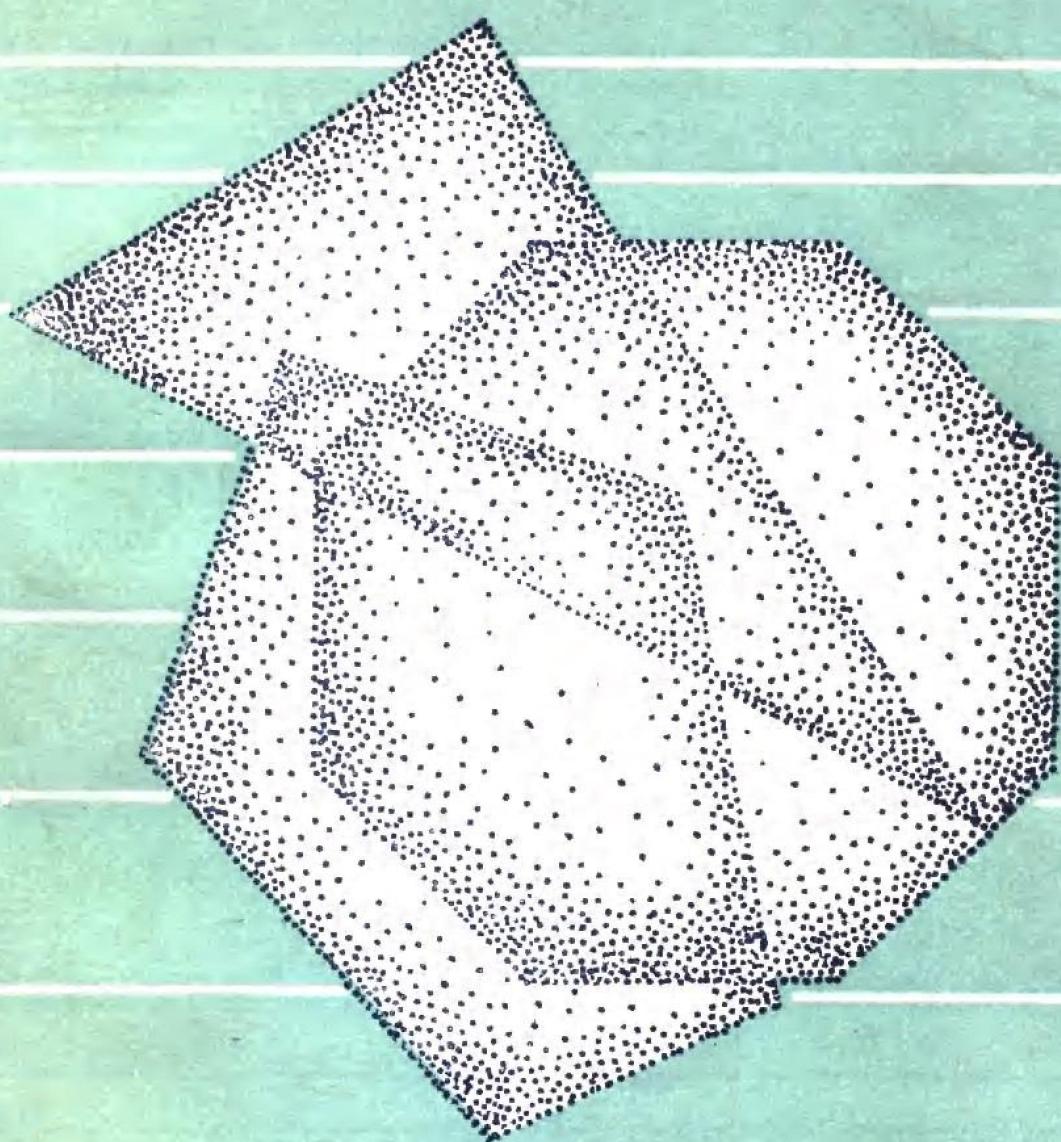


《角度计量》编写组



角度计量

JIAODUJILIAO

中国标准出版社

内 容 提 要

本书参考国内外有关角度计量的理论和实践经验编写而成。全书共十一章，内容包括角度计量概况、必要的测量误差知识、圆分度及其检定的基本理论和方法、各种角度计量器具的原理、结构、使用、检定以及光学工业中的角度测量等。

本书可供角度计量人员阅读参考，也可供有关科技人员和大专院校有关专业的师生参考。

角 度 计 量

《角度计量》编写组

中国标准出版社出版
(北京复外三里河)

中国标准出版社秦皇岛印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

开本 787×1092 1/16 印张 42¹/₂ 字数 967,000
1984年1月第一版 1984年1月第一次印刷
印数 1—13,000

书号：15169·3-197 定价 5.65 元

科 技 新 书 目

49—179

前　　言

角度计量是计量科学的重要组成部分。随着生产和科学技术的发展，对角度计量的要求日益增多，角度计量技术也在不断提高。广大角度计量人员希望出版一些系统介绍角度计量技术的书籍。为此，我们编写了这本《角度计量》，供有关人员参阅。

本书侧重于计量。主观愿望是内容较全面、系统，普及与提高相结合，注意理论联系实际。期望通过对本书的阅读，对角度计量领域有一个概括的了解，并能掌握一些常用的测角技术和方法，同时辅以必要的理论知识，以助提高。属于生产中的零部件及刀具等的一般性角度测量技术，除光学零件因与角度计量关系密切，专门列章介绍外，其余一般从略，请参阅其它书籍。

本书除总结了常用的一些基本测角原理、方法、工具及检测技术外，还简单介绍了部分新的测角技术，供读者在改进测角方法时参考。

由于本书涉及面广，又要照顾原著及使用习惯，故难以在全书范围内统一名词符号。为了减少阅读困难，尽量做到在同一章里名词符号一致。

凡已有检定规程的检定方法，一般不作详细介绍。同时，对不属于角度量的检定项目，因可参阅其它资料，一般也从简或从略。技术要求以国家标准为准，对书中某些尚未正式颁布国家标准（或部标准）的技术指标只供参考，不足为凭，重点是讨论检定方法。

本书在中国计量科学研究院度室的组织下，由胡国筠、魏凤岭、赵济民、曹永安及段绩用同志参加编写，并由胡国筠同志审定。在编写过程中，得到龚谨、麦伟麟、宋鸿德、傅于斌、蒋作民、肖明耀、沈家騄及郭家兴等同志的指导和帮助；西南光学仪器厂、武汉重型机床厂、西北光学仪器厂、中国科学院光学精密机械研究所、哈尔滨工业大学、国家计量总局计量仪器厂以及参加雁荡山本书审稿会的各单位也为本书的编写给予了支援，谨致谢意。

由于编写者的水平及参考资料有限，错误或不妥之处在所难免，欢迎批评指正。

《角度计量》编写组

一九八〇年五月

目 录

绪 论

第一章 角度单位与换算

第一节 几种角度单位表示法

一、弧度.....	(5)
二、六十进制.....	(6)
三、百进制.....	(7)
四、密位.....	(7)
五、锥度.....	(8)

第二节 各种主要角度单位的换算

一、弧度与六十进制角度单位的换算.....	(9)
二、弧度与百进制角度单位的换算.....	(10)
三、六十进制与百进制角度单位的换算.....	(10)

第二章 测量误差

第一节 测量误差及其估算

一、概述.....	(12)
二、系统误差.....	(14)
三、随机误差(偶然误差).....	(15)
四、粗大误差及其剔除.....	(39)
五、测量误差的合成.....	(44)

第二节 最小二乘法

一、误差方程式及法方程式.....	(49)
二、法方程式的解算.....	(54)
三、单位权标准差.....	(63)
四、未知数的标准差.....	(64)

第三章 圆分度及其检定之一

第一节 度盘概述

第二节 度盘分度误差

一、分度误差的来源.....	(68)
二、分度误差表示法.....	(69)

第三节 度盘直径误差的检定

一、系列及系列安排.....	(75)
二、常角法.....	(77)
三、比较法.....	(147)
四、检定工艺.....	(157)

第四节 度盘检定误差来源及估算

一、常角在测量过程中的变化.....	(165)
二、度盘安装偏心的影响.....	(166)
三、度盘不垂直于旋转轴时，斜光束照明的影响.....	(166)

四、测量误差.....	(168)
第五节 度盘周期性分度误差的减除	
第四章 圆分度及其检定之二	
第一节 正多面棱体概述	
一、正多面棱体的结构与工作角.....	(171)
二、工作面平面度的影响.....	(173)
三、工作面对支承面垂直度的影响.....	(178)
第二节 棱体工作角的检定	
一、排列常角法.....	(181)
二、排列互比法.....	(193)
三、组合常角法.....	(194)
四、两组比较法.....	(201)
五、检定工艺.....	(205)
第五章 其它圆分度技术	
第一节 多齿分度	
第二节 电磁分度	
一、分度原理及磁盘的录制.....	(216)
二、电磁分度应用举例.....	(217)
第三节 感应同步器	
一、基本原理.....	(219)
二、感应同步器的特点.....	(222)
三、感应同步器检测信号处理.....	(223)
第四节 圆光栅	
一、莫尔条纹的形成.....	(225)
二、圆光栅及其测量原理.....	(227)
三、光栅用于角度计量举例.....	(232)
第五节 光学轴角编码器	
第六节 光波干涉	
一、多个干涉系统交替工作法.....	(243)
二、环形激光.....	(244)
第七节 非整圆分度技术	
一、机械式分度.....	(250)
二、光学式分度.....	(253)
第八节 电子学细分	
一、电子学细分及其分类.....	(264)
二、几种常用电细分方案简介.....	(266)
第六章 角度量具	
第一节 角度块	
一、角度块的种类及使用.....	(274)
二、角度块的技术要求.....	(279)
三、角度块的检定.....	(280)
第二节 直角尺	
一、结构形式.....	(285)

二、精度等级.....	(285)
三、工作角的检定.....	(286)
四、直角尺误差在使用中的消除方法.....	(296)
第三节 角度规	
一、结构原理与使用.....	(299)
二、角度规的技术要求及检定方法.....	(304)
第四节 水平仪	
一、水平仪的种类.....	(307)
二、水平仪的技术要求与检定方法.....	(315)
三、水平仪检定器的检定.....	(324)
四、水平仪的使用.....	(328)
第五节 倾斜仪	
一、倾斜仪的种类.....	(334)
二、倾斜仪的技术要求与检定.....	(340)
三、倾斜仪的使用.....	(341)
第六节 正弦尺	
一、结构与使用.....	(344)
二、正弦尺测量角度时误差变化的特点.....	(347)
三、正弦尺的精度要求.....	(349)
第七节 圆锥量规	
一、结构型式.....	(350)
二、圆锥量规的技术要求与检定.....	(352)
第七章 自准直仪	
第一节 自准直仪原理	
一、基本原理.....	(357)
二、自准目镜.....	(358)
第二节 几种自准直仪介绍	
一、光学自准直仪.....	(360)
二、光电自准直仪.....	(368)
三、光栅自准直仪.....	(379)
第三节 自准直仪示值的检定	
一、用 C2 型小角度检定器检定	(380)
二、用激光小角度测量仪检定	(384)
第四节 自准直仪及其附件应用示例	
一、仪器或机床导轨的直线度测量.....	(385)
二、两平行表面的平行度测量.....	(387)
三、垂直度测量.....	(389)
第八章 测角仪	
第一节 测角仪的测角原理与结构	
一、测角原理.....	(392)
二、结构.....	(393)
三、介绍几种测角仪.....	(411)
第二节 测角仪的调整与检定	
一、测角仪的调整.....	(450)

二、测角仪的检定.....	(452)
第三节 测角仪的使用	
一、使用中应注意的几个问题.....	(485)
二、测角仪测量角度的几种方法.....	(487)
三、被测角偏差符号的判定.....	(490)
四、测角仪的维护.....	(496)
第九章 光学分度头及分度台	
第一节 光学分度头结构	
一、目镜式光学分度头.....	(498)
二、影屏式光学分度头.....	(502)
三、数字式光学分度头.....	(505)
四、光学分度头的几种常见读数系统及读数方法.....	(508)
五、尾架.....	(516)
六、底座.....	(517)
第二节 光学分度头的检定	
一、主轴径向跳动的检定.....	(518)
二、当分度头紧靠垂直限位螺钉时，主轴轴线对工作台工作面垂直度的检定.....	(521)
三、分度头主轴轴线与尾座顶尖连线同轴度的检定.....	(522)
四、读数系统的检定.....	(523)
五、示值误差的检定.....	(524)
第三节 使用要求及维护	
一、仪器使用前的检查.....	(529)
二、对测量用拨动装置的要求.....	(530)
三、对工件装夹的要求.....	(532)
四、仪器的维护.....	(533)
第四节 应用实例	
一、分度精度的检验.....	(533)
二、凸轮或曲轴的测量.....	(536)
三、导程的测量.....	(539)
第五节 分度台	
一、机械分度台.....	(541)
二、光学分度台.....	(547)
三、数显和程控分度台.....	(553)
第十章 经纬仪	
第一节 经纬仪的测角原理与结构简介	
一、经纬仪的测角原理.....	(557)
二、经纬仪结构简介.....	(558)
三、部分经纬仪简介.....	(566)
第二节 经纬仪的检定与调整	
一、仪器的主要误差来源.....	(568)
二、经纬仪的检定与调整.....	(574)
第三节 经纬仪的应用与维护	
一、水平角测量.....	(581)
二、垂直角测量.....	(585)

三、应用实例.....	(590)
四、经纬仪的维护.....	(594)
第十一章 光学工业中的角度计量技术	
第一节 棱镜术语及其概念	
一、术语和定义.....	(597)
二、棱镜的光学平行差与几何角度偏差的关系.....	(599)
第二节 平面棱镜的测量	
一、测角仪测量法.....	(605)
二、自准直仪测量法.....	(607)
三、干涉测量法.....	(610)
第三节 屋脊棱镜和锥体棱镜的测量	
一、屋脊棱镜双象差的测量.....	(621)
二、锥体棱镜的测量.....	(624)
第四节 光学玻璃折射率的测量	
一、折射率、色散及其标准.....	(632)
二、测量玻璃折射率的最小偏向角法.....	(634)
三、测量误差.....	(638)
四、测量结果的修正.....	(639)
五、测量玻璃折射率的自准直法.....	(640)
附录一 把度的十进写法化成分以及把分的十进写法化成秒的换算表	
附录二 圆周等分表	
附录三 弧长为 1 微米时，不同半径所对应的圆心角	
附录四 化度、分、秒为弧度单位（径）	
附录五 六十进制换算为百进制角度单位	

绪 论

角度是一个重要的物理量。在国际上明确规定平面角单位——弧度和立体角单位——球面度是国际单位制中，除七个基本物理量^①以外仅有的两个辅助单位。

角度计量是长度计量的重要组成部分。

我国是世界文明发达最早的国家之一，计量事业有着悠久的历史。角度计量也不例外。如果仅从角度概念而言，早在远古旧石器时代，就已有了带刃的两面石器；大约在二十万年以前，就已有了尖锥状石器，并发展到使用骨锥和骨针。当然这仅仅是古代劳动人民在生活中应用角度的一些现象，与现代角度计量无甚联系，姑且不谈。但从现已出土的部分文物及史料记载，在公元前几百年的战国（楚）时期，我国就已有了简单的角度量具——铜矩尺（图1）。它与现代测量直角的直角尺形状相似。这是我国目前发现的最早的角度量具。

关于矩尺的使用则有不少文字记载。

《史记·夏本记》中说，禹治水时“左准绳，右规矩”，带着规矩测量地形，开山挖河。这里的“规矩”就是指的矩尺。

《周髀·算经》简单记述，周姬旦与商讨论矩的测量方法：“周公曰，大哉言数，

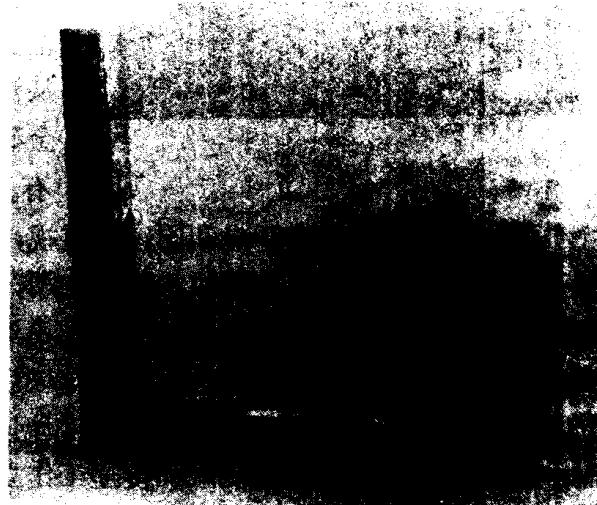


图 1

问用矩之道。商高曰：平矩以正绳，偃矩以望高，复矩以测深，卧矩以知远”。又云：“合矩以为方，环矩以为圆。”《墨子》、《淮南子》等书也均有论述用矩的记载。《考工记》记：“车人之事，半矩谓之宣，一宣有半谓之柵，一柵有半谓之柯，一柯有半谓之磬折”。证明战国时期的工匠，已能利用矩尺原理测量角度。而且一矩多用，既可测角，又可测长、测深、测距，并定出矩的各种细分单位。到公元二世纪，武梁祠石刻浮雕上也有被神化了的太初英雄伏羲及其姐妹（或配偶）女娲，



图 2

① 七个基本物理量是：长度、质量、时间、电流强度、热力学温度、光强度和物质的量。

手持木匠用的矩和绳的记载（图 2）。

随着生产的发展，角度计量技术也不断提高，新的计量器具不断出现。图 3 就是一种刻有“康熙御制”的镀金角度规。这种角度规较之矩尺更为先进。它可改变活动尺的位置，以测量各种不同的角度，其外形和测量原理与现在的游标角度规颇为相似。

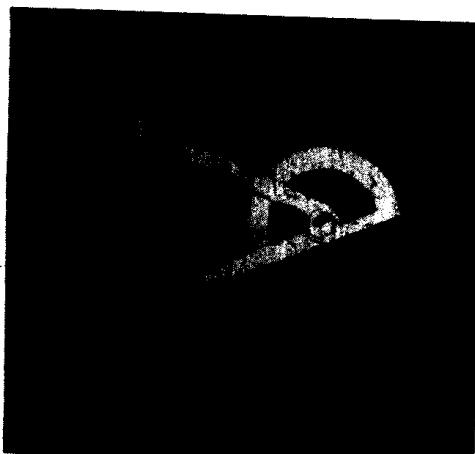


图 3

在理论研究方面，一千五百多年前我国著名科学家祖冲之早于欧美已精确地推算出圆周率 π 值在 3.1415926 与 3.1415927 之间，为定义角度的弧度单位提供了重要数据。

以上数例，说明我国角度计量的历史悠久，它对生产的发展起了一定的推动作用。

但是，旧中国封建的社会制度束缚了生产力的发展，整个计量工作一直停留在狭窄的度量衡范围。直到全国解放时，旧中国只留下一根清代从洋人那里买来的 32 厘米长的营造尺和一个合金砝码。至于角度计量基准、标准器则是一无所有。

新中国成立后，由于党和国家的重视，计量事业得到了迅速的发展。角度计量从无到有，从低到高，发展也很快。解放初期，暂时还只能靠国外帮助建立标准角度块，进行低精度的角度传递，根本无法满足国民经济飞速发展的要求。但是，在“独立自主、自力更生”建国方针指导下，短短几年以后我国即开展了建立角度计量基准、标准的研究工作，并相继建立了各种精度的角度计量基准器和标准器，一项接一项地填补了空白。从而不仅使角度量值统一和传递工作立足于国内，而且还援助了其他国家。与此同时，各有关部门也相继研制出许多测角仪器和分度设备，逐步满足经济建设、国防建设和科学发展的需要。由于采用了先进的科学技术成果、现代化的技术装备，使测量精度不断提高，测量范围逐步扩大，不少仪器设备实现了自动化测量，大大减轻了操作者的劳动强度和使测量结果客观、可靠。有些仪器设备达到了国际先进水平。

角度计量的发展，对生产和科学的研究起了促进作用。

由于角度计量所涉及的范围很广，它的详细内容将在本书各章节中分别叙述。为了参阅本书的方便，下面仅就某些内容，作一梗概介绍。

在机械工业中，处处需要角度计量。例如各种机床部件的水平和垂直位置的调整，机床导轨不垂直度的检验等常需借助于水平仪、直角尺、自准直仪等角度量具；生产中各种零件、部件角度的检验，齿轮、蜗轮、度盘等圆分度误差的检验以及切削刀具角度的检验等，也都要运用各种角度量仪和测角技术。长度和角度定位精度都要求较高的坐标镗床，需要高精度的圆分度器件来确定转角位置。以蜗轮为分度标准的圆刻线机是刻制度盘的主要机床，而蜗轮分度精度的保证就离不开角度计量。而且机床的刻线精度也需要通过对所刻度盘的检定结果来评定。

一般被认为精度不很高的机械式角度量仪也有了新的发展。例如一种类似于齿轮端面离合器结构形式的多齿分度盘，已成为圆分度的重要器件。它可使分度误差本来较大

的单个齿盘，通过两相同齿盘的紧密啮合后的平均效应，将分度精度大为提高，目前已能达到 $0.^{\circ}1$ 以上，跃居高精度圆分度行列。以多齿分度盘为圆分度器件的多齿分度台，还具有结构简单、使用方便和不要求过高的使用环境等许多优点。而且通过不同啮合齿数的两对以上齿盘的差动或加细分装置，可获得较小的分度间隔。例如齿数为1440及1441的两对齿盘差动，可直接得到近于 $0.^{\circ}6$ 的分度间隔，这甚至是其它圆分度器件也难以实现的。多齿分度技术的出现，为提高机械分度精度开辟了新的途径。

光学工业与角度计量的关系更为密切，几乎所有的光学仪器生产都离不开角度计量。例如各种光学棱镜平面角以及许多光学玻璃参数（如折射率，色散等）的测量，特别是各种光学圆分度器件（如度盘、光栅等）误差的检定，经纬仪、测角仪和光学量具的生产与检验，都与角度计量有着密切的关系，而且一般都需要较高的检验精度。此外，光学工业又为计量工作提供大量的计量仪器，其精度要求往往高于一般产品。

光学分度技术已有很长的历史了，它比一般的机械分度有更高的精度，而且较易于细分。例如测角仪器中普遍采用的光学度盘，本身具有较高的分度精度，并通过读数显微镜等进一步细分以扩大测量范围。这是迄今为止使用最广泛的圆分度器件之一。经过长期以来的研究和实践，人们对刻线工艺和读数设备不断改进，光学分度精度也有一定的提高。但是无论是分度精度和使用范围都还远不能满足需要，因此很早就出现了莫尔条纹技术，并研制出圆光栅，在某些测角和分度设备中，已取代了光学度盘。又如将轴角位置转换成对应的数字代码的光学轴角编码器，是计算技术和空间技术中常用的测角元件，近年来也有很大的发展。光栅及编码器等圆分度器件的使用，使光学分度转换为电分度，不仅分度精度进一步提高，而且便于采用数字显示、自动测量和自动记录、打印，使测量结果客观可靠。其中有的产品已直接用于军事设施中。

光波干涉测量技术也可以说是一种光学测量技术，但比一般几何光学方法测量更有独特之处。干涉测量具有分辨率高、测量精度高和能进行动态测量等许多优点，因此是良好的测量手段，在角度测量中也早已应用。自激光问世以后，由于它的良好的方向性、单色性、相干性和高亮度，为光波干涉提供了理想的光源，干涉技术的应用更为广泛，并促进了测量技术的发展。如采用激光干涉技术的小角度测量仪，具有较高的分辨率、较大的测量范围和较高的测量精度。据报导；类似的激光干涉测角仪，测量范围可从几分到 90° 以上，分辨率可达百分之几秒或更高，测量精度可达十分之几、百分之几以至千分之几秒，并具有数字显示、自动测量和动态测量等功能，可测量角度和角位移。激光干涉也能用于整圆分度，以环形激光制成的激光陀螺，比机械式陀螺就有着不可比拟的优越性。目前有些国家正在研制环形激光作为高精度圆分度器件。环形激光器进行圆分度还具有自校的能力，它在整周范围内，可实现动态、连续和自动测量。

可以预期，光学技术在角度计量中仍将发挥很大的作用。

利用各种电的参数进行圆分度的方法也很多。例如以电磁波为分度间隔的电磁分度，就是在圆柱面上录有均匀磁波的圆磁栅。它相当于一个度盘，磁波代替了刻线，但却具有连续分度的特点，通过磁头录放磁波信号可进行静态、动态和自动测量。电磁分度不仅可用作圆分度标准，而且也很适用于齿轮等传动误差的检验。

目前正在广泛研制和生产的旋转型感应同步器，是利用两圆盘端面的绕组，随转角变

化而产生的感应电压变化进行圆分度的器件。这种器件除用于测角仪器及机床分度外，还广泛地用作导弹发射、制导、跟踪、导航及人造地球卫星等的传感元件。例如在潜艇导航设备中，就可采用以旋转型感应同步器为测角元件的经纬仪测量方位。当被潜望镜瞄准的天体中的星球目标信号反射到潜艇后，通过水平位置的感应同步器记录下此时的方位角，以同样方法再测量另一星球与潜艇的方位角，同时通过垂直位置的感应同步器测出潜艇观测点的海拔高度。将这些信号输至已编好程序的电子计算机中，就可求得潜艇所在位置的经纬度。又如安装在导弹中的旋转感应同步器，可感受在导弹飞行中的漂移，并将漂移信号输至电子计算机中进行修正，从而击中预定目标。

利用两圆盘间电容量的变化进行圆分度，也是测角的手段之一。

此外，很早就有人考虑以频率数表示某时间内转过的角度来进行角度测量，这样就将角度的测量转换为某时间内频率的测量。由于频率的准确度很高，尽管因为转速均匀性等问题有待进一步解决，但它仍是引起人们重视的测角方案。

为了提高某些圆分度的分辨能力以减小分度间隔，还广泛地利用各种机械的、光学的和电气的方法进一步细分，以扩大圆分度的使用范围。

在通用量仪方面，也正在广泛采用电子技术。例如光电显微镜，光电自准直仪等都是在原有光学式仪器的基础上，应用了光电技术，使测量精度得到提高。又如以水准汽泡的位置变化作为调整、测量水平位置的方法已有悠久的历史了，但现在却出现了与水准汽泡毫无关系的电子水平仪。

凡此种种，不胜枚举。

各行各业都有着大量的角度量需要测量，需要使用各种各样的角度量仪，而各种量仪都需要通过检定来评定它们的准确度。某些一般量仪所不能解决的测量问题，则需要研究出适当的方法和设备。为此，就要求建立高精度的角度基准器和标准器或者提供测量检定方法来满足这些需要。角度计量技术也就在完成这些任务的同时，不断得到发展。新技术层出不穷，前途广阔。特别是随着尖端科学技术的发展，将给角度计量提出数量、更多，要求更高的新课题。角度计量为在本世纪内实现我国社会主义四个现代化的进程中，必将发挥更大的作用。

第一章 角度单位与换算

第一节 几种角度单位表示法

一、弧 度

作任意一个平面角 α (图 1-1)，在 α 角的始边 OA 上取一点 M ，以 O 点为圆心，并设 $OM=R$ 。在作 α 角时，点 M 作圆周运动而形成弧 MM' 。设 MM' 的长度(与 R 的单位相同)为 s 。当点 M 在 OA 上取不同位置时，对于比值有如下的定理：角所对弧长与半径之比，仅决定于 α 角的大小，与半径的长短无关。

这个定理说明：当 α 角一定时，不管 α 所对圆弧之长度是多少，弧长与半径之比总是一个常数。当 α 角的大小改变时，这个比值也改变。因此，我们可以用圆心角所对弧长与半径之比值来表示角的大小。用这个比值来表示角的大小的方法，叫做弧度法。

弧度是一个圆内两条半径之间的平面角，这两条半径在圆周上截取的弧长与半径相等。弧度是平面角的度量单位。弧度可简称为 弧 (如图 1-2)。

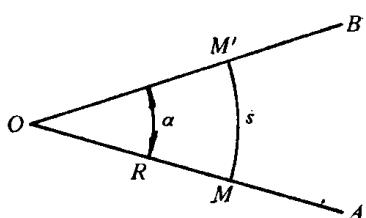


图 1-1

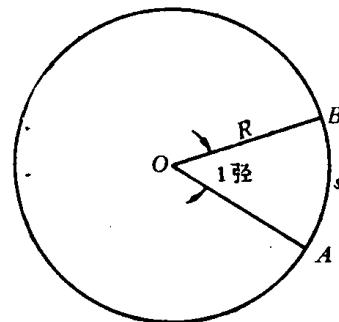


图 1-2

一个角所对弧长 s 中所含半径的倍数，是该弧的 弧数。因此，求一个角或弧的 弧数，可用下式计算：

$$\alpha(\text{弧}) = s/R \quad (1-1)$$

对于一个整圆来说，圆之周界与其半径之比恒等，而与圆的大小无关。即在一切圆内，圆周与直径之比为一常量。该常量用符号 π 表示，它也是半圆的 弧度数。 π 为一个不可通约数，其值约为：

$\pi \approx 3.141592653589793238462643388\cdots\cdots$ 一般计算时，常取略值 3.1416。

因此，一个整圆的弧度数为：

$2\pi \approx 6.283185307179586476925286766\cdots\cdots$

四分之一整圆弧长所对的中心角称为直角。故直角的弧度数为：

$\pi/2 \approx 1.57079632679489661923132169\cdots\cdots$ 等等，余类推。

在测量对垂直位置的偏差和对水平位置的偏差时，常以线值单位表示角度偏差。譬

如说，在某两个相交的垂直面内，其垂直度为若干微米。又如水平仪、平直度检查仪等也是以一定长度上的线值位移来反映角度的大小。事实上，这种表示偏差的方法是当角度为很小的情况下，近似地以弧度来表示角度的方法。例如在一米长度上偏转 5 微米，就记作 5 微米/米或 $5\mu\text{m}/\text{m}$ 等。

二、六十进制

六十进制角度单位是将整圆所含的角度，即圆周角分成 360 等分，每一等分叫做一“度”，记作 1° 。故圆周角为 360° ；每一度分成 60 等分，每一等分叫做一“分”，记作 $1'$ ；每一分分成 60 等分，每一等分叫做一“秒”，记作 $1''$ 。

可见，一圆周角 = 360°

$$\begin{aligned} &= 21600' \\ &= 1296000'' \end{aligned}$$

“秒”是六十进制的最小角度单位。小于一秒时均按十进制计。如十分之二秒记作 $0.^{\prime\prime}2$ ；百分之五秒记作 $0.^{\prime\prime}05$ 等等。

有时也将不满一度的分值及不满一分的秒值按十进制写法，即将分写成度的分数关系（例如将 $30'$ 写成 0.5° 等）和将秒写成分的分数关系（例如将 $30''$ 写成 $0.5'$ 等）。为了便于查阅，将度的十进制写法化为分及将分的十进制写法化为秒的换算关系列于本书附录一；按六十进制的圆周等分表列于附录二。

角度的六十进制起源于巴比伦人，传说 360 这个数字是他们所选用的。能除尽 360 的因素有 1、2、3、4、5、6、8、9、10、12、15、18、20、24、30、36、40、45、60、72、90、120、180 及 360 等 24 个，因此这个进制系统有它特有的优越性。

六十进制是目前使用最广泛的角度单位。除特殊说明外，本书以下各章节均采用六十进制角度单位。

在生产中，为了加工的方便，除由特定尺寸或参数确定的角度以及工艺和使用有特殊要求的角度外，推荐一些标准角度供设计时选用。表 1-1 就是目前我国适合机械制造一般用途的角度^①。表中所列角度的优选顺序为：第一系列、第二系列、第三系列。

表 1-1 标准角度

第一系列	第二系列	第三系列	第一系列	第二系列	第三系列
0°	0°	0°	5°	5°	5°
		$0^\circ 15'$			6°
	$0^\circ 30'$	$0^\circ 30'$			7°
		$0^\circ 45'$		8°	8°
1°	1°				9°
		$1^\circ 30'$		10°	10°
2°	2°				12°
		$2^\circ 30'$	15°	15°	15°
3°	3°				18°
		4°		20°	20°

① 摘自 Q/ZB 132—73。

续表 1-1

第一系列	第二系列	第三系列	第一系列	第二系列	第三系列
30°	30°	22°30'	90°	90°	80°
		25°			85°
		30°			90°
		36°			100°
		40°			110°
45°	45°	45°	120°	120°	120°
		50°			135°
		55°			150°
		60°			165°
		65°			180°
60°	60°	72°	180°	180°	270°
		75°			360°
		75°			360°
		360°			360°

三、百进制

百进制是公元十六世纪末法国数学家和力学家拉格朗日提出的角度单位。它是将圆周角分成 400 等分，每一个等分记作 1^g 。 1^g 分成 100 等分，每一等分记作 1^c ； 1^c 分成 100 等分，每一等分记作 1^{cc} 。可见

$$\begin{aligned} \text{一圆周角} &= 400^g \\ &= 40000^c \\ &= 4000000^{cc} \\ 1^g &= 100^c \\ 1^c &= 100^{cc} \end{aligned}$$

能除尽 400 的数有 1、2、4、5、8、10、16、20、25、40、50、100、200 及 400 等十四个。

四、密位

密位是军用光学仪器的一种角度计量单位，常见于炮用的测角仪器中。目前世界各国定义密位的方法主要有两种。一种是将圆周角分为 6000 等分，每一等分即为一密位，相当于六十进制的 $3'36''$ ；另一种是将圆周角分为 6400 等分，每一等分为一密位，相当于 $3'22.5''$ 。此外，尚有以其它方法定义密位的，因使用不广，不赘述。

我们知道，当半径为 R 时，圆周长 $c = 2\pi R$ 。在一定的精度要求下，为计算方便取 $\pi \approx 3$ ，则 $c \approx 6R$ 。以 1/6000 圆周角作为一密位的情况，则有：

$$\text{一密位所对弧长} \approx \frac{6R}{6000} = \frac{R}{1000}$$

即一密位夹角所对的弧长相当于距离 R 的千分之一。由于 π 近似地取为 3 所带来的误差约为 5%。当然，如果精度要求高一些，也可将 π 取为 3.1416，于是，一密位所对应的弧长就近似等于 $1/955$ 。

同理，对于以 1/6400 圆周角作为一密位的情况，取 $\pi \approx 3.2$ ，圆周长 $c = 2\pi R \approx 6.4R$ ，

则

$$\text{一密位所对的弧长} \approx \frac{6.4R}{6400} = \frac{R}{1000}$$

即一密位夹角所对的弧长同样相当于距离 R 的千分之一。 π 近似地取为 3.2 所带来的误差约为 2%。

显然， $1/6400$ 圆周角作为密位单位的方法比 $1/6000$ 圆周角作为密位单位的方法精度更高。但从使用情况来说，后者比前者方便。

利用密位单位，通过观测目标可以很方便地求出距离。

例如，已知某电线杆高 2 米，从光学仪器中观测到电线杆总高所含的夹角为 5 密位，则从观测点到电线杆的距离为：

$$\frac{1000 \times 2}{5} = 400 \text{ 米}$$

密位的写法和读法如下例所示。

密位数	写法	读法	密位数	写法	读法
6000	60—00	六零一零零	6	00—06	零一零六
600	06—00	六一零零	0.6	00—006	零一零零六
60	00—60	零一六零	3254	32—54	三二一五四

五、锥 度

锥度是机械制造中配合圆锥面及其它圆锥面常采用的一种表示零件角度的方法。锥度 K 定义为圆锥体的两径向剖面的直径差与两剖面间距离之比（如图1-3）。

即

$$K = \frac{D-d}{L} = 2\tan\alpha \quad (1-2)$$

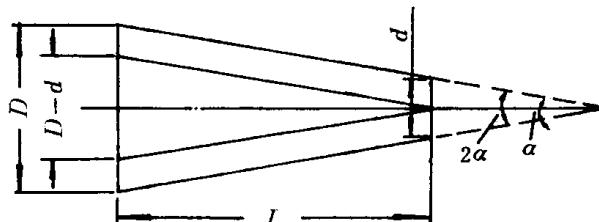


图 1—3

锥角 2α 为在轴向剖面内两母线之夹角；斜角 α 为圆锥轴线与母线之夹角。

目前我国机械制造工业中采用的标准锥度列于表 1-2^①。

表 1-2 标准锥度

锥度 K	锥角 2α	斜角 α	标记
1 : 200	0°17'11"	0°8'36"	1 : 200
1 : 100	0°34'23"	0°17'11"	1 : 100
1 : 50	1°8'45"	0°34'23"	1 : 50
1 : 30	1°54'35"	0°57'17"	1 : 30
1 : 20	2°51'51"	1°25'56"	1 : 20
1 : 15	3°49'6"	1°54'33"	1 : 15

① 摘自 GB 157—59。

续表 1-2

锥 度 K	锥 角 2α	斜 角 α	标 记
1 : 12	4°46'19"	2°23'9"	1 : 12
1 : 10	5°43'29"	2°51'45"	1 : 10
1 : 8	7°9'10"	3°34'35"	1 : 8
1 : 7	8°10'16"	4°5'8"	1 : 7
1 : 5	11°25'16"	5°42'38"	1 : 5
1 : 3	18°55'29"	9°27'44"	1 : 3
1 : 1.866	30°	15°	30°
1 : 1.207	45°	22°30'	45°
1 : 0.866	60°	30°	60°
1 : 0.652	75°	37°30'	75°
1 : 0.500	90°	45°	90°
1 : 0.280	120°	60°	120°

第二节 各种主要角度单位的换算

一、弧度与六十进制角度单位的换算

由上节知，圆周角为 2π 弧，即等于 360° ，因此可得：

$$\begin{aligned} 360^\circ &= 2\pi && \text{(弧)} \\ &= 6.28318\dots\dots && \text{(弧)} \\ 180^\circ &= \pi && \text{(弧)} \\ &= 3.14159\dots\dots && \text{(弧)} \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} 1^\circ &= \pi/180 && \text{(弧)} \\ &= 0.01745329\dots\dots && \text{(弧)} \\ 1' &= 1^\circ/60 \\ &= \pi/180 \times 60 \\ &= 0.00029088\dots\dots && \text{(弧)} \\ 1'' &= 1'/60 \\ &= \pi/180 \times 60 \times 60 \\ &= 0.000004848\dots\dots && \text{(弧)} \end{aligned}$$

反之，可求得

$$\begin{aligned} 1 \text{ 弧} &= 360^\circ/2\pi \\ &= 180^\circ/\pi \\ &= 57.295779\dots\dots^\circ \\ &= \rho^\circ \end{aligned}$$

或

$$\begin{aligned} 1 \text{ 弧} &= 3437.74677\dots\dots' \\ &= \rho' \end{aligned}$$