

光学全息及信息处理

于美文 等编著

国防工业出版社

光学全息及信息处理

于美文 等编著

国防工业出版社

内 容 简 介

本书以光的干涉和衍射为基础，结合数学上的傅里叶变换，系统地阐述了全息及信息处理的基础理论和基本知识，并对其应用做了较广泛的介绍。

全书共十九章，一～三章是光学和数学基础，四～八章是全息术的基本理论，九～十八章是应用部分，十九章是实验技术，最后附有全书的习题和答案。

本书可作为光学专业和光学仪器专业（研究生）的教材，大专院校有关专业师生的参考书，也可以供从事现代光学研究、光学仪器设计制造和光学测试的技术工作、科研人员参考。

光学全息及信息处理

于美文 等编著

*

国防工业出版社出版

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092 1/16 印张22 插页2 513千字

1984年6月第一版 1984年6月第一次印刷 印数：0,001—3,000册

统一书号：15034·2736 定价：2.80元

前　　言

本书是根据光学专业教学计划和光学仪器专业培养研究生的教学计划编写的。按照循序渐进的教学规律，介绍必要的基础理论和基本知识，引入了国内外学者在这一学科领域中的某些重要成就。力求使理论与实际相结合，数学与物理相结合。

本书共十九章，分四个部分。第一部分是入门知识，包括一、二两章。这部分把全息的记录与再现两个过程，紧密的同干涉和衍射二者对应起来，突出地指出了全息图的光栅结构；用几何分析的方法说明全息术中的物象关系。希望能帮助初学者很快入门，也能使已入门者得到提高。第二部是基础，包括三～八章，第三章以衍射理论为基础，介绍基尔霍夫衍射理论，透镜对衍射的影响，和光学傅里叶变换的实现，这是全息及信息处理的共同基础。第四、五两章较详细的介绍了平面全息图和体积全息图的理论；第六章介绍光源的相干性，给出全息记录所用的光源；第七章是介绍全息记录介质；第八章是计算全息，本书把光学照相方法得到全息图和用计算机产生全息图作为获得全息图的两种手段，因此把计算全息也放在基础部分。第三部分是应用，包括九～十八章。介绍全息及信息处理的应用，对每一类应用，都按照本身的体系、发展情况进行描述，并适当地引入国内外在该方面的应用，以求尽可能地适应本门学科发展的需要。第四部分是实验技术，即第十九章。首先介绍了实验设备和实验技术中的共性问题，又选择了十个基本实验课题，目的是为了掌握本门学科的实验规律，以便能独立地进行较复杂的新的实验课题。

各章的习题和答案附在书的后面，习题不仅是为了了解掌握本门学科的基础理论和基本知识的程度，还可以培养和提高分析问题的能力，有些习题则可以引导从理论上进一步提高。

本书由于美文同志主编。于美文同志编写了第一～三部分，王民草、哈流柱两同志编写了实验技术部分，谢敬辉同志编写了习题并作了答案，此外还对本书的数学公式作了验算。书中的照片大部分是由物理光学实验室提供的，本书在修改过程还吸取了试用期间师生所提出的宝贵意见。最后连铜淑同志校阅了全书，苏大图同志校阅了部分章节。

限于编著者水平，定会有不少缺点和错误，望读者批评指正。

编著者

1983年8月于北京工业学院

目 录

第一章 全息原理	1	§ 5-2 体积全息图的边界条件	83
§ 1-1 引言	1	§ 5-3 透射体积全息图的衍射效率	85
§ 1-2 光波的数学描述	2	§ 5-4 反射全息图的衍射效率	93
§ 1-3 光的干涉和波前记录	4	§ 5-5 各种全息图的衍射效率	98
§ 1-4 光的衍射和波前再现	9		
§ 1-5 体积全息图的波前再现	14		
第二章 全息图的几何分析	16	第六章 光源的相干性	99
§ 2-1 全息过程的基本公式	16	§ 6-1 相干性	99
§ 2-2 物象关系	17	§ 6-2 普通光源的相干性	102
§ 2-3 象的放大率	23	§ 6-3 激光光源的相干性	109
§ 2-4 三级象差公式	24		
§ 2-5 体积全息图的几何结构	25		
第三章 衍射及傅里叶光学的基础	28	第七章 记录介质	115
§ 3-1 衍射公式	28	§ 7-1 基本物理量的概念和单位	115
§ 3-2 薄透镜对衍射的影响	33	§ 7-2 卤化银乳胶	119
§ 3-3 光学傅里叶变换	35	§ 7-3 重铬酸盐明胶	124
§ 3-4 傅里叶变换定理的光学模拟	42	§ 7-4 光导热塑料	126
第四章 平面全息图的理论	49	§ 7-5 光色材料	126
§ 4-1 傅里叶变换全息图	49	§ 7-6 光致抗蚀剂	127
§ 4-2 准傅里叶变换全息图	56	§ 7-7 光致聚合物	128
§ 4-3 无透镜傅里叶变换全息图	57		
§ 4-4 夫琅和费全息图	59		
§ 4-5 傅里叶变换全息图用空间调制的照明光波再现	61	第八章 计算全息	129
§ 4-6 用空间调制的参考光波记录傅里叶变换全息图	62	§ 8-1 抽样定理	129
§ 4-7 菲涅耳全息图	63	§ 8-2 计算傅里叶变换全息	133
§ 4-8 象全息图	69	§ 8-3 计算象面全息	137
§ 4-9 位相全息图	71	§ 8-4 其它编码技术	138
§ 4-10 平面全息图的衍射效率	72	§ 8-5 计算二元全息图	138
§ 4-11 空间带宽积	74	§ 8-6 相息图	141
第五章 体积全息图的理论	77		
§ 5-1 耦合波理论	77	第九章 全息光学元件	142
		§ 9-1 全息透镜	142
		§ 9-2 全息光栅	150
		§ 9-3 其他全息光学元件	153
		第十章 全息显示	154
		§ 10-1 透射全息	154
		§ 10-2 反射全息	157
		§ 10-3 彩虹全息	158
		§ 10-4 象散彩虹全息	164
		§ 10-5 全息立体显示	166

第十一章	全息干涉计量	169	§ 16-3	位相滤波器	252
§ 11-1	全息干涉的特点	169	第十七章	相干光学处理	253
§ 11-2	二次曝光法	169	§ 17-1	图象相减	253
§ 11-3	单次曝光法	176	§ 17-2	象边沿增强	257
§ 11-4	时间平均法	177	§ 17-3	图象识别	259
§ 11-5	非线性记录的全息干涉	179	§ 17-4	用逆滤波器消模糊	262
§ 11-6	其它全息干涉技术	184	§ 17-5	相干光反馈技术	264
§ 11-7	全息干涉的应用举例	188	§ 17-6	半色调网屏技术	267
第十二章	莫阿技术	193	§ 17-7	θ 调制技术	271
§ 12-1	莫阿现象的基本规律	193	第十八章	非相干光学处理	273
§ 12-2	干涉、全息与莫阿现象	197	§ 18-1	非相干光学成象系统	273
§ 12-3	莫阿条纹的应用	199	§ 18-2	非相干光学处理系统	274
第十三章	激光散斑	206	§ 18-3	卤化银乳胶用于非相干光 学处理	276
§ 13-1	激光散斑的特点	206	§ 18-4	氯化银乳胶光致二向色性 用于非相干光学处理	279
§ 13-2	散斑照相	209	第十九章	实验技术	285
§ 13-3	散斑干涉	217	§ 19-1	全息照相及信息处理的一 般装置	285
§ 13-4	电子散斑干涉	222	§ 19-2	氦-氖激光器性能测试	294
第十四章	全息显微术	224	§ 19-3	光学调整	295
§ 14-1	全息显微的原理	224	§ 19-4	记录技术	297
§ 14-2	预放大全息显微镜	226	§ 19-5	底片处理	298
§ 14-3	后放大全息显微术	227	§ 19-6	基本实验	303
§ 14-4	高分辨率投影象	228	附录	310	
第十五章	全息信息存储	229	公式 (3-48) 化简中菲涅耳积分的 应用	310	
§ 15-1	傅里叶变换全息存 储系统	229	参考文献	311	
§ 15-2	全息信息存储密度	235	习题	313	
§ 15-3	资料的编码存储	237	答案与提示	340	
§ 15-4	彩色胶卷的存储	241			
第十六章	空间频率滤波	243			
§ 16-1	空间频率滤波系统	243			
§ 16-2	二元振幅滤波器	244			

第一章 全息原理

§ 1-1 引言

人眼借光的作用看到物体。物体分自身发光和自身不发光两种。不发光物体被光照射后能散射光，成为一种间接的发光体而被人眼观察到。物体发射的光被人眼接受时，由于光的强弱不同，射向和距离不同，颜色不同，从而能够识别物体的各自特征。从光波的观点看，是由于各物体发射的特定光波不同。光波的特征主要取决于光波的振幅（强弱）、位相（同相面形状）和波长（颜色）。如果物体不存在，但能得到物体的特定光波，则就能看到该物体的逼真象。

全息术是利用光的干涉和衍射原理，将物体发射的特定光波以干涉条纹的形式记录下来，并在一定条件下使其再现，形成原物体逼真的立体象。由于记录了物体的全部信息（振幅和位相），因此称为全息术或全息照相。

全息术是英国科学家丹尼斯·加伯（Dennis Gabor）在1947年为提高电子显微镜的分辨率，在布喇格（Bragg）和泽尼克（Zernike）工作的基础上提出的。由于需要高度相干性和大强度的光源，直到1960年激光出现，以及1962年利思（Leith）厄帕特尼克斯（Upatnieks）提出离轴全息图以后，全息术的研究才进入一个新阶段。相继出现了多种全息方法，开辟了全息应用的新领域，成为光学的一个重要分支。

全息术的发展到现在可分为四代，第一代是用水银灯记录同轴全息图，这是全息术的萌芽时期。其主要问题是再现原始象和共轭象不能分离，以及没有好的相干光源。第二代是用激光记录，激光再现；以及利思和厄帕特尼克斯提出离轴全息图，把原始象和共轭象分离。第三代是激光记录白光再现的全息术，主要有反射全息、象全息、彩虹全息及合成全息，使全息术在显示方面展现出其优越性。第四代即当前所致力的方向，是企图用白光记录，已初步作了一些工作。

全息术不仅可用于光波波段，也可用于电子波、X-射线、微波和声波等。

光学信息处理是当代光学发展的一个重要领域。它开始于五十年代，在六十年代激光和全息出现以后，有了极迅速的发展。早在1873年阿贝（Abbe）提出的二次成象理论，和1935年泽尼克提出的相衬显微镜原理，本质上是一种空间滤波技术。傅里叶变换从理论上给光学频谱分析和光学信息处理提供了有力的数学工具。光学系统的传递函数为透镜的设计和检验提供了精确的方法。近十多年来在理论和实践方面进行了一些有意义的工作。利用全息术可以制作多种滤波器、补偿光学系统的象差、制作各种光学全息元件、信息存储、特征识别等。图象相减、象边缘增强、模糊图象的复原、图象假彩色编码以及编码孔成象等方面都发展的很快。近来在白光信息处理、非相干光处理方面也有很大的发展。

由于全息术的发展，促进了光学信息处理的进展，所以本书将全息和信息处理放在一起，并且先讲述全息方面的知识。

§ 1-2 光波的数学描述

一、波动公式

关于光波的波动公式我们采用余弦函数或复数形式。在各向同性的均匀介质中，沿 r 方向传播的理想单色平面波用下述公式表示

$$E = E_0 \cos 2\pi \left(\frac{r}{\lambda} - \frac{t}{T} \right) \quad (1-1)$$

或

$$E = E_0 \cos(kr - \omega t) \quad (1-2)$$

式中 E 是振动状态，此处称为光振动。 E_0 是振幅， t 是时间， r 是沿传播方向的位置坐标。光波的时间周期为 T ，时间频率为 $f = 1/T$ 。空间周期为波长，用 λ 表示。波长的倒数称为空间频率或波数，用 σ 表示，即 $\sigma = 1/\lambda$ 。平常将 $2\pi f = 2\pi/T = \omega$ 称为时间角频率；与此相对应将 $2\pi\sigma = 2\pi/\lambda = k$ 称为空间角频率。式 (1-1) 中的 $2\pi(r/\lambda - t/T)$ 或 (1-2) 中的 $(kr - \omega t)$ 称为位相，在波动过程中，这个物理量很重要，它关系到振动状态和同相面位置及形状。在光的干涉现象中，干涉图形直接与两光波的位相差分布有关。

为计算简单，采用复数写法，即

$$E = \operatorname{Re}[E_0 e^{j(kr - \omega t)}] \quad (1-3)$$

式中 $\operatorname{Re}[\cdot]$ 表示在括号中取实数部分。在实际应用中，为简单起见可以省去 $\operatorname{Re}[\cdot]$ ，写成：

$$E = E_0 e^{j(kr - \omega t)} \quad (1-4)$$

或

$$E = E_0 \exp[j(kr - \omega t)] \quad (1-5)$$

也可将时间因子 ωt 和空间位相因子 kr 分开，写成：

$$E = E_0 e^{-j\omega t} e^{jk r} = A e^{-j\omega t} \quad (1-6)$$

式中

$$A = E_0 e^{jk r} \quad (1-7)$$

称为复振幅，它包含振幅和空间位相因子。因为光的时间频率很高，对可见光来说在 10^{14} 赫左右。人眼和其它光接受器都是接受光的平均强度，而光的平均强度与振幅的平方成正比。所以在很多情况下可以只用复振幅表示光波，以使计算公式简化。例如计算光的平均强度：

$$\Phi \propto \mathbf{A} \mathbf{A}^* = |\mathbf{A}|^2 \quad (1-8)$$

\mathbf{A}^* 是 \mathbf{A} 的共轭复数。比例系数与选取的单位有关，因为很多情况，关心的是平均强度的相对大小，而不是其绝对值，因而令比例系数等于 1。将式 (1-8) 写成：

$$\Phi = \mathbf{A} \mathbf{A}^* = |\mathbf{A}|^2 \quad (1-9)$$

二、波的空间频率

为了解波的空间频率概念，取直角坐标系 xyz 。设有一平面光波，它的波面为 Σ ，其传播方向（波面法线方向）的单位矢量为 \vec{n} ，若 \vec{n} 与坐标轴的夹角为 α 、 β 、 γ ，则可写成：

$$\vec{n} = \{\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma\} \quad (1-10)$$

设在波面 Σ 上任一点 $P(x, y, z)$ 距离原点为 \vec{p} , 即 $\vec{p} = \{x, y, z\}$ 。 \vec{p} 在 \vec{n} 上的投影为:

$$\vec{p} \cdot \vec{n} = x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma = r \quad (1-11)$$

如图 1-1 所示, $r = ON$ 是一个常数, 它等于沿传播方向的距离。所以平面波的复振幅公式可以写成更一般的形式:

$$A = E_0 \exp(jk\vec{p} \cdot \vec{n}) = E_0 \exp(jk\vec{p}) \quad (1-12)$$

式中 $\vec{k} = k\vec{n}$ 称为波矢量。上式或写成:

$$A = E_0 \exp[jk(x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)] \quad (1-13)$$

因为 $k = 2\pi/\lambda$, 又可写成:

$$A = E_0 \exp\left[j2\pi\left(x \frac{\cos \alpha}{\lambda} + y \frac{\cos \beta}{\lambda} + z \frac{\cos \gamma}{\lambda}\right)\right] = E_0 \exp(j\varphi) \quad (1-14)$$

式中 φ 表示位相。这样, 在 x, y, z 方向的空间频率分量分别为:

$$\xi = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\cos \alpha}{\lambda}, \quad \eta = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{\cos \beta}{\lambda}, \quad \zeta = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{\cos \gamma}{\lambda} \quad (1-15)$$

这样公式 (1-14) 可以写成:

$$A = E_0 \exp[j2\pi(\xi x + \eta y + \zeta z)] \quad (1-16)$$

空间频率的单位是 cy/mm。空间频率分量可以为正或为负, 传播方向 (\vec{n}) 与坐标轴的正向夹角 (α, β, γ) 小于 90° 时是正值, 大于 90° 时是负值。这里负空间频率只是表示传播方向不同, 无其它物理含义。

空间频率分量有时也用 α, β, γ 的余角表示, 即令:

$$\theta_x = 90^\circ - \alpha, \quad \theta_y = 90^\circ - \beta, \quad \theta_z = 90^\circ - \gamma \quad (1-17)$$

则空间频率分量可写成:

$$\xi = \frac{\sin \theta_x}{\lambda}, \quad \eta = \frac{\sin \theta_y}{\lambda}, \quad \zeta = \frac{\sin \theta_z}{\lambda} \quad (1-18)$$

图 1-2 说明 \vec{n} 位在 xz 面内时, 光波的空间频率分量 ξ 和 ζ 。

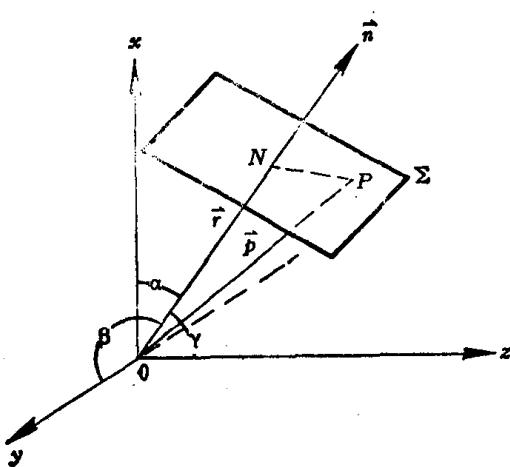


图 1-1

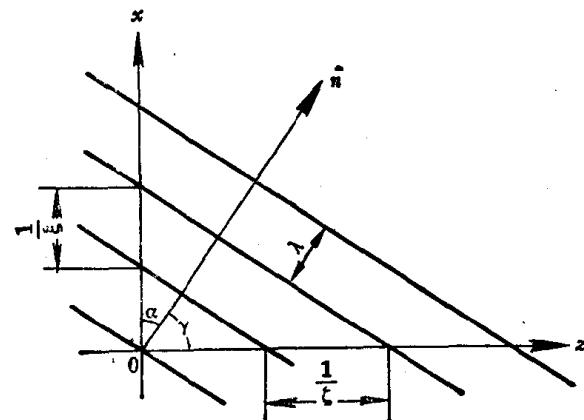


图 1-2

三、用空间频率表示的光波传播公式

光波的传播公式也可用空间频率表示，因为 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ ，所以有

$$\lambda^2 \xi^2 + \lambda^2 \eta^2 + \lambda^2 \zeta^2 = 1 \quad (1-19)$$

或写成：

$$\zeta = \pm \frac{1}{\lambda} (1 - \lambda^2 \xi^2 - \lambda^2 \eta^2)^{1/2} \quad (1-20)$$

式中正、负号由传播方向决定，传播方向与 z 轴夹角小于 90° （即 $\gamma < 90^\circ$ ）时取正号，大于 90° 时取负号。这样沿 z 轴正向传播的平面波公式为：

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(x, y, z) &= E_0 \exp[j2\pi(\xi x + \eta y)] \exp[jkz(1 - \lambda^2 \xi^2 - \lambda^2 \eta^2)^{1/2}] \\ &= \mathbf{A}(x, y, o) \exp[jkz(1 - \lambda^2 \xi^2 - \lambda^2 \eta^2)^{1/2}] \end{aligned} \quad (1-21)$$

式中

$$\mathbf{A}(x, y, o) = E_0 \exp[j2\pi(\xi x + \eta y)] \quad (1-22)$$

表示在 $z = 0$ 处光波的复振幅，式中的位相因子表明空间频率分量为 ξ ， η 的光波的传播方向。如果光波垂直于 xy 面，则 $\xi = \eta = 0$ ， $\mathbf{A}(x, y, o) = E_0$ 。式(1-21)也可以用来研究衍射问题。但需要知道衍射物的频谱成分。关于这方面的问题留在§1-4中讲述。

§ 1-3 光的干涉和波前记录

全息照相分两步：波前记录和波前再现。波前记录是将物体射出（间接）的光波与另一光波——参考光波相干涉，用照相方法将干涉条纹记录下来，称为全息图或全息照片。全息图具有光栅状结构。当用原记录时的参考光或其它合适的光波照射全息图时，光通过全息图后发生衍射，其衍射光波与物体光波相似构成物体的再现象。为此在讲述波前记录原理以前，重温一下有关光的干涉的基本性质和规律。

一、光的干涉

光的干涉是相干光波的叠加。根据波的叠加原理，在相干光相遇的地方，光强有加强和减弱的现象，称为光的干涉。相干光波的条件是频率相同、振动方向相同和位相差恒定。通常是由同一光源发射的光波来获得，为简单起见在以下的讨论中，假定光波是完全相干的。

设有二相干的平面光波，其复振幅分别为：

$$\mathbf{A}_1 = a_1 \exp(j\vec{k}_1 \cdot \vec{p}) \quad (1-23)$$

$$\mathbf{A}_2 = a_2 \exp(j\vec{k}_2 \cdot \vec{p}) \quad (1-24)$$

两光波叠加以后的复振幅为：

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_2 = a_1 \exp(j\vec{k}_1 \cdot \vec{p}) + a_2 \exp(j\vec{k}_2 \cdot \vec{p}) \quad (1-25)$$

叠加以后的光强度为：

$$\begin{aligned} \Phi = \mathbf{A} \mathbf{A}^* &= \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_1^* + \mathbf{A}_2 \mathbf{A}_2^* + \mathbf{A}_1 \mathbf{A}_2^* + \mathbf{A}_1^* \mathbf{A}_2 = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 \exp[-j(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{p}] \\ &\quad + a_1 a_2 \exp[j(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{p}] = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos[(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{p}] \\ &= a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos[\vec{k}_F \cdot \vec{p}] \end{aligned} \quad (1-26)$$

式中 $\vec{k}_F = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ ，其方向表示干涉条纹峰值强度面的法线方向，其大小等于峰值强度面的空间角频率。设峰值强度面之间的距离为 Λ ，则有 $k_F = 2\pi/\Lambda$ 。根据式(1-26)可以

讨论干涉条纹的性质。

1. 条纹的强度分布规律 由式(1-26)可见条纹的强度分布按余弦规律变化。当 $\vec{k}_F \cdot \vec{p} = 2n\pi$ ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) 时, 强度为极大值, 即 $\Phi_M = (a_1 + a_2)^2$, 称为峰值强度。当 $\vec{k}_F \cdot \vec{p} = 2\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$ 时, 强度为极小值, 即 $\Phi_m = (a_1 - a_2)^2$ 。强度的平均值为 $(a_1^2 + a_2^2)$, 如图 1-3 所示。如果 $a_1 = a_2 = a$, 则 $\Phi_m = 0$, 即得到全暗纹, 此时平均强度为 $2a^2$ 。 n 称为干涉级。

2. 条纹反衬度 条纹的反衬度, 也称为可见度, 其定义是:

$$V = \frac{\Phi_M - \Phi_m}{\Phi_M + \Phi_m} \quad (1-27)$$

可见, 当 $a_1 = a_2 = a$ 时, $V = 1$, 条纹最清晰。 V 的值只能在 0 与 1 之间变化。通常取 $V \geq 70.7\%$, 作为反衬度的允许条件。

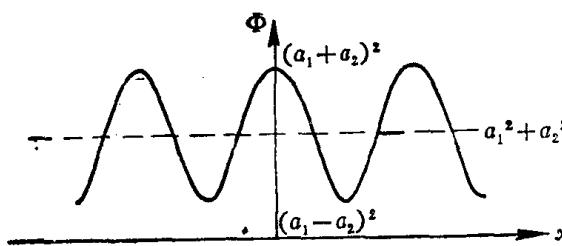


图 1-3

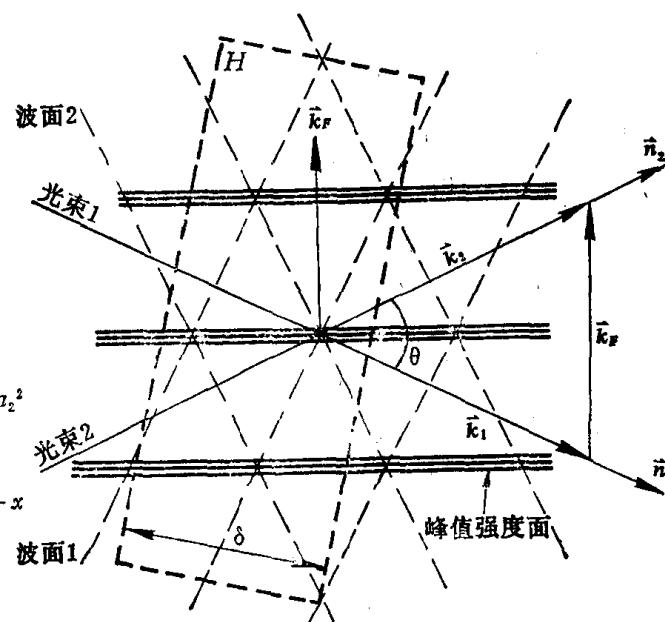


图 1-4

3. 干涉条纹的空间分布 根据式(1-26)中的位相项 $(\vec{k}_F \cdot \vec{p})$, 可以求出条纹的方向和间距。 \vec{k}_F 的方向与条纹垂直, k_F 的大小可以确定条纹的间距。由图 1-4 可见:

$$k_F = 2k \sin \frac{\theta}{2}, \quad (k = k_1 = k_2) \quad (1-28)$$

因为 $k_F = 2\pi/\Lambda$, 于是有:

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \quad (1-29)$$

式中 θ 是 \vec{k}_1 和 \vec{k}_2 之间的夹角。

4. 干涉条纹的空间频率 如果在干涉场中放置一块照相干板 H , 乳胶的厚度为 δ , 则在条纹的峰值强度面附近由于曝光, 经过显影处理以后, 变为金属银而成为不透明的; 两峰值强度面之间未曝光则是透明的。这样在乳胶层中就形成许多透明和不透明相间的面层, 在全息照相中, 全息图的光栅结构就是这样形成的。已知面层之间的距离为 Λ , 则它的倒数就是条纹面的空间频率, 用 v 表示, 有:

$$v = -\frac{1}{\Lambda} = -\frac{2 \sin(\theta/2)}{\lambda} \quad (1-30)$$

图 1-5 表示在厚乳胶层中，峰值强度面与 $x-z$ 面的截线。 xy 面平行于乳胶面， \vec{k}_1 和 \vec{k}_2 平行于 xz 面。

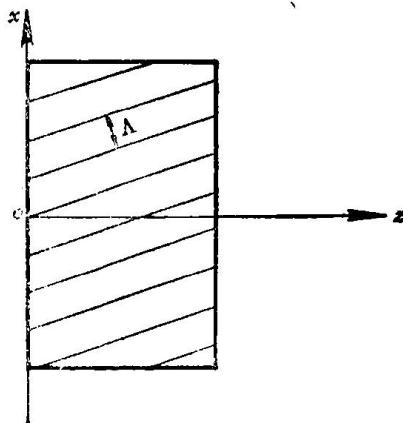


图 1-5

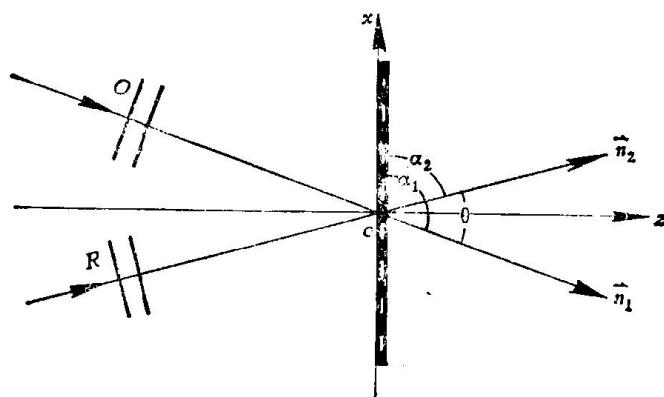


图 1-6

在全息照相中用厚乳胶层记录的干涉条纹，称为体积全息图或厚全息图。用薄乳胶层记录的干涉条纹称为平面全息图或薄全息图。如图 1-6 所示，条纹在 x 方向的空间频率为

$$\xi = \frac{\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1}{\lambda} \quad (1-31)$$

间距为 $\Lambda_x = 1/\xi$ 。

二、全息图的记录

作为全息记录的感光材料很多，以后还要专门讨论。最常用的是由细微粒卤化银乳胶涂布的超微粒子干板，称为全息干板。本节我们用全息干板说明全息图的记录过程。

全息图记录的一般光路如图 1-7 所示，将激光器输出的光束，用分光镜 P 分为两束，作为相干光。反射的一束经平面反射镜 M_1 ，反射到全息干板 H 上作为参考光。透射的一束由平面镜 M_2 反射到物体上，再经物体表面的漫反射，作为物光波 O 射到全息干板上。参考光和物光相干涉，将全息干板置于这种干涉场中，经曝光、显影和定影处理以后，就将物光波的全部信息（包括振幅和位相）以干涉条纹的形式记录下来，这就是波前记录过程。所得到的全息图实际是一种较复杂的光栅结构，图 1-7 右边的照片是放大

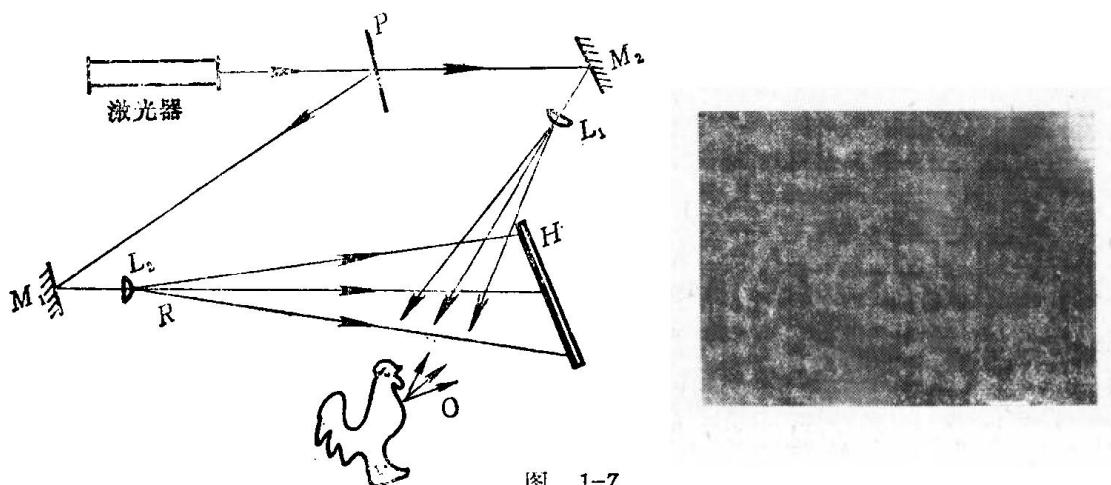


图 1-7

以后的全息图的一部分。

对于平面全息图可以用它的振幅透射系数表示其特性。透射系数一般是一个复函数，具有下述形式：

$$\tau_H(x, y) = \tau_0(x, y) \exp[j\psi(x, y)] \quad (1-32)$$

在上式中，如果 ψ 与 x, y 无关而是一个常量，就称为振幅型全息图；如果 τ_0 与 x, y 无关，则称为位相型全息图；假若二者都与 x, y 有关，则称为混合型全息图。对于用银盐全息干板制成的全息图，显影后是振幅型的，通过漂白可以转换成位相型的，也可以通过反转漂白直接得到位相全息图。

下面介绍用全息干板所记录的振幅全息图透射系数的特点。照相干板的感光特性，通常是用黑度 D 与曝光量 H_s 的对数的关系曲线表示，即 $D-\lg H_s$ 曲线，或称为 $H-D$ (赫特 (Hurter) 德里菲耳德 (Driffield)) 曲线 (图 1-8(a))。但是在全息照相中，用振幅透射系数与曝光量的关系曲线 ($\tau-H_s$ 曲线) 更为方便 (图 1-8(b))。曝光量是曝光强度 Φ 与曝光时间 t 的乘积。

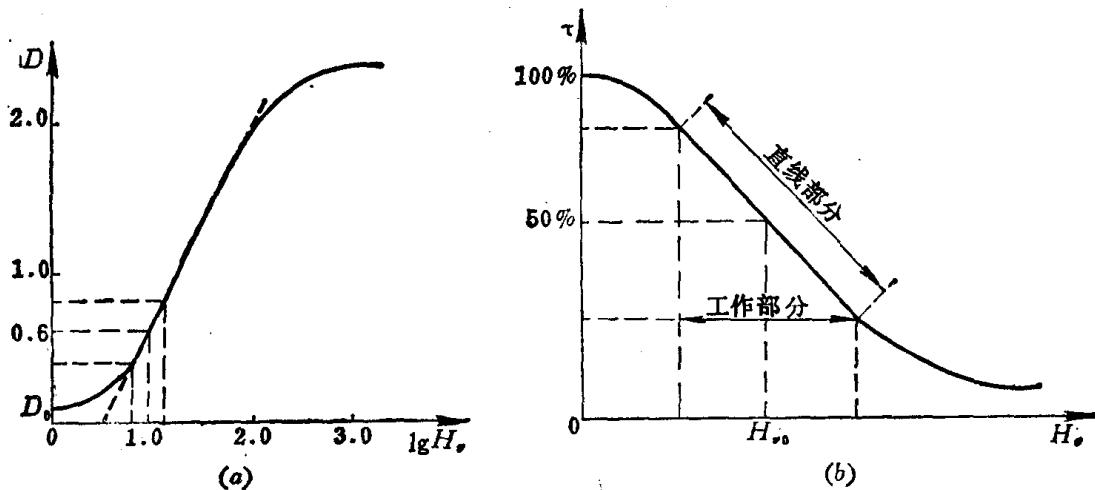


图 1-8

因为 $\tau-H_s$ 曲线只在中间一段近似为直线，所以有线性记录和非线性记录两种情况。线性记录是控制曝光量在曲线的直线范围内变化。 $\tau-H_s$ 曲线的直线部分对应 $D-\lg H_s$ 曲线直线部分的下端，在 $D=0.6$ 的附近。参考光与物光的强度比在 2:1 到 10:1 的范围内变化，将平均曝光量置于 $\tau-H_s$ 曲线的直线部分的中点处。这样记录的振幅透射系数就与输入的强度变化有正比的关系。因此，称为线性记录。如果平均曝光量不在中点处，就成为非线性记录。

在线性记录的条件下，振幅透射系数

$$\tau_H = \beta_0 + \beta H_s = \beta_0 + \beta t \Phi \quad (1-33)$$

β_0 和 β 是常数， β 等于 $\tau-H_s$ 曲线直线部分的斜率。正、负片的 β 值分别为正、负值，强度 Φ 可用式 (1-26) 的任一种形式代入。我们考虑在一维情况下平面全息图的振幅透射系数，并将常量合并写成：

$$\tau_H = \tau_0 + \tau \cos 2\pi \xi x \quad (1-34)$$

式中常量 $\tau_0 = \beta_0 + \beta t(a_1^2 + a_2^2)$ ， $\tau = 2\beta t a_1 a_2$ ， ξ 是条纹的空间频率，由式 (1-31) 确定。

对于非线性记录的全息图，振幅透射系数可以写成：

$$\tau_H = \beta_0 + \beta_1 H_v + \beta_2 H_v^2 + \dots \quad (1-35)$$

或用傅里叶级数表示成：

$$\tau_H = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tau_m \exp[j2\pi\xi_m x] \quad (1-36)$$

其中系数 τ_m 的项数由曲线的形状来确定；另外有 $\xi_{-m} = -\xi_m$ 。

以上是用二平面光波的干涉说明全息图的结构。实际记录全息图时，参考光波多用较纯的平面光波或球面光波；物光波则是一个形状复杂的综合波面。因此实际全息图的结构也是很复杂的。虽然复杂，但对物体上每一点射出的光波与参考光波构成的全息图所遵循的规律是相同的。所以将单一物点射出的光波与点源构成的参考光波所形成的全息图称为基元全息图。通过基元全息图来研究全息图的结构及再现光波的形成，就容易理解了。下面用两个点光源的干涉研究全息图的结构。

三、基元全息图

我们撇开实际的光路，只考虑参考光波 R 与物光波 O 的干涉。图 1-9(a)，参考光波和物光波均为平面光波，条纹的峰值强度面是平行等距的平面，面间距 Λ 与光束的夹角有关。图 1-9(b) 是参考光为平面光波，物光波为发散的球面波的情形，峰值强度

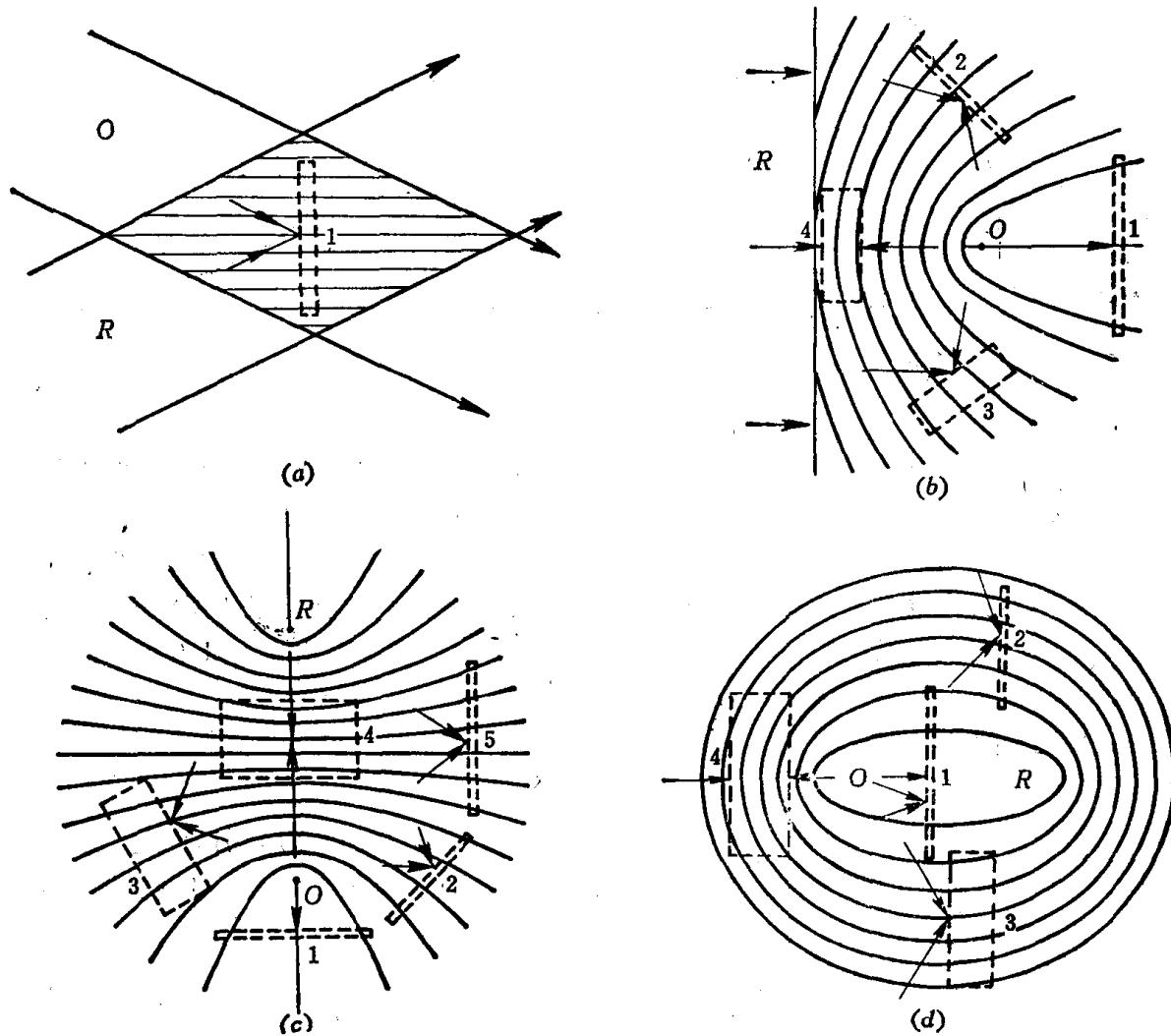


图 1-9

面是一族旋转抛物面。图1-9(c)是参考光和物光均为发散的球面波的情形，峰值强度面是旋转双曲面，旋转轴为两个点光源的连线。图1-9(d)是一个发散的球面波和一个会聚的球面波相干涉，峰值强度面是一族旋转椭圆，两个点源的位置是旋转椭圆的焦点。

在图1-9中用虚线表示记录物质的位置，位置不同基元全息图的结构也不同。图1-9(a)是傅里叶变换全息图的结构。在图1-9(b)~(d)中在位置1是同轴全息图，条纹是中心疏，边缘密的同心圆环。在位置2是离轴全息图；在位置3是透射体积全息图；在位置4是反射体积全息图，参考光与物光自两边入射在记录介质上。在图1-9(c)的位置5是无透镜傅里叶变换全息图。

四、对记录物质的分辨率要求

记录物质如果把干涉条纹清晰的记录下来，它的分辨率必须大于全息图光栅结构的空间频率。一般情况光栅结构的空间频率与参考光和物光的夹角有关。设波长是633nm，用式(1-30)来计算全息的空间频率，所得数值列入表1-1以作参考。

表1-1 对记录物质分辨率的要求

θ	30°	60°	90°	120°	150°	180°
分辨率(cy/mm)	818	1580	2230	2740	3050	3160

§ 1-4 光的衍射和波前再现

光束通过一个小孔、狭缝或物体的细微结构时，就会出现光线偏离直线传播的现象，称为衍射现象。小孔、狭缝或具有细微结构的物体，就称为衍射光屏或衍射物体。光通过衍射物体以后将分解为许多次波，称为衍射波。

一、周期光栅的衍射

图1-10表示一个周期光栅的衍射。设光栅的透射系数是一个矩形波函数，它的傅里叶级数展开式为：

$$\tau(x) = \tau_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \quad (1-37)$$

式中 $\xi_1 = 1/d$ 是光栅的基频， $\xi_m = m\xi_1$ 是谐频， d 是光栅间距。

设用振幅为 A_0 的单色平面光波垂直地照射光栅，则透过光栅的复振幅用它的频谱(傅里叶级数展开)表示时为：

$$\begin{aligned} A(x, y, 0_+) &= A_0 \tau(x) = A_0 \tau_0 + A_0 \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \\ &= A_0 \tau_0 + \frac{1}{2} A_0 \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m [\exp(j2\pi \xi_m x) + \exp(-j2\pi \xi_m x)] \quad (1-38) \end{aligned}$$

式中 0_+ 表示刚刚通过光栅以后的情况， $A_0 \tau_0$ 是直射光或零级衍射光， m 是衍射级次，方括号中的第一项是正衍射级，即正频项；第二项是负衍射级，即负频项。在图1-10中还画出各衍射级的传播方向，因为只有在这些方向的衍射光能够满足光栅方程 $d \sin \theta_m = m\lambda$ 。用 θ_m 表示第 m 级衍射光的角度，则光栅方程可以改写成：

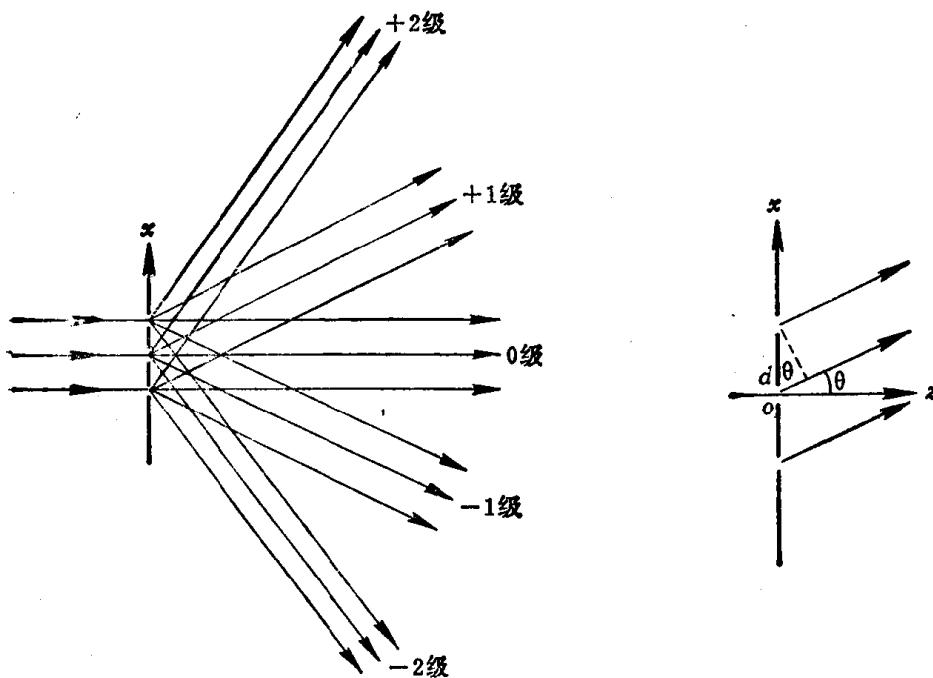


图 1-10

$$\sin\theta_m = \xi_m \lambda \quad (1-39)$$

式中 ξ_m 是第 m 级衍射光在 x 方向的空间频率分量。这样我们就知道各级衍射光的存在与光栅本身含有的频谱成分有关。例如一个余弦光栅，用振幅为 A_0 的单色平面光波照射，透过光栅后的复振幅为：

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(x, y, 0) &= A_0 \tau_0 + A_0 \tau \cos 2\pi \xi x \\ &= A_0 \tau_0 + A_0 \tau [\exp(j2\pi\xi x) + \exp(-j2\pi\xi x)] \end{aligned} \quad (1-40)$$

可见余弦光栅除零级衍射外，只有 ± 1 级衍射光。

以上是对周期衍射光栅而言，对于非周期衍射物来说，它的频谱成分需要用傅里叶积分表示，频谱则是连续的。

二、衍射光的传播

现在分析一下衍射光的传播。按照式 (1-21) 和 (1-38)，沿 z 方向传播的衍射波的复振幅可写成：

$$\mathbf{A}(x, y, z) = A_0 \tau_0 \exp(jkz) + A_0 \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \exp[jkz(1 - \lambda^2 \xi_m^2)^{1/2}], \quad (1-41)$$

或写成：

$$\mathbf{A}(x, y, z) = A_0 \exp(jkz) \left\{ \tau_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \exp[jkz(\sqrt{1 - \lambda^2 \xi_m^2} - 1)] \right\} \quad (1-42)$$

由上式可见有两种情况：第一种情况，光栅的空间频率较小，因此 $\lambda^2 \xi_m^2 < 1$ ，方括号中的位相项是虚数，衍射波是传播的。如果光栅的空间频率很小，即 $\lambda^2 \xi_m^2 \ll 1$ ，此时位相项可用二项式定理展开，取一级近似有

$$\varphi_m = kz(\sqrt{1 - \lambda^2 \xi_m^2} - 1) = -\pi \lambda \xi_m z, \quad (1-43)$$

如果令 $\varphi_1 = -\pi \lambda \xi_1 z = -2n\pi$, $n = 1, 2, 3 \dots$; 则由于 $\xi_m = m \xi_1$, 故有 $\varphi_m = -2nm^2\pi$, 可求出当

$$z = \frac{2n}{\lambda \xi_1^2} = \frac{2nd^2}{\lambda} \quad (1-44)$$

时, 式 (1-42) 变为:

$$A(x, y, z) = A_0 \exp(jkz) \tau_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \quad (1-45)$$

这样, 我们看到除却一位相因子 $\exp(jkz)$ 外, 上式与式 (1-37) 相同。因为实际观察到的是强度, 位相因子被消去, 得:

$$\Phi(x, y, z) = AA^* = A_0^2 \left(\tau_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \right)^2 \quad (1-46)$$

这就是说当 $Z = 2d^2/\lambda, 4d^2/\lambda, \dots, 2nd^2/\lambda$ 时, 得到光栅的象 (图 1-11)。这是衍射光的自成象, 在 1830 年塔耳波特 (Talbot) 就发现了这种现象, 故称为塔耳波特定效应。到 1888 年由瑞利 (Rayleigh) 阐明了这一现象的原理。不过到 1970 年才开始将这一现象与莫阿 (Moiré) 技术结合起来, 测量位相物体很方便, 近十多年来有关这一现象的应用有很大的发展。

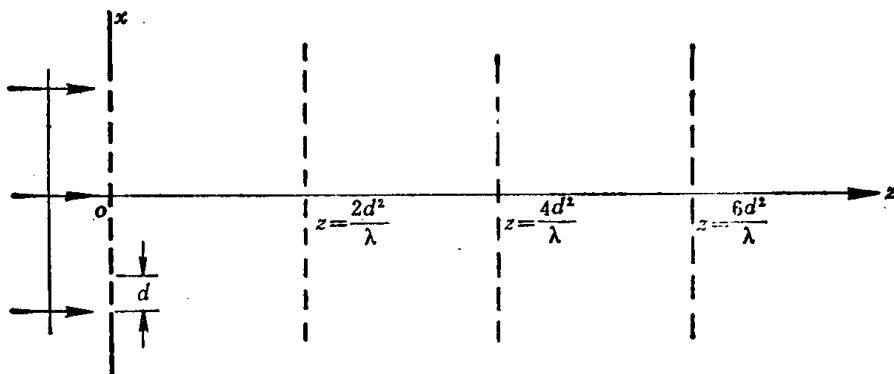


图 1-11

第二种情况, 光栅的空间频率很大, 使得 $\lambda^2 \xi_m^2 > 1$, 则 $(1 - \lambda^2 \xi_m^2)^{1/2}$ 成为虚数, 位相项变为实数, 式 (1-41) 可改写成:

$$A(x, y, z) = A_0 \tau_0 \exp(jkz) + A_0 \sum_{m=1}^{\infty} \tau_m \cos 2\pi \xi_m x \exp[-kz(\lambda^2 \xi_m^2 - 1)^{1/2}] \quad (1-47)$$

在这种情形, 只有 0 级衍射光是传播的, 其它各级衍射光振幅随传播距离 Z 的增加而减小, ξ_m 愈大, 振幅衰减的愈快, 称为倏逝波。这种倏逝波因为截面积小, 强度大, 将能量集中起来, 所以也有很多特殊用途。

这样我们看到在垂直照明的情况下, 衍射光传播的条件是 $\lambda^2 \xi_m^2 < 1$, 如果 $\lambda^2 \xi_1^2 = 1$, 则有 $d = \lambda$ 。也就是说在垂直照明的情况下, 衍射光栅的间距不能小于 λ , 或者说 $d = \lambda$ 是衍射的极限情况。

三、光栅衍射成象与波前再现

通常将光的衍射分为三种类型: 瑞利-索末菲 (Sommerfeld) 衍射, 菲涅耳