基本矩阵代数与半导体管电路

[英] G.泽林格 著
梁 成 防 等 译

高 等 教 育 出 版 社

基本矩陣代数与半导体管电路

[英] G.泽林格著
梁成昉等译

高等教育出版社

本书系根据英国 PERGAMON 出版社出版的 G. Zelinger 著《基本矩阵代数与半导体管电路》(Basic Matrix Algebra and Transistor Circuits) 1963 年版译出的，参加翻译和校订的有梁成昉、冯立达、伍同济、禤沛铨、阮忠伟、黄延豫和黄鹏超同志。

本书内容分三部分，第一部分研究四端网络的矩阵代数基础；第二部分研究用矩阵分析来讨论半导体管电路；第三部分研究如何把矩阵代数应用于单级半导体管放大器的设计方面。

本书可供高等工业学校无线电专业作为教学参考书使用，也可供从事半导体管电路设计工作的工程技术人员参考。

原书中的文字符号的英文下标，译本中改成了汉语拼音。

基本矩阵代数与半导体管电路

［英］ G. 泽林格著

梁成昉等译

北京市书刊出版业营业许可证出字第 119 号

高等教育出版社出版（北京沙滩后街）

人民教育印刷厂印装

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

统一书号 K15010·1208 开本 850×1168 1/32 印张 3 5/16

字数 76,000 印数 0,001—2,600 定价（7）¥0.40

1966 年 6 月第 1 版 1966 年 6 月北京第 1 次印刷

序

流传已久的矩阵代数已日益被人们认识到是分析和综合有源网络和无源网络的一种有力的数学工具．目前，这方面已经有很多好书在深度和广度方面为好学的读者提供了丰富的知识．对于大学生或者是从事实际工作的工程师来说，随着半导体管的出现，掌握矩阵代数的技巧便成了一种迫切的需要．作者正是怀着这样的目的试图用较小的篇幅来提供有关的基本知识．本书收集了一些用途很广的基本问题，诸如矩阵代数，四端网络理论，半导体管的等值电路以及有关的设计问题．

由于只限定讨论基本问题，并且以极度的谨慎选择题材，以前散见的大量材料都已压缩在本书之内．在叙述的方法上则是作这样的打算：本书应同时告诉读者为什么与怎样把矩阵代数应用于无源网络和半导体管放大器的各个方面．每一个新的概念都系按照逻辑程序引入，而且数学演算的各个步骤都被清楚地显示出来并得到详细的解释．因此作者深信，在网络理论和半导体管方面有初步知识的读者可以从书本中获得相当多的裨益．

本书共分为三个部分．在每一部分中都为想获得更进一步的知识的读者介绍了一些经过选择的参考书．第一部分用新颖而简单易懂，但仍保持了严格的形式的方式介绍了基本矩阵代数．随之就把它当作为一种工具来研究整个基本的网络问题．跟着再介绍了各种矩阵体系，并且说明怎样选定某一特别的体系以适合于某一特定的情况．最后，还通过有解答的例题充分地讨论了矩阵的变换及反演．

在第二部分我们应用基本矩阵理论来讨论半导体管模型和放

大器电路．对于每一种半导体管组态的传输矩阵则采用严格的逐步推导法来导出．对半导体管的不可逆特性所给出的物理解释证明了它是和传输矩阵及其行列式的结构有密切关系的．在半导体管的各种可能的等效网络组态中，具有单个发电机的T型网络最适合本书的意图．书中然后表明了如何修改和简化高频和低频时的电阻模型使之适合公认的工程近似计算，同时也显示了这些修改将会如何影响到半导体管矩阵的结构．

第三部分专门讨论单级半导体管放大器设计的某些问题．在这里，矩阵代数再一次被痛快地用以导出准确的输入阻抗、输出阻抗以及终端接有广义的负载和发电机的半导体管放大器的反向转移特性．对每一种半导体管组态都作了充分的讨论．同时，还说明了应如何简化准确的设计方程使之能适用于任何程度的实际工程近似．

（下略）

G．泽林格

目　　录

第一部分　四端网络的基本矩阵代数

1.1. 为什么要用矩阵代数？

人们同样有理由问，为什么不用矩阵代数呢？下面想概要地介绍一下矩阵的一些引人入胜的性质来对这些简单的问题作一个答复．这些性质在以后系统地研究各种重要的网络问题时是非常有用的。

用最一般的术语讲，矩阵是描述某系统的一组参数．[1.1,1.2] 在本书内矩阵将用来描述有源和无源四端网络的参数．所谓四端网络是指具有一对输入端钮和一对输出端钮的网络．描述这种网络的矩阵是非常简洁的．以后将要证明，不管四端网络的内部是如何复杂，与它对应的矩阵都只有两行和两列．这样一来，这些初等式子的代数演算也就变得比较简单了．

在电路分析和电路设计中，人们往往对网络的输入阻抗、输出阻抗、以及网络的正向和反向转移特性感兴趣．在应用了基本矩阵代数的一些基本法则以后，这些问题的解答就惊人地易于求出．一旦理解了网络矩阵的意义就不再需要对每一个问题都列出一组平衡方程．下面将要证明，任何网络布局，不管怎样复杂，都可以用初等矩阵来分析和综合．对各种各样的耦合网络和匹配网络，以及半导体管放大器，以后将作详细的研究．读者以后将会看到，网络性能的物理解释和矩阵元素是有密切联系的．

1.2. 矩阵和行列式；基本的相似和差异

行列式和矩阵都可视为一种数学缩写．更广泛地说，矩阵是为了处理一个联立方程组而创造出来的，而行列式则是用来确定

任何特殊的未知数．行列式法和矩阵法二者都用到分离出来的系数．行列式是一个具有确定的代数值或数字值的函数，而矩阵则并非如此．在本节的后面部分将会较详细地讨论矩阵的一些特殊性质．但是，假定读者是相当熟悉行列式的初等代数的．欲知其详，可参阅本部分后面开列的参考书 1.1, 1.2, 1.3.

研究一下描述一个四端电气网络的一组联立方程：

$$y_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2, \tag{1.2.1}$$

$$y_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2, \tag{1.2.2}$$

行列式和矩阵的基本相似及差异就可以显示出来；式中各个 x 和 y 是变量而各个"a"则是常量．我们可以回忆一下，在行列式代数中，分离出来的系数是写在两条平行直线之内的，有如下列：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \equiv \Delta_a \equiv \text{行列式}. \tag{1.2.3}$$

根据定义可知，此行列式有一确定值．这个值可由位在对角线上的元素的交叉相乘及相减来得出：

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \equiv (a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}) \equiv \Delta_a. \tag{1.2.4}$$

应用行列式代数的基本法则，[1.1,1.2,1.3] 可以求出联立方程(1.2.1)和(1.2.2)的数值解或代数解：

求解 x_1：

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & a_{12} \\ y_2 & a_{22} \end{vmatrix}}{\Delta_a} = \frac{(y_1 a_{22} - y_2 a_{12})}{\Delta_a}. \tag{1.2.5}$$

同样求解 x_2:

$$x_2=\frac{\begin{vmatrix} a_{11} & y_1 \\ a_{21} & y_2 \end{vmatrix}}{\Delta_a}=\frac{y_2a_{11}-y_1a_{21}}{\Delta_a}. \tag{1.2.6}$$

由(1.2.5)及(1.2.6)两式可见，只要 $\Delta_a\neq0$，则这行列式即具有一确定的数值，这数值是组成它的元素的函数。①

回到方程(1.2.1)和(1.2.2)，如果把分离开来的各个系数"a"放在一个方括号内，它们就表示一个矩阵 A.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}=A\equiv\text{矩阵}. \tag{1.2.7}$$

与此相似，被分离开来的变量 x 和 y 也同样可以写成矩阵

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}\equiv Y \tag{1.2.8}$$

和

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}\equiv X. \tag{1.2.9}$$

应用(1.2.7)至(1.2.9)各式的记法，就可以把方程(1.2.1)及(1.2.2)改写成矩阵的形式：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}}_{Y}=\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}}_{A}\times\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}_{X}. \tag{1.2.10}$$

方程(1.2.10)还可以写成更简洁的形式如下：

$$[Y]=[A][X]. \tag{1.2.11}$$

① 此处系照原文直译，这种说法值得商榷，我们认为这句似应改为：若 $a\neq0$，则 x_1 及 x_2 有确定值；这值是行列式的元素的函数——译者。

方程(1.2.10)及(1.2.11)中的矩阵描述了一个系统．这个系统内的变量 x 和 y 是通过各个"a"来建立相互关系的．读者必须相信这样一种说法：方程(1.2.10)和方程(1.2.1)及(1.2.2)是相等而且是恒等的．读了第 4 节(b)关于矩阵的乘法以后，读者就有能力证明上面的恒等式．然而，应该注意，矩阵的突出的特性是它可以完整地描述一个系统，而不必给它附上任何"数值"．

1.3. 网络的矩阵表示法

大家都熟悉，电气网络可以用它的阻抗或导纳参数来描述．[1.3,1.4] 用得较多的矩阵体系是"Z"、"Y"、"h"矩阵以及"传输矩阵"．这些体系下面将分别予以介绍．

(a) 傳輸矩陣和一般参数

从电子工程师的观点看来，用有关的"传输矩阵"(在另一些书中也叫做"链矩阵"或"A"矩阵)来描述网络是最有效的办法了．这一论点将在本书的后面加以论述．

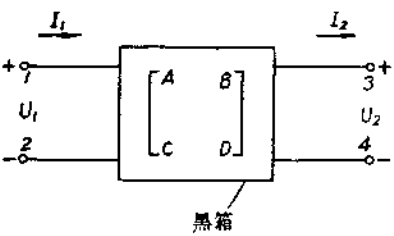

图 1.3.1. 具有一般参数的四端网络

把一个广义的四端网络用一个内部可有任意图形的"黑箱"来表示，是较为方便的．这种网络的一般参数则可记为 A、B、C、D，如图 1.3.1 所示．图中也标明了假定的电流方向和端电压极性．

如把输入量 U_1 及 I_1 看作因变量，网络的平衡方程就可确定如下：

$$U_1=U_2A+I_2B; \tag{1.3.1}$$

$$I_1=U_2C+I_2D. \tag{1.3.2}$$

现在可以把方程(1.3.1)及(1.3.2)都写成矩阵的形式．它的

各部分则可确定为:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ I_1 \end{bmatrix}}_{\text{输入量}}=\underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}}_{\text{传输矩阵}}\times\underbrace{\begin{bmatrix} U_2 \\ I_2 \end{bmatrix}}_{\text{输出量}}. \tag{1.3.3}$$

在这个方程中，含有一般电路参数的一项为“传输矩阵”. 传输矩阵的用途在稍后研究到串级网络时会更加清楚.

回到方程(1.3.1), (1.3.2)和图 1.3.1. 当输出端钮 *3—4* 间开路, 即 $I_2=0$ 时, 参数 A 和 C 就可以确定. 然而参数 B 和 D 则要在输出端钮短路, 即 $U_2=0$ 时才能确定.

由方程(1.3.1)可求出参数 A 为

$$A=\left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_2=0}. \tag{1.3.4}$$

由此可知参数 A 是一个无因次的比例常数.

同样由方程(1.3.2)可以求出 C:

$$C=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{I_2=0}, \tag{1.3.5}$$

参数 C 具有导纳的因次.

再用方程(1.3.1)可求出 B:

$$B=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{U_2=0}, \tag{1.3.6}$$

参数 B 具有阻抗的因次.

最后由方程(1.3.2)可求出参数 D:

$$D=\left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0}, \tag{1.3.7}$$

这表示 D 也是一个无因次的比例常数.

后面研究串级网络时将会说明传输矩阵的广泛用途. 然而, 在实践中常常也会碰到“Z”, “Y”和“h”矩阵. 通过简单的代数演算, 就可以把一个矩阵转换为另一个矩阵. 这个题目在第 10 节中还

将谈到.

应该注意,对一般参数 A、B、C 和 D 的解释,同样适用于无源和有源网络.

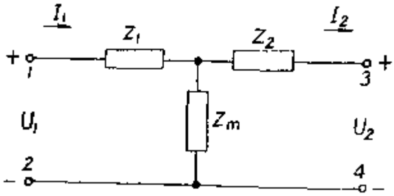

图 1.3.2. 广义T型网络

(b) Z 矩阵

一个T型网络用含有广义参数 Z 的一对网眼方程来描述较为方便,如图 1.3.2 所示.

由以 U_1 和 U_2 作为因变量的平衡方程可得出一对联立方程. 应用基尔霍夫定律,则从图 1.3.2 可得:

$$U_1=(Z_1+Z_m)I_1-Z_mI_2; \tag{1.3.8}$$

$$-U_2=-Z_mI_1+(Z_2+Z_m)I_2. \tag{1.3.9}$$

采用下列代换

$$(Z_1+Z_m)=Z_{11}, \tag{1.3.10}$$

$$(Z_2+Z_m)=Z_{22}, \tag{1.3.11}$$

$$-Z_m=Z_{12}, \tag{1.3.12}$$

$$-Z_m=Z_{21}, \tag{1.3.13}$$

则方程(1.3.8)和(1.3.9)可以写成更为简洁的形式.

注意,根据(1.3.12)和(1.3.13)式可知,这里是假定 $Z_{12}=Z_{21}$,这一假定只对无源四端网络才是正确的.

现在把恒等式(1.3.10)至(1.3.13)代入方程(1.3.8)和(1.3.9):

$$U_1=Z_{11}I_1+Z_{12}I_2; \tag{1.3.14}$$

$$-U_2=Z_{21}I_1+Z_{22}I_2. \tag{1.3.15}$$

方程(1.3.14)和(1.3.15)含有的系数是参数 Z 矩阵的元素. 应用矩阵记法,方程(1.3.14)和(1.3.15)可改写成矩阵的形式,它的各部分可定为:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ -U_2 \end{bmatrix}}_{\text{因变量}}=\underbrace{\begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}}_{Z\text{矩阵}}\times\underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}}_{\text{自变量}}. \tag{1.3.16}$$

“Z”矩阵中的元素的物理意义可由方程(1.3.14)，(1.3.15)和图 1.3.2 看出来。

从方程(1.3.14)有：

$$Z_{11}=\left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ 输出端钮 3—4 断开时的输入阻抗；(1.3.17)

$$Z_{12}=\left.\frac{U_1}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ 输入端钮 1—2 断开时的反向转移阻抗。(1.3.18)

同样从方程(1.3.15)有：

$$Z_{21}=\left.\frac{-U_2}{I_1}\right|_{I_2=0}$$ 输出端钮 3—4 断开时的正向转移阻抗；(1.3.19)

$$Z_{22}=\left.\frac{-U_2}{I_2}\right|_{I_1=0}$$ 输入端钮 1—2 断开时的输出阻抗。(1.3.20)

上面对 Z 矩阵的元素所下的定义完全是一般性的，它们同样适用于无源或有源网络。

(c) Y 矩阵

Π 型网络用含有 Y 参数的一对结点方程来表示最为适合。研究一下图 1.3.3。基于上一段讨论 T 型网络的同样理由，可以列出一对联立方程。在这里，输入和输出电流将是因变量。

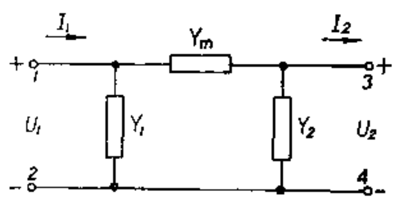

图 1.3.3. 广义Π形网络

$$I_1=Y_{11}U_1+Y_{12}U_2, \tag{1.3.21}$$

$$-I_2=Y_{21}U_1+Y_{22}U_2, \tag{1.3.22}$$

其中：

$$Y_{11}=Y_1+Y_m, \tag{1.3.23}$$

$$Y_{22}=Y_2+Y_m, \tag{1.3.24}$$

$$Y_{12}=-Y_m, \tag{1.3.25}$$

$$Y_{21}=-Y_m. \tag{1.3.26}$$

注意，这里 $Y_{12}=Y_{21}$ 这一关系只对无源网络有效。现将方程(1.3.21)和(1.3.22)改写成矩阵的形式并把各部分定为：

$$\underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ -I_2 \end{bmatrix}}_{\text{因变量}}=\underbrace{\begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}}_{Y\text{ 矩阵}}\times\underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}}_{\text{自变量}}. \tag{1.3.27}$$

Y 矩阵内各元素的物理意义可由方程(1.3.21)和(1.3.22)看出来。

从方程(1.3.21)有：

$$Y_{11}=\left.\frac{I_1}{U_1}\right|_{U_2=0}\quad \text{输出端钮 }3\text{—}4\text{ 短接时的输入导纳；} \tag{1.3.28}$$

$$Y_{12}=\left.\frac{I_1}{U_2}\right|_{U_1=0}\quad \text{输入端钮 }1\text{—}2\text{ 短接时的反向转移导纳。} \tag{1.3.29}$$

从方程(1.3.22)有：

$$Y_{21}=\left.\frac{-I_2}{U_1}\right|_{U_2=0}\quad \text{输出端钮 }3\text{—}4\text{ 短接时的正向转移导纳；} \tag{1.3.30}$$

$$Y_{22}=\left.\frac{-I_2}{U_2}\right|_{U_1=0}\quad \text{输入端钮 }1\text{—}2\text{ 短接时的输出导纳。} \tag{1.3.31}$$

(d) h 矩阵

有些半导体管研究者喜欢采用“h”矩阵。在这里，输入电压和输出电流被选定为因变量。现在再来研究图 1.3.4 所示的“黑箱”，它的内部结构用“h”参数来确定。用图中所示的假定的电流方向

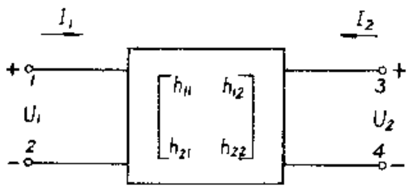

图 1.3.4. 具有内部 h 参数的四端网络

来分析这个"h"矩阵较为方便. 根据"h"参数的定义, 图 1.3.4 的四端网络的平衡方程可以写成矩阵形式

$$\underbrace{\begin{bmatrix} U_1 \\ I_2 \end{bmatrix}}_{\text{因变量}} = \underbrace{\begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix}}_{\text{“}h\text{”矩阵}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} I_1 \\ U_2 \end{bmatrix}}_{\text{自变量}}. \qquad (1.3.32)$$

如果把(1.3.32)式右边的乘法做出来, 将会得到一对联立方程:

$$U_1 = h_{11}I_1 + h_{12}U_2; \qquad (1.3.33)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}U_2. \qquad (1.3.34)$$

根据这些方程, h 矩阵内各元素的物理意义可以确定如下:

从方程(1.3.33)有:

$$h_{11} = \left.\frac{U_1}{I_1}\right|_{U_2=0} \quad \text{输出端钮 3—4 短接时的输入阻抗;} \qquad (1.3.35)$$

$$h_{12} = \left.\frac{U_1}{U_2}\right|_{I_1=0} \quad \text{输入端钮 1—2 断开时的反向电压增益.} \qquad (1.3.36)$$

同理从方程(1.3.34)有:

$$h_{21} = \left.\frac{I_2}{I_1}\right|_{U_2=0} \quad \text{输出端钮 3—4 短接时的正向电流增益;} \qquad (1.3.37)$$

$$h_{22} = \left.\frac{I_2}{U_2}\right|_{I_1=0} \quad \text{输入端钮 1—2 断开时的输出导纳.} \qquad (1.3.38)$$