经济控制论

张逸民　范崇惠　编著

同济大学出版社

经 济 控 制 论

张逸民　范崇惠　　编著

同 济 大 学 出 版 社

内 容 提 要

本书用控制理论和计算技术对经济系统进行建模、辨识、分析动态特性和确定控制策略(政策建议)。定量分析市场价格的动态过程、经济系统中时滞与寿命的处理方法、商业循环、经济长波及其形成原因、宏观经济模型的动态特性等。以上海市为实例，用二次型目标函数求最优化控制规律。基于上海市投入产出表分析上海市合理的产业结构、技术进步贡献、产品成本价格、用卡尔曼滤波理论修正直接消耗系数。还以控制理论中状态方程方法讨论投入产出模型的动态化、稳定性及解法，并研究投资优化。本书内容翔实，叙述深入浅出。所分析的主要模型均附有计算机程序，以便读者进一步理解和使用。本书可作为系统工程、管理工程、自动控制、管理信息系统、经济管理等专业研究生或本科生的教材，也可以作为现代化管理技术培训的教材，并可供广大经营管理干部和经济工作者使用。

责任编辑　徐　铮

封面设计　王肖生

经济控制论

张逸民　范崇惠　编著

同济大学出版社出版

(上海四平路1239号)

新华书店上海发行所发行

上海崇明晨光印刷厂印刷

开本：787×1092　1/16　印张：22.25　字数：569.6千字

1988年10月第1版　1988年10月第一次印刷

印数：1—3000　定价：7.00元

ISBN 7-5608-0148X/F·6

序　言

本书利用控制理论和数值计算技术对经济系统进行建模、动态分析、预测与控制，作者意图是把自然科学研究方法用于社会科学(经济系统)研究中，使自然科学(方法)与社会科学(对象)相结合，定性研究与定量研究相结合，解析研究与数值计算相结合，这种类型应用研究有助于把经验决策向科学决策过渡。

本书第一章着重介绍控制理论分析经济系统的特点，阐明了静态、比较静态与动态模型的区别，经济控制论主要研究动态模型。对经济系统动态特性、Z变换分析法、状态空间分析法、线性随机系统等分析作了介绍。

第二章着重研究经济系统中时滞及寿命，用控制理论中的方法分析了一些常见的经济模型，均可作为本书中的特例。对于更复杂的系统，书中提出了数值解法，并把数值解结果用回归分析整理成经验公式供初步估算用。为了控制经济系统的动态特性，提出了投资决策方程，并具体讨论了投资形成固定资产的模型。

第三章采用控制理论着重分析宏观经济模型，讨论其动态特性，并在此基础上对经济系统中的波动现象、商业循环、经济危机等进行了定量分析。书中还把现代控制理论中线性二次型目标函数的确定性优化控制用于宏观经济模型，以上海市为实例，求出优化反馈控制规律及目标函数极值。

第四章着重讨论静态与动态投入产出模型的各种应用。从控制理论观点投入产出模型是一个反馈耦合系统，本书将凯恩斯乘数、收入乘数等与投入产出分析联系起来，并对上海市投入产出表进行连锁系数分析、成本价格分析，科技进步贡献、产品结构分析等，对上海市的发展战略提出了一些有益看法。书中利用卡尔曼滤波理论，根据有限的数据对投入产出矩阵系数进行修正。还采用控制理论中状态方程方法讨论了投入产出模型的动态化，讨论其解法并研究投资优化。书中还讨论了静态投入产出模型解存在的条件并分析了动态投入产出模型稳定性问题。

本书内容主要是作者已研究过并取得一定成果的部分，这些课题研究得到国家自然科学基金及上海市科学技术发展基金的资助，作者在此表示感谢。

本书注意理论联系实际，所分析的问题尽可能与经济中实际情况，我国及上海市现状相结合。所讨论的主要模型均附有计算程序，全书共有26个计算程序，源程序可存贮在一个软盘中(不包括输入、输出文件)。源程序采用IBM-PC的BASICA语言编写，主要是为了便于调试，并便于知道未打印或显示的中间变量值。对计算时间较长的程序，采用编译BASIC，其执行时间可比解释BASIC缩短75%左右。这些程序有助于读者进一步理解和应用。本书阐述尽量深入浅出，读者只需具有一般高等数学、线性代数知识即可阅读本书，并把Z变换作为附录附于书末，方便读者查阅。另一方面对定量分析也较深入，有些数学推导、证明在其他书中尚属未见。全书共有26个程序，81幅图，102张表格、1133个数学表达式，表明了本书定量分析的性质。

作者曾利用本书初稿在上海机械学院对系统工程系研究生讲授过(60学时)，部分内容也作为系统工程专业本科生的选修课，效果良好，对学生应用经济控制论方法建立动态模型起了启蒙作用。

作　者

1987 年 10 月于上海机械学院

目　　录

第一章　经济系统与差分方程

§1.1　引　言

机器的自动控制或动物在自然界的活动，都可以看成是其本身各组成部分间信息的传送过程。控制论就是研究动物(包括人类)和机器内部的控制和通信的一般规律的学科；着重研究上述过程的数学关系，而不涉及过程内在的物理、化学、生物或其他方面的现象。因此，控制论所研究的是复杂的动态系统中的指挥、控制、调节和自调节等问题，并从整体的观点来强调系统的运动和演进规律。动态主要是指随时间变化的性质。在日常生活和科学研究中，几乎所有能被观察到的现象都具有重要的动态特征。用静态模型(模型就是用数学形式表示的理论)来研究经济系统，就会得出错误的结论。例如，静态模型不能解释经济变量的周期波动现象或它们的增长或衰减；认为国民生产总值、物价水平等的时间轨线是非常平滑的或几乎不变的。所以控制论着重研究动态系统的理论，动态这一术语首先是指周围世界中随时间演变的现象；其次，它是被用于描述和分析这种现象的数学学科的一部分。

在数学上动态系统通常是用微分方程或差分方程描述的。实际上，就纯粹的数学内容而论，对动态进行初步的研究几乎与微分方程和差分方程的理论是一样的，这些方程提供了描述各个变量之间随时间而变化相联系的一种结构。使用微分方程还是差分方程来描述动态系统，取决于是以连续时间还是离散时间来观察系统的行为。连续时间与通常的概念相吻合，把时间看作连续变化的，并认为它是平滑地流逝的，其任意值通常用字母 t 表示。按连续时间所观测的动态行为通常用微分方程来加以描述，微分方程把动态变量的导数与其当时的值联系起来。离散时间由有序点列所构成。从应用观点来看，当各种事件和结果仅在离散时间上(例如按天、月或年)出现或被考虑时，引进离散时间是方便的。例如，研究宏观经济模型时，逐年地(或逐月地)计算总产值的变化，而不是连续地计算，离散时间通常是以一个方便的起点作为参考点而依次标注离散时间点来表示的。因此，时间就相当于整数 0，1，2，…等等，而一个任意的时间点常用字母 n 表示。所以，在离散时间点所观测到的动态行为，通常把某一时刻上的变量值与各相邻时刻上的变量值联系起来的方程加以描述，这种方程称作差分方程。对于某一具体现象是建立连续时间模型还是建立离散时间模型，其选择多少是有点任意的。这种选择通常是由现有可利用的数据、分析上的处理方便、应用领域中已建立起来的习惯等因素所决定的。

§1.2　离散时间系统与差分方程

动态系统分析一般包括两大部分：建模及根据模型来评价系统的动态特性。建模就是获得系统的数学描述的过程。在工程上现在数字控制系统已发展到利用数字计算机作为控制元件，这种系统通常是采样系统，即输入到数字计算机中去的信息是这个信号在某个瞬间的值，在新的信息馈入到数字计算机前，其输出值保持不变。图 1.1 为数字控制系统的示意图，数字计算机在系统内完成补偿的功能，计算机输入端的接口是模拟-数字 (A/D)

转换器，用来转换连续-时间信号——误差信号，使其成为数字计算机能接受的形式。在数字计算机的输出端为数字-模拟(D/A)转换器，以把计算机的输出信号转化为驱动装置所需的模拟信号。

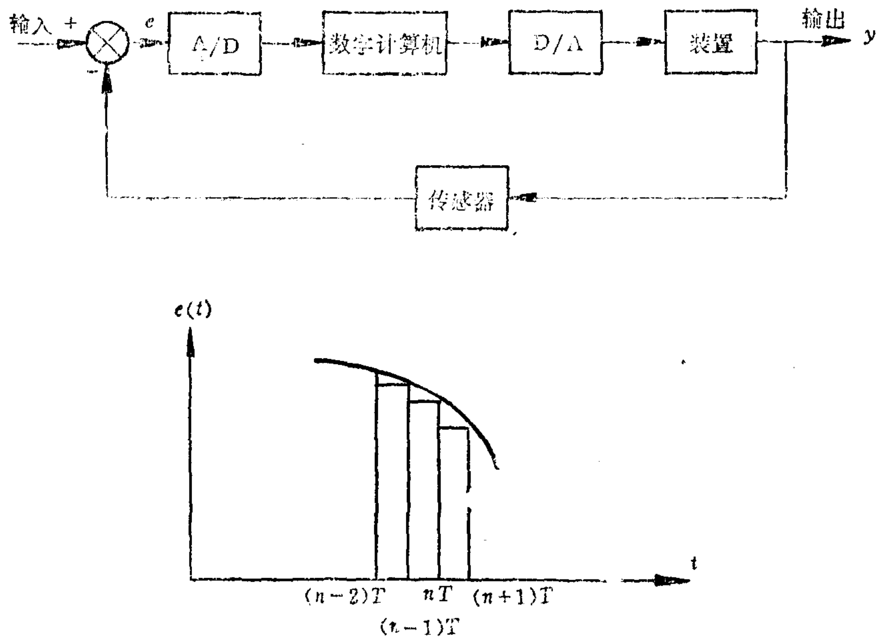

图 1.1 数字控制系统

对于比例-积分(PI)模拟调节器，其输出由下式决定：

$$y(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(t)dt \tag{1.1}$$

式中 $e(t)$——调节器输入信号；

$y(t)$——调节器输出信号；

K_p——比例调节增益系数；

K_I——积分调节增益系数。

由于数字计算机可以编程来完成乘、加及积分等数值运算，故可用数字计算机来实现调节器方程。在本例中，用图1.1中所示的矩形规则进行，则

$$x(nT) = x[(n-1)T] + Te(nT) \tag{1.2}$$

式中 $x(t)$——$e(t)$的积分；

T——数值算法中步长。

因此对于数字调节器，其输出变为下式

$$y(nT) = K_p e(nT) + K_I x(nT) \tag{1.3}$$

该方程就是差分方程，所以离散时间系统的模型就是差分方程。式(1.2)为一阶线性差分方程，因为只有最后的一个采样信号进入方程式。m阶差分方程的一般形式为

$$x(n) + \sum_{i=1}^{m} \beta_{n-i} x(n-i) = \sum_{j=0}^{m} \alpha_j e(n-m+j) \tag{1.4}$$

若图1.1中的装置也可用线性常系数差分方程表示，则整个系统由类似(1.4)形式的差分方程来表示，当然其阶数要高于调节器的阶数。故图1.1中的数字计算机应编程以求解(1.4)形式的差分方程，系统设计师的任务就是确定：(1)采样周期T；(2)差分方程阶数m；(3)滤波器系数α_j、β_j的选定以使系统具有期望的品质；(4)数字计算机字长以使由于计算机舍入误差所引起的系统误差保持在可接受的水平。例如，土星V火箭第一级的姿态控制系统的数字调节器(滤波器)设计中，采样周期$T=0.05$秒，调节器的差分方程为5阶，数字计算机需要的最小字长是32比特以确保由于舍入误差引起的系统误差保持在可接受的水平。近十几年来，随着脉冲技术、数字式元件、特别是数字计算机的的蓬勃发展，而且数字控制系统便于处理很复杂的信号，这类复杂的信号用模拟控制器无法处理；数字控制器可设计得达到任何的控制规律、补偿或期望品质；由于这些理由，数字控制系统得到了广泛的应用。

经济模型一般采用离散时间模型表示，因为对经济系统有关变量的统计不可能是连续地进行的，而一般采样周期为年。在讨论短期的经济问题动态行为时，可取较短的取样周期。因此本书中以后涉及的模型主要是用差分方程表示的。求解差分方程可应用Z变换，见本书附录，正如求解微分方程中应用拉氏变换相类似。

§1.3 市场价格的静态、比较静态与动态模型

西方微观经济学研究单个生产者、单个消费者的经济活动，研究单个行业、单个市场的经济状况的变化。因此，供求问题和价格问题自然而然地成为西方微观经济学的中心问题，故有时被称作价格理论，市场理论。西方微观经济学中的分析通常也就从价格和市场的分析着手。马克思对资本主义社会的经济结构是从资本主义最单纯的因素——商品——开始的。而在分析商品的属性时，马克思把价值作为商品最本质的要素来理解。科学的劳动价值论是马克思全部经济分析的出发点。价格与价值不可能完全一致，价值量与劳动生产率成反比，随着劳动生产率的提高，价值会自动地跟着降低。价格是由人决定的，它们对劳动生产率变化的反映不可能象价值那样及时和准确。其次价值不受供求规律的影响，而价格是受其影响的。

由于价格被认为取决于需求和供给，所以首先分别对需求和供给进行分析。需求是指消费者在一定价格条件下对商品的需要。消费者对一定量商品所愿意支付的价格，称为需求价格，需求一般随价格上升而减少，或随价格下降而增加，见图1.2中曲线D，假设其为价格的线性函数，即

$$D=d_0-ap \tag{1.5}$$

式中，$-a$为需求量对价格的导数。在工程科学中，一般用因变量对自变量的导数来描述因变量变化对自变量变化的敏感性。但在经济分析中，这种描述往往不合适，以猪肉需求函数为例

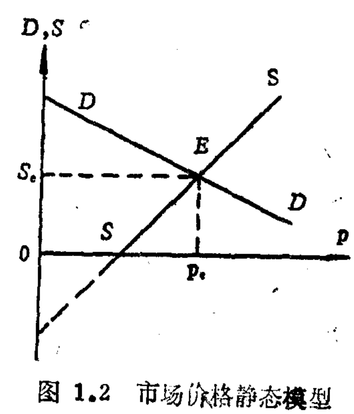

图 1.2 市场价格静态模型

$$D=10\,000-1\,000\,p \tag{1.6}$$

式中　D——需求量，千克；

　　　p——猪肉需求价格，元/千克。

如果用D对p的导数$\frac{dD}{dp}=-1\,000$来描述需求量对价格变化的敏感性，它表示猪肉价格提高1元/千克，需求量会降低1 000千克。若需求量用吨表示，则需求函数变为

$$D=10-0.001\,p \tag{1.7}$$

式中　D——需求量，吨；

　　　p——猪肉价格，元/吨。

这时$\frac{dD}{dp}=-0.001$，它表示猪肉价格提高1元/吨，其需求量下降0.001吨。所以，究竟用$-1\,000$还是用-0.001来表示需求量对价格变化的敏感性？有人认为只要规定统一的度量单位就可以解决这个问题，对工程科学而言，可以规定国际单位制作为统一的测度单位。但在经济分析中商品千差万别，很多商品的计量单位不可能统一。例如煤要以百万吨计量，冰箱要以台计算等。在测度单位不统一的情况下，因变量对自变量的导数互相就不具备可比性。所以在经济分析中采用函数因变量对自变量的弹性作为新的敏感性概念。函数弹性定义为因变量增长率对自变量增长率的比值，又称作相对增长率。例如函数$y=g(x)$，则y对于x弹性定义为

$$\varepsilon=\frac{dy/y}{dx/x}=\frac{d\ln y}{d\ln x} \tag{1.8}$$

改变计算单位，函数的弹性不变。若改变计量单位，测得因变量$y'=\lambda y$，自变量$x'=\mu x$，在新计量单位下y'对x'的弹性为

$$\varepsilon'=\frac{dy'/y'}{dx'/x'}=\frac{d(\lambda y)/(\lambda y)}{d(\mu x)/(\mu)x}=\frac{dy/y}{dx/x}=\varepsilon \tag{1.9}$$

与用原计量单位测得的弹性相同。

对于式(1.6)，可求得需求对价格弹性为

$$\varepsilon_D=\frac{dD/dp}{D/p}=\frac{-1\,000p}{10\,000-1\,000p} \tag{1.10}$$

对于式(1.7)，求得需求对价格弹性为

$$\varepsilon_D'=\frac{dD/dp}{D/p}=\frac{-0.001p}{10-0.001p} \tag{1.11}$$

由式(1.10)、(1.11)可知需求对价格的弹性是相同的，不随测度单位变化而变化。若$p=5$元/千克，则由式(1.10)可知$\varepsilon=-1$，即猪肉价格变化$+1\%$，猪肉需求量变化为-1%。一般说来，生活必需品的需求价格弹性小于1，而奢侈品的需求价格弹性大于1。

供给是指某一段时间内，生产者在一定价格条件下，愿意并可能出售的产品。生产者为提供一定量商品所愿意接受的价格，称为供给价格。在其它条件不变的情况下，价格越高，生产者越愿意提供产品。因此供给一般随价格升降而增减，如图1.2中曲线S，它随价格的增加而线性上升

$$S=S_0+bp \tag{1.12}$$

供给弹性

$$\varepsilon_s = \frac{bp}{S_0 + bp} \quad (1.13)$$

供给价格弹性就是因价格变动而引起供给的相应变动率。供给价格弹性的大小主要取决于供给的难易程度。一般说来，劳动密集型行业的产品增加供给容易，供求价格弹性大于1；而资本密集型行业的产品涉及到设备、技术等问题，增加供给不容易，供给弹性小于1。

均衡价格是指一种商品的需求价格和供给价格相一致时的价格，也就是这种商品的市场需求曲线与市场供给曲线相交时的价格，如图1.2所示。（E点就是均衡点，p_e就是均衡价格。均衡价格是按照供求定律的自发调节而形成的。供求定律就是指需求大于供给，价格将会上升；需求小于供给，价格将会下降。

均衡点条件可写作

$$S_e = D_e \quad (1.14)$$

由式(1.5)、(1.12)、(1.14)可得均衡价格 p_e 为

$$p_e = \frac{d_0 - S_0}{a + b} \quad (1.15)$$

均衡供给量或需求量

$$S_e = D_e = \frac{aS_0 + bd_0}{a + b} \quad (1.16)$$

若猪肉供给方程为

$$S = -5\,000 + 2\,000p \quad (1.17)$$

式中　S——猪肉供给量，千克；

p——猪肉供给价格，元/千克。

则由式(1.6)和式(1.17)可求得

$$p_e = 5\text{元/千克}$$

$$S_e = 5\,000\text{千克}$$

即猪肉均衡价格为5元/千克，均衡供给量为5 000千克。由式(1.10)和(1.13)可知在均衡价格时需求价格弹性为-1，供给价格弹性为$+2$。因此市场价格的静态模型得到的是一组数字解。

下面根据市场价格的静态模型，分析当参数条件改变时均衡点状态变化，这称为比较静力学(ComParative statics)，这是经济分析中最有用的方法之一。要研究四个独立参数S_0、d_0、a、b对均衡点状态（即p_e和S_e）的影响，只需由式(1.15)求出p_e对上述四个参数的偏导数。

$$\frac{\partial p_e}{\partial d_0} = \frac{1}{a + b} \quad (1.18)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial S_0} = -\frac{1}{a + b} \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial a} = -\frac{d_0 - S_0}{(a + b)^2} \quad (1.20)$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial b} = -\frac{d_0 - S_0}{(a + b)^2} \quad (1.21)$$

由于在模型中 d_0、a、b 均大于零，S_0 小于零，因此

$$\frac{\partial p_e}{\partial d_0}=-\frac{\partial p_e}{\partial S_0}>0 \tag{1.22}$$

$$\frac{\partial p_e}{\partial a}=\frac{\partial p_e}{\partial b}<0 \tag{1.23}$$

图 1.3 中给出了四个参数增加时均衡价格 p_e 的变化。由图 1.3a 可知，当 d_0 增加为 d_0' 时，需求曲线向上平移，故 $p_e'>p_e$，与式(1.22)是一致的。同理，由图1.3c可知，当 S_0 增加为 S_0' 时，供给曲线向上平移，故 $p_e'<p_e$。图 1.3b 和1.3d 表示需求曲线和供给曲线斜率的增

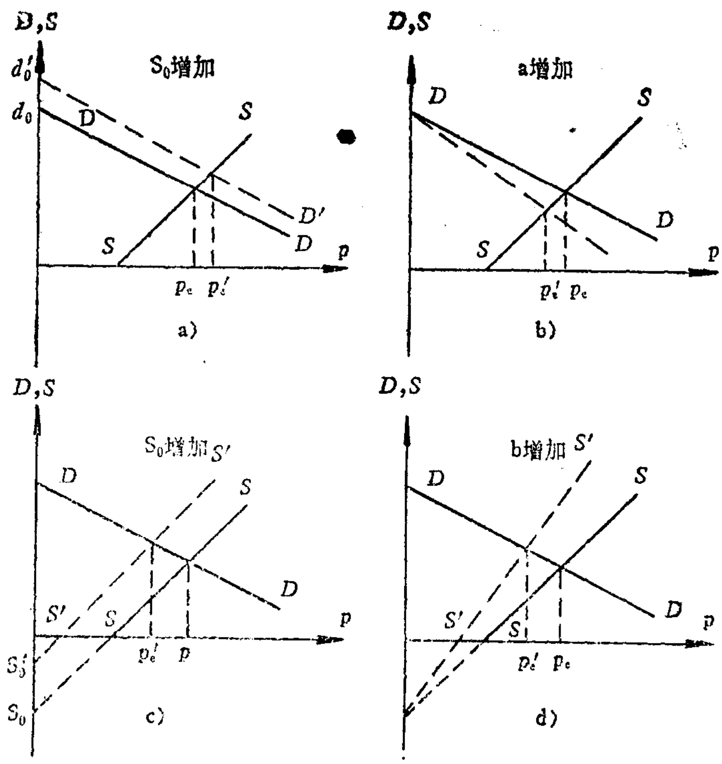

图 1.3 市场价格比较静态模型

a) 参数 d_0 增加　　b) 参数 a 增加

c) 参数 S_0 增加　　d) 参数 b 增加

加，此时 $p_e'<p_e$，与式(1.23)是一致的。从以上分析可知，比较静力学要探索的是系统从一个均衡点到另一个均衡点的变量的状态，集中研究均衡的最终位置，而不是系统的变化过程。亦即它不研究平衡状态随时间变化的动态过程，不讨论是否可从旧的平衡状态过渡到新的平衡状态。

动态理论研究变量的值随时间的变化，讨论某个变量随着时间增长还是减少，它是否振荡，它最终是否可以达到均衡值或稳态值。在市场价格静态模型中把供给量与供给价格之间引入时间滞后，即式(1.12)改写为

$$S(n)=S_0+bp(n-1) \tag{1.24}$$

即供给量是前一期价格的函数，因为生产过程本身具有时滞。而需求量取决于当前的需求价格，式(1.5)可写作

$$d(n)=d_0-ap(n) \tag{1.25}$$

在均衡状态时需求量等于供给量，即

$$S(n)=d(n) \tag{1.26}$$

由式(1.24)、(1.25)和(1.26)可得

$$p(n+1)=-\rho p(n)+p_a \tag{1.27}$$

式中 $\rho=\dfrac{b}{a}$，$p_a=\dfrac{d_0-S_0}{a}$ (1.28)

对式(1.27)进行Z变换，整理后得

$$\rho(z)=\frac{Z}{Z+\rho}p(0)+\frac{p_a}{1+\rho}\left(\frac{Z}{Z-1}-\frac{Z}{Z+\rho}\right) \tag{1.29}$$

由式(1.15)和式(1.28)可知

$$\frac{p_a}{1+\rho}=p_e \tag{1.30}$$

对式(1.29)进行Z逆变换，并把式(1.30)代入得

$$p(n)=p_e+[p(0)-p_e](-\rho)^n \tag{1.31}$$

式中 $p(0)$——初始价格。

由式(1.31)可知，价格$p(n)$与均衡价格 p_e 的偏离为$[p(0)-p_e](-\rho)^n$，由于$\rho>0$，故偏离为一振荡值，当 $\rho<1$ 时为衰减振荡，见图 1.4；$\rho>1$ 时为发散振荡，见图1.5；$\rho=1$

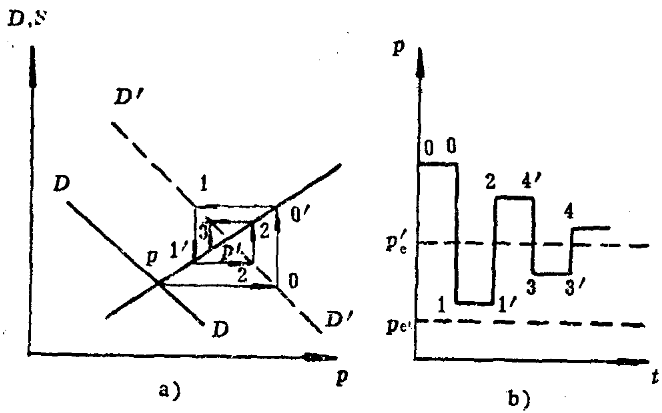

图 1.4 蛛网模型——衰减振荡

时为等幅振荡，见图1.6。由图1.4a 可知，某一产品价格取决于平衡点p，由于DD线上移造成供不应求使市场价格上升到 p_0，由于价格p_0高于 p_e，故使生产者决定扩大再生产，但直到下一期新产品投入市场之前，供给量的增长不会实现。次一个暂时均衡点就是 0′，这时供给超过需求，从而价格就下降，由 p_0 下降到 p_1。价格 p_1 对生产者来说这价格太低了，所以就决定缩减生产，因此下一期产品供给量就下降到1′，此时又出现了需求大于供给，价格上升到 p_2。依此类推，暂时均衡点再移到 2′、3、3′，…，最后趋向于新均

衡点p'。因此，当初始价格偏离原均衡价格时，就出现供给量和价格作相反方向的振荡，即供给量增长引起价格下跌，而供给量下降又导致价格上涨，但价格波动幅度将逐期减小。直到达到新均衡价格p_e'，如图1.4b所示。

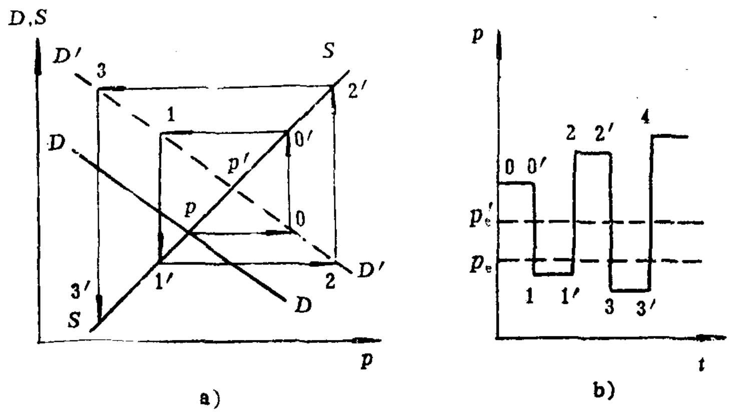

图 1.5 蛛网模型——发散振荡

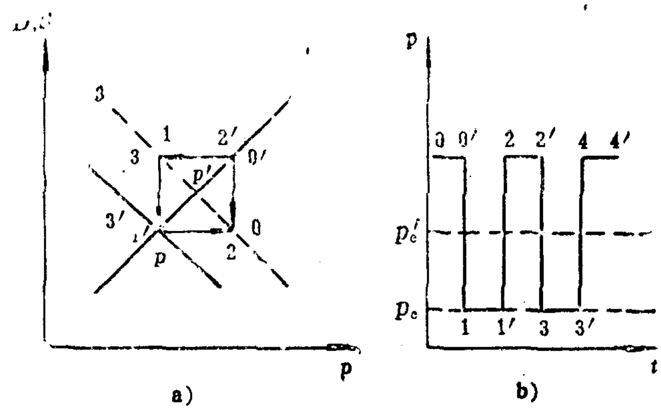

图 1.6 蛛网模型——等幅振荡

现在进一步分析ρ的经济意义。由式(1.5)可求得需求的价格弹性

$$\varepsilon_D = \frac{dD}{dp}\Big/\frac{D}{p} = \frac{-ap}{d_0 - ap} \tag{1.32}$$

由式(1.13)和(1.32)可得

$$\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_D} = -\frac{b}{a}\ \frac{d_0 - ap}{S_0 + bp} \tag{1.33}$$

在均衡状态下

$$\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_D} = -\frac{b}{a} = -\rho \tag{1.34}$$

由式(1.34)可知，ρ表示供给的价格弹性与需求的价格弹性之比，故ρ<1的经济意义就是供给的价格弹性绝对值小于需求的价格弹性，这就是蛛网模型稳定条件。“蛛网”名称的由

来，是因为价格和产量连续演变过程，在图形上同蛛网相似。

当供给的价格弹性大于需求的价格弹性，当市场价格由于供不应求高于均衡价格 p_e 时，就会引起供给量和价格以较大的幅度波动。由于这种波动的结果，离开均衡点越来越远，如图 1.5a 所示，价格波动的幅度越来越大，如图 1.5b 所示，不能达到新的均衡价格 p'。

最后，在供给的价格弹性等于需求的价格弹性时，市场价格均衡的失调将引起价格和供给量以固定幅度进行周期性波动，见图 1.6a，图 1.6b 表明价格始终按同一幅度循环进行。当$\rho=1$时，由式(1.31)可知

$$
\begin{aligned}
&p(0)=p(0)\\
&p(1)=-p(0)+2p_e\\
&p(2)=p(0)\\
&p(3)=-p(0)+2p_e\\
&p(4)=p(0)\\
&\vdots
\end{aligned}
\tag{1.35}
$$

即系统出现等幅振荡，其振荡周期为$2T$。

由以上讨论可知，只有当 $\rho<1$ 时，市场价格才能由旧的均衡状态过渡到新的均衡状态。在$\rho=1$和$\rho<1$的情况下，就不可能过渡到新的均衡状态。这与比较静态分析有很大的不同，当需求曲线上移后，就出现新的均衡状态，见图1.3a，但不能说明新的均衡状态能否达到。所以静态模型得到的是一组均衡值，而动态模型的解是一组时间函数，而不是一组数字。动态模型可给出变量随时间变化历程及其特性，这些在静态模型中是不涉及的。在动态差分方程中略去时间的变化，即 $p(n)=p(n-1)$，则动态模型的稳态解就是均衡解。因此静态模型在研究经济波动和经济增长时，其缺点是明显的。从市场价格静态模型来看，它不能解释价格的波动现象，这在某些农产品供应中是确实存在的。另外从静态模型识别出来的特性并不能代表实际经济的特性，如比较静力学分析可得出 b 增加可使市场价格下降(见图 1.3d)。若b的增加使 $\rho\geqslant1$，则新的较低的均衡价格就不可能达到，即不可能收敛到不随时间变化的新均衡值。

上面讨论的市场价格动态模型从控制理论角度来分析，它是一阶反馈闭环控制系统，由式(1.29)可作如图1.7所示的框图。前向传递函数$G(z)$为1，反馈传递函数$H(z)$为ρZ^{-1}，

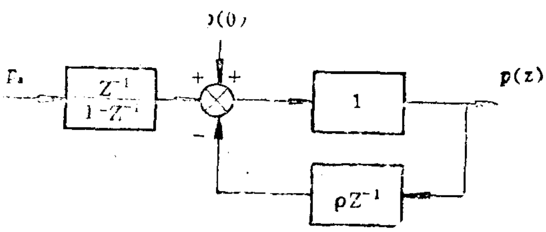

图 1.7 市场价格动态模型框图

因此系统的特征方程为

$$1+G(z)H(z)=0 \tag{1.36}$$

亦即

$$1+(1)(+\rho\lambda^{-1})=0 \tag{1.37}$$

故$-\rho$就是系统的特征根。因此$|\rho|=1$就是系统临界稳定的条件。由于ρ是正值，故系统特征根$-\rho$为负值，系统具有振荡性质，$|\rho|>1$为发散振荡，$|\rho|<1$为收敛振荡。这与前面分析的结论一致，因此用控制理论中常用的方法来分析经济系统的动态特性是很方便的，而且概念清晰。

由框图1.7可知，p_a是输入变量，亦即控制变量，由式(1.28)可知p_a与需求量自主部分(d_0)与供给量自主部分(S_0)之差成正比，与需求的价格弹性(用a表征)呈反比。如果生产功能、价格相当的代用商品，就可使需求量自主部分下降；采用新技术、新工艺来生产该商品，可使供给量自主部分下降。这样造成p_a下降就可使市场价格下降。a值增大，相当于需求价格弹性增大，可使p_a下降，市场价格下降；且可使ρ下降，即振荡幅度减小，市场商品多样化就可使非日用必需品的需求价格弹性增加。上述简单分析表明，用控制理论分析经济系统动态特性及政策变量影响是方便、有效、清晰的。

上面讨论的市场价格动态模型是线性模型，而在实际经济系统中还存在许多非线性现象。例如在上面讨论$\rho>1$情况，市场价格呈发散振荡(见图1.5b)，国家为了稳定物价，对商品需求价格规定了上限p_h，则价格动态变化规律发生了变化，如图1.8所示，当市场需

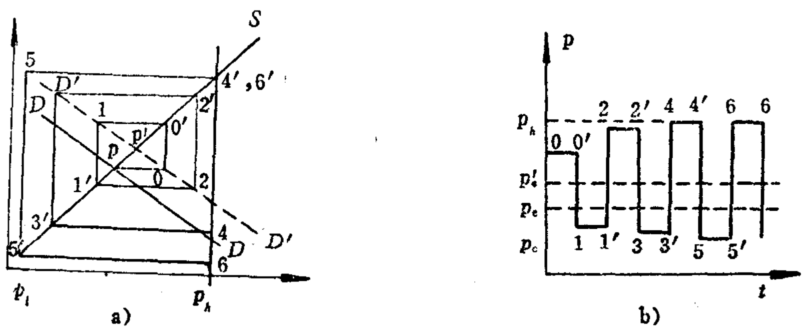

图 1.8 市场价格非线性动态模型

求曲线上升，均衡点由p向上移时(新的静态均衡点为p'，由于$\rho>1$故不可能达到该点)，市场价格由p_e上升至p_0，下降至p_1，上升至p_2，下降至p_3，符合式(1.31)，由该式决定的$p(4)$已大于限价p_h，故p_4就不能达到$p(4)$而只能达到p_h，同理p_5也不可能下降到由式(1.31)所决定的p_5而只能达到p_l，如图1.8b所示。因此

$$
\begin{aligned}
&\text{当} n<k,\ p(n)=p_e'+[p(0)-p_e'](-\rho)^n\\
&\quad n\geqslant k,\ p(n)=p_h \text{ 或 } p_l
\end{aligned}
\tag{1.38}
$$

式中　k——非线性限制起作用的转折点。

所以国家采用限价后价格最终将出现等幅振荡。由该非线性限制引起模型动态特性显著变化，在线性市场价格动态模型中，只有$\rho=1$才造成价格的等幅振荡，$\rho<1$造成价格的发散振荡。而考虑非线性限制后，$\rho>1$造成价格的等幅振荡，表明了非线性限制的影响，说明国家限价对稳定物价具有一定的作用，这个简单的模型说明了研究动态模型的重要意义。

§1.4 国民收入简化的静态、比较静态与动态模型

上一节介绍了微观经济学中市场价格静态与动态分析，本节对宏观经济学中国民收入

模型进行静态与动态分析，以进一步阐明静态分析和动态分析的区别，并引入乘数的概念。

$$Y=C+I+G \tag{1.39}$$

$$C=C_0+cY \tag{1.40}$$

式中 Y——国民收入；

C——消费支出；

I——投资；

G——政府支出；

C_0——自主消费；

c——边际消费倾向。

式(1.39)为恒等式或称作定义方程，式(1.40)为消费函数，表示消费与收入之间的函数关系。消费倾向是指消费在收入中的比例。消费倾向可分平均消费倾向与边际消费倾向，平均消费倾向指平均每单位收入中消费所占的比例

$$AP_c=\frac{C}{Y} \tag{1.41}$$

边际消费倾向表示收入每变动一单位时消费变动额，也就是工程上导数的概念。

$$MP_c=\frac{\Delta C}{\Delta Y}=\frac{\partial C}{\partial Y} \tag{1.42}$$

从长期来看，收入为零时，消费也为零；但短期内可以假定一定的消费独立于收入之外，即可以假定设有收入也会有消费，即自主消费 C_0。

若把 I 和 G 当作是由系统以外所给定的，式(1.41)和式(1.42)两个方程建立起 Y、C 与 I、G 之间关系，即

$$Y=\frac{C_0}{1-c}+\frac{1}{1-c}I+\frac{1}{1-c}G \tag{1.43}$$

$$C=\frac{C_0}{1-c}+\frac{c}{1-c}I+\frac{c}{1-c}G \tag{1.44}$$

给定 I、G 以及结构参数 C_0、c 就可得到静态模型的解。所以静态模型给出的是一组数字解，表示均衡点的数值，如图1.9所示，均衡点 E 就是总收入与总支出两条直线的交点。

现在用比较静力学来分析某些参数条件变化时解的变化。由式(1.43)可得

$$\mu_I=\frac{\partial Y}{\partial I}=\frac{1}{1-c} \tag{1.45}$$

$$\mu_G=\frac{\partial Y}{\partial G}=\frac{1}{1-c} \tag{1.46}$$

μ_I 称作投资乘数，它表示投资增加可能引起国民收入增加的倍数。在西方经济学中乘数被用来分析经济中某一变量的增减所产生的连锁反应的大小。投资乘数就是(1－边际消费倾向)的到数。由于 $0<c<1$，所以 $\frac{1}{1-c}$ 总是大于1的正数，c 越大，投资增加引起的连锁反应越大，总收入增加得越多。图1.9中虚线所表示的总支出曲线就是由于投资增加而向上平移，虚线与总收入曲线交点就是新均衡点 E_1，总收入的增量就是新均衡点 E_1 与原均衡点 E 之间的差额。同样 μ_G 就是政府支出乘数，它表示投资(或政府支出)每变化一个