所测得的加载与卸载的最大位移差  $T$ （图0-4）与最大位移  $\lambda_{\max}$  之比来确定的：

$$\gamma = \frac{T}{\lambda_{\max}} \times 100\%.$$

在加载及卸载过程中出现的位移差同样与弹性后效有关，弹性后效表现为弹性元件的位移比所加的负荷来得迟。例如，由于有弹性后效的现象，仪表的指针在解除负荷后不能立即回到零点。

弹性元件材料的微蠕变随时间增长，将导致弹性敏感性元件的读数随时间而异，使拉伸弹簧及发条弹簧的应力松弛，这是产生仪表度量衡误差的主要原因之一。

材料抗微塑性变形的能力用弹性极限来表示。工作应力比弹性极限越小，材料的弹性缺欠的出现也就越少，因而，测量用的弹性元件的精确性也就越高。所以，测量用的弹性元件的安全系数可用下式确定：

$$n = \frac{\sigma_s}{\sigma},$$

式中  $\sigma_s$  为材料的弹性极限；

$\sigma$  为弹性元件的最大工作应力。

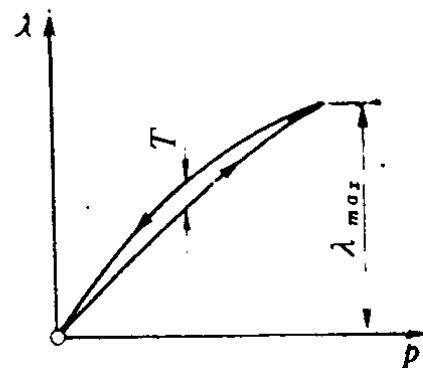


图 0-4 弹性元件的弹性滞后

在一般情况下，弹性元件在工作时与极限状态相比，应具有一定的安全系数，因为在极限状态下弹性元件会全部或部分失去其工作性能。

安全系数可用下式求出：

$$n = \frac{p_{\text{up}}}{p},$$

式中  $p_{\text{up}}$ 、 $p$  分别为弹性元件的极限负荷与工作负荷。

所需要的安全系数，系根据所要求的弹性元件的可靠性、工作条件和寿命、材料机械性能数据的准确性及应力计算精确程度等决定的。

# 第一章 弹性元件材料及其制造问题

## 第一节 弹性元件材料

根据弹性元件的用途和工作条件，对弹性元件材料有不同的要求。

首先，材料应该保证弹性元件的主要工作性能，即弹性和强度。为此材料相应的机械性能，即弹性极限、屈服极限、强度极限应该相当高。一般说来，弹性元件是在变应力条件下工作的，因此，材料应具有足够高的疲劳极限。

对于测量用弹性元件，由于特别要求其工作特性恒定，就应该利用高抗微塑性变形的材料，也即具有高弹性极限的材料。弹性极限愈高，非弹性效应的出现也就愈少，这类非弹性效应是指滞后、松弛、蠕变等等<sup>[1]</sup>。

弹性元件在高温下工作时，其材料应具有高耐热性。如果弹性元件与腐蚀性介质接触，其材料应具有高的耐腐蚀性。材料的导电性有时要求高，有时又要求低。

大多数弹性元件在制造过程中，要经受大的塑性变形，因此，原材料应具有高塑性。对弹性元件提出的要求是多种多样的，而且常常是相互矛盾的，是难以满足的。所以，一般仅限于满足最重要的要求。

弹簧合金的质量由其抗微塑性变形的能力来确定，这种变形可用弹性限的大小表示。为了增加材料的弹性及强度，可采用不同形式的机械及热处理加工。

机械加工造成变形硬化。但是此时的材料保留有大量的残余应力，因而抗微塑性变形的能力不高。所以硬化后往往进行低温退火热处理，在退火过程中降低残余应力。

表 1.1 半成品试验取得的

合金牌号	国标或技术规范	半成品规格, 毫米	
Л68	ГОСТ931—70和2208—75	板材和扁材	$h = 0.4 \sim 12$
Л80	ГОСТ2208—75	带材	$h = 0.05 \sim 2.0$
Л80	ГОСТ931—70	板材和扁材	$h = 0.4 \sim 12$
Л90	ГОСТ31—70和2208—75	板材和扁材	$h = 0.4 \sim 12$
Л90	ГОСТ2208—75	带材	$h = 0.05 \sim 2.0$
Л68	ГОСТ11383—75	薄壁管材	$d = 1.5 \sim 28.0$ $h = 0.15 \sim 0.7$
МНЦ15—20	ТОСТ5063—73	扁材	$h = 0.5 \sim 10$
МНЦ15—20	ГОСТ5187—70 *	带材	$h = 0.1 \sim 2$
МНЦ15—20	ГОСТ5220—78	线材	$d = 0.1 \sim 2$
		线材	$d = 0.25 \sim 0.5$
		线材	$d = 0.6 \sim 1.0$
		线材	$d = 1.1 \sim 5.0$
БрКМц3—1	ТОСТ5222—72 *	线材	$d = 0.1 \sim 1.0$
		线材	$d = 1.0 \sim 2.6$
		线材	$d = 2.8 \sim 4.2$
		线材	$d = 4.5 \sim 8.0$
		线材	$d = 8.5 \sim 10.0$
БрКМц3—1	ГОСТ4748—70 *	带材	$h = 0.05 \sim 20$
БрОФ6.5—0.4	有色金属技术规范08—239—69	线材	$d = 0.115 \sim 0.49$
БрОФ6.5—0.4	技术规范48—21—95—72	线材	$d = 0.2 \sim 0.45$
		线材	$d = 0.5 \sim 1.2$
		线材	$d = 1.5 \sim 2$
БрОЦ4—3	ГОСТ1761—70 *	扁材和带材	
БрОФ6.5—0.15	ГОСТ1761—70 *	扁材和带材	
БрОФ4—0.25	ГОСТ2622—75	薄壁管材	

## 有色金属机械性能(最小值)

强度极限 $\sigma_B$ , 兆帕				延伸率 $\delta \%$			
软	中 硬	硬	特 硬	软	中 硬	硬	特硬
300	350	440	530	42	20	10	—
270	340	400	—	40	15	3	—
270	340	400	—	40	15	3	—
240	300	360	—	35	10	3	—
240	300	360	—	35	10	3	—
300	—	400	—	38	—	10	—
350	—	550	650	35	—	1	1
350	450 ~ 550	550 ~ 700	700	30	4	2	—
350	—	700 ~ 1100	—	15	—	—	—
350	—	700 ~ 1100	—	20	—	—	—
350	450	700 ~ 1100	—	25	3	3	1.5
350	450	550	—	30	5	1.5	—
—	—	900	—	—	—	—	—
—	—	900	—	—	—	—	—
—	—	850	—	—	—	1.0	—
—	—	830	—	—	—	1.5	—
—	—	780	—	—	—	2.0	—
360	480 ~ 600	600 ~ 800	800	35	10	5	—
—	—	1000	—	—	—	1	—
—	—	900	—	—	—	0.5	—
300	—	900	—	40	—	0.5	—
300	—	850	—	40	—	0.5	—
300	360 ~ 550	550	700	38	8	4	—
300	450 ~ 580	580	700	38	10	5	—
300	—	500	—	40	—	2	—