

# 工程振动学

GONG CHENG ZHEN DONG XUE

## 内 容 简 介

本书共分八章，前五章阐明单自由度系统、多自由度系统和弹性体振动的基本理论，在介绍了这些理论之后，广泛结合工程实际进行计算、分析和应用的讨论。后三章是非线性振动、随机振动、机器与结构的振动诊断、振动与噪声控制。本书在风格上、内容选择上与传统的著作有所不同，除引入许多近代的新概念、新技术、新方法外，还配有大量的工程实例（84个），同时还列出了为数不少的参考文献。各章均有习题（合计89道），附录中汇集了有关数学、力学知识、书末附有习题答案和索引。

本书可作为高等院校有关专业大学生、研究生、培训班学员、教师和工程技术人员的教科书和参考书。

高等学校教材

### 工程振动学

庄表中 刘明杰

高等教育出版社出版  
新华书店北京发行所发行  
河北省香河县印刷厂印装

开本 850×1168 1/32 印张 15.25 字数 360 000

1989 年 8 月第 1 版 1989 年 3 月第 1 次印刷

印数 0001—1 740

ISBN 7-04-002053-X/TV·20

定价 3.65 元



## 前　　言

机器、仪器以及结构物等的动态问题已引起人们的特别注意，工程振动学知识及其应用在许多行业中已显得愈来愈重要。我们参照国内外许多著作及学术会议的论文，吸收国内广大科技工作者、工程技术人员在咨询中提供的典型材料，融合作者多年来对大学生、研究生教学中积累的资料和在这方面科研探索中的体会，编写成此书。此书对振动专家来说，是一本理论上并不深、应用上实例丰富能指导解决具体问题的书；而对与振动、冲击、噪声一些有关系的各行各业来说，这是一本实用易懂、内容广泛、便于自学、有助于模仿解决实际问题的书。本书的特点有：

(1) 把振动理论与工程实例密切结合，首先让读者有浓厚的兴趣，然后把基本理论按由浅入深的层次形象地讲清楚，最后以各类工程实例说明它的广泛应用。

(2) 全书引入了最近发展起来的一些新概念（如模态及其分析、损耗因子、阻尼比容、浑沌、奇怪吸引子、频率间隔、功率谱密度、相关分析、倒频谱、舒适度、敏感度、稳定度、系统识别、环境等）、新方法（计算机分析方法、信号处理、响应计算等）、新技术（模态参数识别，机器与结构物的振动诊断、振动与噪声的主动与被动控制技术、减振与机械环境的保护等）。

(3) 本书尽量多地运用示意图、表格、例题及讨论，并引入了为数不少的文献、书刊，这些都能给读者提供更多的信息。

第一章叙述研究振动的意义、发展简史，振动的力学模型、分类、研究的问题以及振动在国民经济建设中的广泛应用和地位。第

二章叙述单自由度线性系统的振动，包括无阻尼、有阻尼的自由振动和强迫振动，这章还介绍了阻尼的等效条件与七种阻尼系数的表示与计算、各种共振概念与隔振理论的应用。第三章叙述多自由度线性系统的振动，着重介绍方程式的建立，求固有频率、振型的方法，坐标变换与解耦，举有大量可以推广应用的实例。第四章叙述系统的固有频率和主振型的近似计算，以及用电子计算机求解的方法和程序。第五章介绍弹性体的振动，除了弦、杆、梁的振动及其在工程中的应用以外，还简述了膜、板、壳的振动。第六章以大量的非线性振动实例引出非线性振动的若干特征和求解的问题，分别讨论了解非线性系统的图解法和解析法，还介绍了七十年代发展起来的混沌和奇怪吸引子。第七章介绍近三十年发展来的有广泛应用前景的随机振动，在小结概率与统计学在机械设计中的应用上讨论随机过程各域信息的描述方法、物理意义，并导出单输入单输出线性系统的随机振动理论公式。这章的实例生动、具体和广泛。第八章介绍振动在工程中应用的交叉学科：一是应用振动信号的分析对机器或结构物的故障或缺陷进行诊断、预报，引出敏感度、稳定度等新概念、新方法；二是振动与噪声的控制方法与技术及其在环境工程和其它工程领域中的应用。

本书一～五章是基本内容，可作为本科三年级一学期少学时振动课程教材，学时为 40 左右。后面六、七、八各章内容有相对独立性，可按各专业的不同要求和时数任选一章或几章进行教学，教学时数大致如下：第六章为 10 学时，第七章为 10 学时，第八章为 8 学时。

本书二、三、四章及附录 A、B、C 是由刘明杰撰稿，一、五、六、七、八及附录 D、E 由庄表中撰稿，最后由庄表中进行校核。郭晓晖同志校核了本书的部分习题并验证了几个实验装置。

本书承彭天义同志审稿，他对本书提出了许多宝贵意见，谨在此致谢意。  
• 2 •

此向他表示衷心感谢。王行新、商建云等同志也提出了许多宝贵建议，谨向他们致以谢意。

作者 1986年9月于杭州  
浙江大学

• 3 •

## 常用符号表

- $A$ ——自由振动振幅, 面积  
 $B$ ——强迫振动振幅  
 $C_{12}$ ——相关矩(协方差)  
 $C_p$ ——功率倒频谱  
 $C_{eq}$ ——等效阻尼系数  
 $C_o$ ——幅倒频谱  
 $D$ ——方差  
 $E$ ——弹性模量, 总能量, 集合平均  
 $F$ ——力激励  
 $G$ ——剪切弹性模量, 重量  
 $H$ ——高度, 频率响应函数  
 $I$ ——截面惯矩  
 $I_p$ ——极惯矩  
 $J$ ——转动惯量, 贝塞尔函数  
 $L$ ——长度  
 $M_t$ ——扭矩  
 $M_k$ ——弯矩  
 $N$ ——对应于主坐标的广义激励, 离散点数  
 $P$ ——力, 概率分布函数  
 $P(c)$ ——峰值计数  
 $Q$ ——广义力, 品质因子, 剪切力  
 $Q_R$ ——广义阻力

$R$  —— 距离, 阻力, 散逸函数, 瑞利商, 电阻

$S$  —— 自功率谱密度函数, 距离, 稳定度

$T$  —— 功能, 周期, 张力, 时间间隔

$U$  —— 势能

$V$  —— 电压

$V(c)$  —— 变程计数

$W$  —— 重量, 功, 振型函数, 自功率谱密度函数(单边)

$X$  —— 随机变量, 输入, 剪切参数

$Y$  —— 随机变量, 位形, 响应

$Z$  —— 状态变量

$a$  —— 常数, 压力在弹性体中传播速度

$b$  —— 长度

$c$  —— 粘性阻尼系数

$d$  —— 直径

$f$  —— 频率, 挠度

$g$  —— 重力加速度

$h$  —— 常数, 单位质量的激励, 脉冲响应函数

$i$  —— 传动比, 号码数

$j$  —— 虚数 $\sqrt{-1}$ , 号码数

$k$  —— 刚度系数

$k_e$  —— 复刚度

$k_n$  —— 模态刚度

$l$  —— 长度

$m$  —— 质量, 平均值记号, 输入数

$m_n$  —— 模态质量

$n$  —— 转速, 阻尼系数

$p$  —— 压力, 概率密度函数

- $q$  ——广义坐标, 横向分布载荷  
 $\dot{q}$  ——广义速度  
 $\ddot{q}$  ——广义加速度  
 $r$  ——半径, 阻尼系数  
 $t$  ——时间  
 $u$  ——位移  
 $v$  ——位移, 速度  
 $\alpha$  ——角度, 柔度影响系数  
 $\beta$  ——放大因子, 角度, 初相角  
 $\gamma$  ——重度, 相干函数, 阻尼比容, 剪应变  
 $\delta$  ——变形, 对数衰减率, 脉冲函数  
 $\xi$  ——阻尼比  
 $\eta$  ——损耗因子, 隔振系数, 敏感度  
 $\theta$  ——位相, 角位移  
 $\lambda$  ——特征根, 频率比, 振型波长  
 $\mu$  ——质量比, 有阻尼系统特征根实部  
 $\nu$  ——有阻尼系统特征根虚部  
 $\rho$  ——单位长度的质量(线密度), 偏心距, 互协方差系数。  
 $\rho_1$  ——单位体积的质量(体密度)  
 $\sigma$  ——正应力, 标准离差  
 $\tau$  ——剪应力, 无量纲时间, 时间差  
 $\varphi$  ——模态元素, 相位差  
 $\psi$  ——位相差, 均方值  
 $\omega$  ——频率  
 $\omega_n$  ——固有频率  
 $\omega_d$  ——有阻尼固有频率  
 $\epsilon$  ——位相差, 误差, 小参数, 正应变

- $[C]$ ——阻尼矩阵
- $[D]$ ——动力刚度矩阵
- $[K]$ ——刚度矩阵
- $[M]$ ——质量矩阵
- $\{q\}$ ——广义坐标列阵
- $[I]$ ——单位矩阵
- $[\Phi]$ ——模态矩阵
- $\{Y\}$ ——位移列阵
- $\{\phi\}$ ——主振型列阵
- $\{\psi\}$ ——假设振型列阵
- $[S_x(\omega)]$ ——激励谱矩阵
- $[S_y(\omega)]$ ——响应谱矩阵
- $[H(\omega)]$ ——频率响应矩阵
- $[S_{xy}(\omega)]$ ——互谱矩阵
- $[h(t)]$ ——脉冲响应矩阵

# 目 录

<b>第一章 引言</b>	.....	1
1-1 关于振动问题	.....	1
1-2 振动分析的力学模型	.....	2
1-3 振动系统的分类	.....	4
1-4 振动的研究方法与近期发展方向	.....	5
1-5 研究振动的意义和振动在各个领域中的应用	.....	7
<b>第二章 单自由度线性系统的振动</b>	.....	10
2-1 引言	.....	10
2-2 振动微分方程的建立	.....	11
1 应用牛顿定律推导振动微分方程	.....	11
2 用影响系数法建立振动微分方程	.....	13
3 应用拉格朗日方程的方法	.....	15
2-3 无阻尼系统的自由振动	.....	17
2-4 能量法	.....	28
2-5 阻尼(线性)对自由振动的影响	.....	32
2-6 周期性激励作用下的强迫振动	.....	36
1 单位简谐力激励 $F(t) = \exp(j\omega t)$ 频率响应函数	.....	37
2 简谐力激励 $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 不计阻尼	.....	38
3 简谐力激励 $F(t) = F_0 \sin \omega t$ 粘性阻尼	.....	40
4 共振的现象	.....	44
5 对品质因子 $Q$ 的讨论	.....	45
6 对相位差的讨论	.....	46
7 周期性力激励	.....	52
2-7 在任意激励下系统的振动 杜哈梅积分	.....	58
2-8 各种阻尼表示方法	.....	62
1 等效粘性阻尼	.....	62
2 阻尼比容	.....	64

3	损耗因子	65
4	复刚度	65
5	粘-弹性材料阻尼	66
2-9	转轴的临界转速	67
2-10	测振与隔振的基本原理	70
1	测振仪器的原理	70
2	隔振原理	72
	习题	73
<b>第三章 多自由度线性系统的振动</b>		<b>96</b>
3-1	引言	96
3-2	多自由度系统振动微分方程的建立	97
1	用牛顿第二定律建立质量-弹簧系统的振动方程	98
2	用柔度影响系数法建立带有集中质量的弹性系统的振动方程	99
3	用拉格朗日方程建立振动方程	104
3-3	无阻尼自由振动 特征值问题	107
1	主振型方程 固有频率 主振型	107
2	主振动 自由振动的规律 展开定理	101
3-4	主振型的正交性 正则振型	109
1	主振型的正交性	109
2	主振型矩阵与正则振型矩阵	111
3	主振动的能量组合	113
3-5	线性变换与解耦 主坐标	115
3-6	系统对初始激励的响应	120
3-7	具有线性阻尼时系统的自由振动	123
3-8	无阻尼系统的强迫振动 共振	125
1	简谐力激励	125
2	任意力激励 振型叠加法	129
3-9	有阻尼的强迫振动	132
1	简谐力激励	132
2	任意力激励	133
3-10	扭转振动	135
1	扭转自由振动	135
2	扭转强迫振动	141

3 共振时振幅的近似估算	141
3-11 齿轮传动系统的振动	143
3-12 动力消振器原理及应用	146
3-13 模态参数识别简介	156
1 频域识别的图解法	157
2 时域识别方法	160
习题	160
<b>第四章 实用振动分析方法</b>	<b>166</b>
4-1 邓克莱(Dunkerley)公式	166
4-2 矩阵迭代法	170
1 矩阵迭代法求第一阶固有频率和振型	170
2 求高阶固有频率和振型	176
4-3 能量法 瑞利原理	180
4-4 李茨法	185
4-5 雅可比(Jacobi)方法	189
4-6 传递矩阵法	197
1 梁上有集中质量的横向振动系统	198
2 轴盘扭转振动系统	204
3 具有分支的扭转振动系统	211
4-7 用数字计算机求解	214
1 矩阵迭代法求无阻尼系统的频率和振型	214
2 雅可比方法	222
习题	232
<b>第五章 弹性体的振动</b>	<b>235</b>
5-1 引言	235
5-2 弦的横向振动 等截面杆的纵向振动 圆轴的扭转振动	237
1 弦的横向振动	237
2 等截面杆的轴向振动	240
3 圆轴的扭转振动	243
5-3 梁的横向振动	246
1 振动方程	246
2 自由振动	248
3 主振型函数的正交性	257

4 强迫振动	258
5 剪切变形与转动惯量的影响	260
<b>5-4 薄膜的振动</b>	<b>262</b>
1 无阻尼自由振动力学方程	262
2 方形膜的振动	263
3 矩形膜的振动	265
4 圆形膜的振动	265
<b>5-5 薄板的振动</b>	<b>266</b>
习题	267
<b>第六章 非线性振动初步</b>	<b>271</b>
<b>6-1 引言</b>	<b>271</b>
1 非线性振动的定义	271
2 非线性系统的几种识别方法	271
3 非线性振动的任务和研究方法	272
4 工程中的非线性振动实例	272
5 非线性振动的分类	282
<b>6-2 相平面方法</b>	<b>283</b>
1 相平面与相轨迹	283
2 相平面上的奇点分析	284
3 保守系统	287
4 平衡的稳定性	288
<b>6-3 相轨线的图解法</b>	<b>292</b>
1 等倾线法	293
2 列纳(Lienard)法	297
<b>6-4 单自由度非线性系统的自由振动</b>	<b>300</b>
1 振动法	300
2 慢变参数法	302
3 谐波平衡法	304
<b>6-5 单自由度非线性系统的强迫振动</b>	<b>306</b>
1 跳跃现象	306
2 次谐波振动	308
3 超谐波振动	310
4 多频激振	311

6-6 参变系统的振动	311
6-7 非线性振动中的混沌现象	313
习题	317
<b>第七章 随机振动</b>	<b>321</b>
7-1 引言	321
1 随机振动特征	322
2 必须用随机振动理论研究的工程问题	322
7-2 随机振动的信号与信息	323
1 随机过程的幅域描述	324
2 随机过程的时域统计信息描述	328
3 平稳各态历过程	335
7-3 相关分析及其在工程中的应用	336
1 自相关函数	336
2 自相关函数的主要数学性质	337
3 自相关函数的用途	338
4 互相关函数	338
5 互相关函数的主要数学性质	339
6 互相关函数的用途	340
7 高斯随机过程的高次矩	341
8 求时间相关函数的框图	341
7-4 随机过程的频域描述	349
1 付里叶级数	350
2 付里叶变换	350
3 自功率谱密度函数	351
4 自谱 $S_{xx}(\omega)$ 的主要性质	352
5 自谱的用途	352
6 互谱密度函数	353
7 互谱的主要性质	353
8 互谱的用途	354
7-5 倒频谱(Cepstrum)分析	359
7-6 线性时不变系统的响应	361
1 响应的自谱	361
2 激励与响应的互谱	364

3 多输入多输出系统响应的矩阵表示式	369
4 若干问题的讨论	372
习题	379

## 第八章 机器和结构的振动诊断及振动、噪声控制概述 ······ 382

8-1 故障概述	382
1 定义与分类	382
2 用振动识别故障的方法与原理	382
3 诊断的内容与步骤	383
4 诊断的常用信息	384
5 应用情况	384
8-2 简单机器故障诊断的振动方法	385
1 轴类的故障	386
2 滚动轴承的故障	388
3 滑动轴承的故障	390
4 齿轮的故障	391
5 旋转轴安装角的检验	391
6 机器组件的故障诊断	392
8-3 一般弹性结构的振动故障诊断初步	393
1 结构故障诊断的基本思想	393
2 敏感度的定义和性质	394
3 单自由度系统振动参数的敏感度	396
4 多自由度系统模态参数的敏感度	398
5 连续系统(梁)横向振动模态参数的敏感度	401
8-4 工程中的振动和冲击控制方法	404
1 一般的振动和冲击控制方法	404
2 机仪设备在机械环境中的响应分析	406
3 随机激励环境中产品的隔振原理	411
4 减少仪器、设备在机械环境中损坏的对策	414
8-5 噪声控制	417
1 产生噪声的机理和抑制噪声的方法	418
2 低噪声复合阻尼钢板的构造及其减振降噪机理	422
3 低噪声复合阻尼钢板在国外的应用实例	424
4 复合阻尼钢板的参数计算与性能描述	426

<b>附录 A 拉格朗日方程</b>	429
<b>附录 B 简谐运动的矢量和复数表示</b>	431
1 简谐运动的矢量表示	431
2 简谐运动的复数表示	433
<b>附录 C 频率响应函数及其图示</b>	436
1 频率响应函数	436
2 $H(\omega)$ 的三种表示方法	437
<b>附录 D 膜、板、圆环、壳的固有频率</b>	440
<b>附录 E 平稳随机过程各域信息函数表</b>	448
表 E1 常用的概率密度函数	448
表 E2 随机变量特征值的代数运算	450
表 E3 常用的自相关函数	451
表 E4 常用的自功率谱密度函数	453
<b>附录 F 用于均方响应计算的积分表</b>	455
<b>习题答案</b>	457
<b>参考书刊</b>	466

# 第一章 引言

## 1-1 关于振动问题

所谓振动，就是物体或某种状态随着时间往复变化的现象<sup>[1]</sup>。这类现象有的是由其本身固有的原因引起的，有的是外界干扰引起的。在自然界中广泛地存在着声、光、电磁波等广义的振动现象。在工程界，地面上的汽车、火车、拖拉机；地下的铁道；天空中的飞机、宇宙飞船；海洋里的舰船、海洋平台等等普遍存在着机械振动。在生物界，心脏的跳动，肺的呼吸，肌肉的颤动，脑电波的脉动等等在某种意义上来说，都是一种振动，振动是自然界最普遍的现象之一。所以可以这样说：人类生活在振动的世界里。

很早以前，人们就利用振动原理把衣服上的尘埃抖掉，到1673年C. 惠更斯(C. Huyghens)首次提出物理摆理论。1914年以前，人们关心机械振动主要集中在避免共振上，研究重点是结构物的固有频率、衰减率、共振和主振型的确定。1921年H. 霍尔兹(H. Holzer)提出解决轴系扭转振动的方法，利用微振动理论解决了不少确定性振动问题，但有些问题还没有解决。到了二十世纪三十年代，对机械振动的研究开始由线性向非线性方向发展。五十年代起因高速飞机与火箭技术的发展，机械振动从确定性振动发展到随机振动。七十年代，自动控制理论、电子计算机及先进的振动量测技术和FFT信号处理技术的出现，使人们有可能解决十分复杂的振动问题，促进了振动学科的迅速发展并使之在各个工