

# 受控核聚变

(1974年会议资料选编)

原子能出版社

### 内 容 简 介

这是一九七四年十月召开的受控核聚变会议资料选编,其内容系低 $\beta$ 环形装置(托卡马克、仿星器),激光加热等离子体,角向收缩,稳态磁镜,等离子体焦点和聚变堆等方面的研究成果。

本选编可供从事受控核聚变研究的工作人员及大专院校有关专业的师生参考。

### 受 控 核 聚 变

(1974年会议资料选编)

原子能出版社出版

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

(内部发行)

☆

开本  $787 \times 1092 \frac{1}{16}$  · 印张  $27 \frac{1}{8}$  · 字数 642 千字 · 插图 2

1977年2月北京第一版·1977年2月北京第一次印刷

统一书号: 15175·074·定价: 2.75元

# 毛主席语录

阶级斗争是纲，其余都是目。

列宁为什么说对资产阶级专政，这个问题要搞清楚。这个问题不搞清楚，就会变修正主义。要使全国知道。

自力更生，艰苦奋斗，破除迷信，解放思想。

中国人民有志气，有能力，一定要在不远的将来，赶上和超过世界先进水平。

## 前 言

在批林批孔运动普及、深入、持久发展的大好形势下，于一九七四年召开了受控核聚变研究工作交流会。参加会议的有二十多个单位，一百余名代表。代表中有来自三大革命斗争第一线的具有实践经验的工人，还有革命干部和科技人员。会议以阶级斗争为纲，深入批林批孔，贯彻“百花齐放，百家争鸣”的方针，会议期间，代表们畅谈了受控核聚变研究工作中两条路线斗争的经验和体会，交流了科研成果。

我国受控核聚变研究工作，是在党的建设社会主义总路线的光辉照耀下和在“破除迷信，解放思想”的号召下，于大跃进的一九五八年建立起来的。十几年来，特别是无产阶级文化大革命以来，从事受控核聚变研究工作的广大工人、革命干部、科技人员在毛主席革命路线指引下，对刘少奇、林彪反革命修正主义路线的干扰和破坏进行了斗争，坚持了“独立自主、自力更生”和“备战、备荒、为人民”的方针，使我国受控核聚变研究工作从无到有并逐步发展起来。从这次会议所交流的科研成果来看，伟大的无产阶级文化大革命和批林批孔运动极大地调动了广大革命群众的社会主义积极性，从而使我国受控核聚变方面的研究工作呈现出一派生气勃勃的景象。

编 者

一九七五年六月

# 目 录

高能中性注入磁镜装置中等离子体的能量分布及电位计算	凌 山 ( 1 )
等离子体环的椭圆截面对无碰撞捕获粒子不稳定性的影响	夏建白 丁厚昌 ( 8 )
托卡马克中电阻撕裂模的振荡效应	北京大学理论物理专业受控小组 ( 22 )
椭圆截面等离子体柱的扭曲不稳定性	顾永年 邱乃贤 ( 26 )
导体壳上纵向切口对平衡的影响	董家齐 邱孝明 ( 44 )
轴对称环形系统中多离子成分的新经典理论	周海麟 ( 51 )
环形仿星器的磁场位形	石秉仁 高庆弟 ( 66 )
椭圆截面锐边界等离子体柱的扭曲不稳定性	王德熠 李国炳 ( 81 )
非圆截面螺旋收缩位形的平衡和局部模不稳定性	徐 强 游承伦 李芳著 王德熠 ( 90 )
等离子体对电磁波的反常吸收	安志刚 ( 101 )
在一种标准构形聚变堆再生区中的中子学计算	中国科学院近代物理研究所 ( 110 )
激光加热等离子体研究	中国科学院上海光机研究所激光加热等离子体研究组 ( 117 )
八万焦耳环形螺旋收缩装置的调试	罗晓环 ( 132 )
十万焦耳角向收缩实验装置	中国科学院物理研究所角向收缩实验小组 ( 143 )
六万焦耳角向收缩 3 号装置的等离子体实验	齐金光 ( 154 )
捕获磁场对角向收缩等离子体行为的影响	群 力 ( 165 )
双磁捕获环测量等离子体的线密度和 $\beta$ 值	磁探针小组 ( 173 )
以巨脉冲红宝石激光为光源的 Mach-Zehnder 干涉仪应用于	
角向收缩等离子体的研究	中国科学院物理研究所激光干涉研究小组 ( 180 )
He-Ne 气体激光干涉仪测量等离子体的电子密度	气体激光干涉小组 ( 191 )
角向等离子体的中子测量	何彻亮 ( 196 )
浓密等离子体焦点的研究	中国科学院原子能研究所等离子体焦点组 ( 206 )
等离子体焦点实验	中国科学院物理研究所等离子体焦点组 ( 215 )
“凌云”装置的初步调试和等离子体注入实验研究	“凌云”研究组 ( 220 )
用环形电子枪测绘“凌云”装置的磁场位形	秦 俭 ( 231 )
“凌云”装置初始等离子体的光谱测量	党 哺 ( 238 )
“凌云”装置(注入段)上的静电双探针实验	群 策 ( 245 )
磁阱中低温等离子体基本参数的测量	石 模 ( 250 )
低频全景频谱仪	自 力 ( 256 )
内孔成形单匝放电线圈的螺旋孔加工	工人 罗月明 ( 261 )
六号实验装置的工程实践	中国科学院物理研究所 104 组 中国科学院电工研究所 403 组 ( 265 )

六号实验装置的环形磁体系统

.....中国科学院电工研究所 403 组 中国科学院物理研究所 104 组 (274)

六号实验装置的脉冲变压器

.....中国科学院电工研究所 403 组 中国科学院物理研究所 104 组 (305)

各种电源时脉冲变压器的工作分析与模型实验.....中国科学院电工研究所 403 组 (322)

环形强磁场的电源选择.....中国科学院电工研究所 403 组 (332)

稳态磁镜装置镜场超导磁体的先行实验.....超导磁体组 (346)

稳态磁镜装置超导磁体供电保护系统及局部实验简介.....武三工 (356)

低温强磁场霍尔效应初步研究.....磁测组 (364)

300 千伏高压直流电源调整管稳压模拟实验

.....高文佐 (367)

真空调频电机.....冯广泽 严东海 (372)

低温液氦冷凝泵.....真空组 (379)

金属接触固体介质短路开关的研制

.....高压部件小组 (389)

受控核聚变研究简介.....编者 (398)

\* \* \* \*

国外受控核聚变研究的新动向 .....《原子能参考资料》编辑组 (403)

国外受控核聚变研究的概况 .....秦 报 (411)

# 高能中性注入磁镜装置中等离子体的能量分布及电位计算

凌 山

在方磁阱近似、各向同性位近似及最低模近似下,用差分方法数值求解了福克-普朗克方程,得到了高能中性注入磁镜装置中等离子体的离子和电子的能量分布及等离子体电位。对试算结果作了初步的讨论。

## 一、引 言

高能中性注入磁镜装置的工程设计和实验装备的考虑需要在装置建成前对其中等离子体的行为有个初步的了解。近年来我们已先后对等离子体的注入、捕获、积累、不稳定性等行为作了初步研究<sup>[1-4]</sup>。本文就是介绍在上述各项工作的基础上对其中等离子体的能量分布及电位所作的计算。

## 二、物理过程分析

在一个中性注入装置中,其初始等离子体的离子和电子的速率相近而能量相差甚大,因此两者的损失机制不同(离子主要由电荷交换而损失,电子则通过碰撞进入逸出锥而损失),所以等离子体内会产生一定的电位来协调带电粒子的损失率,从而保证等离子体时时处于基本上是电中性的状态。这就是产生电位的原因。

我们讨论的,是在低密度下运行的装置。因此其电荷交换损失率基本不变,而电子的损失率却随电子的密度、能量、电位的变化而改变,特别是随着电子平均能量的增长,其中可逃出电位抑制的成份也增加。因此要想正确地求出电位值就必须了解离子加热电子的过程及电子在速度空间中从源分布扩散为麦克斯韦分布的过程,即需要对装置中注入的粒子被捕获后所发生的弛豫过程作一分析和计算。

## 三、方程和近似

在高温低密度等离子体的弛豫过程中起主要作用的是大量无规的远程库仑散射。因此可以用福克-普朗克方程(1)来描写。

$$\frac{\partial f_a}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla f_a + \vec{a} \cdot \nabla_v f_a = \left( \frac{\partial f_a}{\partial t} \right)_{F-P} + S_a, \quad (1)$$

$$\left( \frac{\partial f_a}{\partial t} \right)_{F-P} = \Gamma_a \left\{ -\frac{\partial}{\partial v^\mu} \left[ f_a \frac{\partial}{\partial v^\nu} \mathcal{H}_a \right] + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial v^\mu} \frac{\partial}{\partial v^\nu} \left[ f_a \frac{\partial}{\partial v^\nu} \frac{\partial}{\partial v^\mu} \mathcal{G} \right] \right\}. \quad (2)$$

其中  $f_a$  是  $a$  粒子的分布函数,  $S_a$  是源分布函数,  $\Gamma_a = \frac{4\pi e_a^4}{m_a^2} \ln A$ ,  $\ln A$  是库仑对数,  $e_a$ 、 $m_a$  分别是粒子的电荷和质量,  $\mathcal{H}_a$ 、 $\mathcal{G}$  是罗森布拉思(Rosenbluth)位<sup>[5]</sup>:

$$\mathcal{H}_a(\vec{v}, t) = \sum_b \frac{m_b + m_a}{m_b} \int \frac{f_b(\vec{v}', t)}{|\vec{v} - \vec{v}'|} d\vec{v}', \quad (3)$$

$$\mathcal{G}(\vec{v}, t) = \sum_b \int f_b(\vec{v}', t) |\vec{v} - \vec{v}'| d\vec{v}'. \quad (4)$$

显然像这样复杂的偏微分-积分方程是难以直接求解的。从1960年以来先后有罗伯茨(Roberts)<sup>[6]</sup>、本丹尼尔(BenDaniel)<sup>[7]</sup>、富奇(Futch)<sup>[8]</sup>、基利恩(Killeen)<sup>[9]</sup>等人作了各种近似来求解磁镜中的福克-普朗克方程。归纳起来大致是以下两方面的近似:

### 1. 方磁阱近似

在此近似下, 磁场随空间的变化被简化成一个矩形位阱(见图1)。粒子密度在空间的变化被简化成均匀分布。磁场的影响被简单地归结为一个镜比  $R$ , 而电位的影响也就是通过此镜比  $R$  的修正来表达, 即引入有效镜比  $R_{eff}$  来代替  $R$ ,

$$R_{eff} = \frac{R}{1 + \frac{e_a \phi}{E}}. \quad (5)$$

其中  $\phi$  为等离子体的电位(取磁峰所在处的电位为0),  $E$  为粒子的动能。在方磁阱近似下, 六维相空间的分布函数就简化为三维速度空间的分布函数。

### 2. 各向同性位近似及最低模近似

所谓各向同性位近似就是把罗森布拉思位  $\mathcal{H}_a(\vec{v}, t)$  及  $\mathcal{G}(\vec{v}, t)$  都看成与速度  $\vec{v}$  的方向无关, 这就使福克-普朗克方程大大简化, 成为可以分离变量的形式。而最低模近似就是在分离变量后将分布函数的角度部分取其本征值最小的那个本征函数。在这两个近似下, 三维速度空间的分布函数就在轴对称情形下被简化成为一维问题。

本文也采用了上述两方面的近似。最后用差分方法在电子计算机上求解的方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_a(v, t)}{\partial t} = & \Gamma_a \left\{ -\frac{1}{v^2} \frac{\partial}{\partial v} \left[ f_a(v, t) \left( v^2 \frac{\partial \mathcal{H}_a}{\partial v} + \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial v} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2v^2} \frac{\partial^2}{\partial v^2} \left[ f_a(v, t) v^2 \frac{\partial^2 \mathcal{G}}{\partial v^2} \right] - \frac{\lambda_a}{2v^3} f_a(v, t) \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial v} \right\} + S_a(v, t), \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mathcal{H}_a(v, t) = 4\pi \sum_b \frac{m_a + m_b}{m_b} \left[ \int_0^v f_b(v', t) \frac{v'^2}{v} dv' + \int_v^\infty f_b(v', t) v' dv' \right], \quad (7)$$

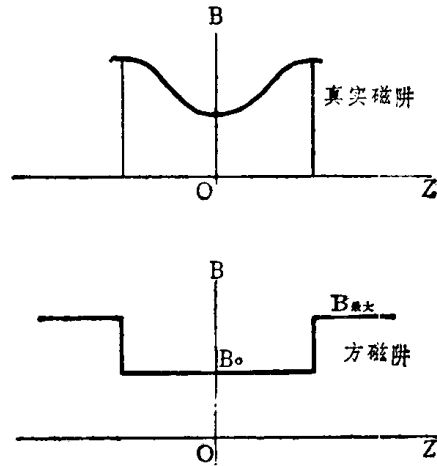


图1 方磁阱近似



$$\mathcal{G}(v, t) = 4\pi \sum_i \left[ \int_0^v f_b(v', t) v \left(1 + \frac{1}{3} \frac{v'^2}{v^2}\right) v'^2 dv' + \int_v^\infty f_b(v', t) \left(1 + \frac{1}{3} \frac{v^2}{v'^2}\right) v'^3 dv' \right]. \quad (8)$$

其中  $\lambda_a$  在最低模近似下可写成

$$\lambda_a = \frac{1}{\log_{10}(R_{eff})}, \quad (9)$$

但当  $R_{eff} \leq 1$  时取  $\lambda_a = \infty$ ,  $R_{eff} < 0$  时取  $\lambda_a = 0$ 。

$f_a(v, t)$  满足的边界条件为

$$\begin{cases} f_a(v, t) |_{v \rightarrow \infty} = 0, & (10) \\ \left. \frac{\partial f_a(v, t)}{\partial v} \right|_{v=0} = 0. & (11) \end{cases}$$

$f_a(v, t)$  的初始条件为

$$\begin{cases} \text{对离子: } f_i(v, t=0) = S_i(v), \\ \text{对电子: } f_e(v, t=0) = Ae^{-bv}. \end{cases}$$

其中  $A, b$  由电子源分布及初始密度决定。

初始等离子体密度:

$$n_i = n_e = 10^5 \text{ 个/厘米}^3.$$

在试算中采用的装置参数如下:

中性注入束的平均能量 100 千电子伏;

单位体积的源强  $I/V = 2.5$  毫安/升;

磁电离捕获效率  $f^* = 2.76 \times 10^{-4}$ ;

靶电离捕获长度  $L = 12$  厘米;

镜比  $R = 1.82$ ;

本底气体分子密度  $n_0 = 1 \times 10^7$  个/厘米<sup>3</sup>;

电荷交换截面  $\sigma_{cx}(v)$  用实验点的逼近曲线表示;

离子源分布统一取作  $\exp\left[-100\left(\frac{v}{v_0}-1\right)^2\right]$ ;

电子源分布统一取作  $\exp\left[-10\left(\frac{v}{v_0}-1\right)^2\right]$ , 其中  $v_0$  由中性束的平均能量确定, 均为

$4.38 \times 10^8$  厘米/秒。

## 四、计算结果

### 1. 能量分布

等离子体的离子和电子的分布函数随时间的变化分别见图 2 和 3。

图 2 (a) 是本文计算结果, 一个明显的特点是离子的分布函数变化不大。这是注入粒子的高能特性所决定的。ALIGE 装置也是一个中性注入磁镜装置, 但其注入能量仅 15 千电子伏而且注入流强比较大, 所以库仑散射作用强得多, 因此在达到平衡时离子分布函数

与源分布有较大的差异[见图 2 (b)]。在高能中性注入装置上, 注入能量高, 库仑散射弱, 源分布便不容易展宽, 这对于克服不稳定性是不利的。

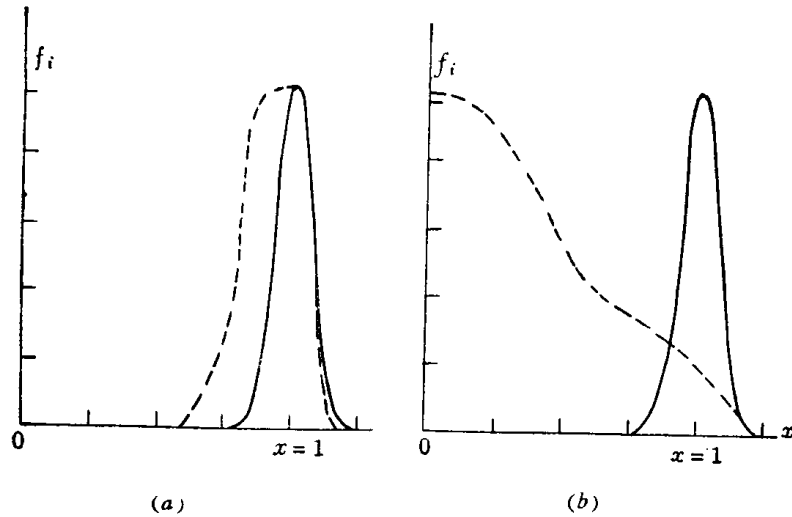


图 2 离子分布函数 ( $f_i \rightarrow x = \frac{V}{V_0}$ )

- (a) 图中: ————  $0.592 \times 10^{-4}$  秒,  $3.54 \times 10^5$  个/厘米<sup>3</sup>, 100 千电子伏;  
 - - - - -  $15.4$  秒,  $2.64 \times 10^{10}$  个/厘米<sup>3</sup>, 88 千电子伏。  
 (a) 图中: ————  $0.555 \times 10^{-3}$  秒,  $0.673 \times 10^8$  个/厘米<sup>3</sup>, 14.9 千电子伏;  
 - - - - -  $4.56$  秒,  $2 \times 10^{11}$  个/厘米<sup>3</sup>, 8.56 千电子伏。

电子的分布函数在  $3.5 \times 10^{-2}$  秒之前还可明显地看出注入源分布的影响, 在此之后就迅速趋于麦克斯韦分布了。这是与电子热化弛豫时间的估计相一致的。图 3 的右下角画出了平衡时的分布与麦克斯韦分布的比较, 在高能尾部比麦克斯韦分布稍高, 因为这里电子与高能离子共存。

## 2. 电 位

图 4 给出等离子体电位和电子平均能量随时间的变化<sup>①</sup>。可以看到在  $n \geq 10^8$  个/厘米<sup>3</sup> 之后, 电位和电子平均能量曲线几乎平行地增长, 最后平衡时达到的电位值为 2.76 千电子伏。

这样的行为可简单地定性讨论如下: 假定等离子体中的电子分布为麦克斯韦分布, 则电子的损失率可由下式估计,

$$\frac{1}{n_e} \left( \frac{dn_e}{dt} \right)_{\text{损失}} = n_e \langle \sigma_s v \rangle e^{-e\phi/KT_e} \quad (12)$$

其中  $n_e$  为电子密度,  $\langle \sigma_s v \rangle$  为电子散射到逸出锥的速率的平均值,  $\exp[-e\phi/KT_e]$  为麦克斯韦分布中电子能量超出  $e\phi$  的份额。随着时间的增加,  $n_e$  和  $KT_e$  都增加, 而  $KT_e$  增加的结果是  $\langle \sigma_s v \rangle$  要下降, 所以  $n_e \langle \sigma_s v \rangle$  比起后面的指数因子来是一个随时间慢变化的因子。为了保持电子损失率基本不变以符合电中性要求, 就要求  $e\phi/KT_e$  变化不大, 这正好说明了电位曲线与电子平均能量曲线基本平行的行为。

我们还可以进一步讨论一下电位和密度的关系。因为密度决定了离子对电子的加热速

① 在图 4 及图 6 中低密度时的电位值没定准, 这是由于在计算方法中采用的电中性要求在此处不合适所造成。

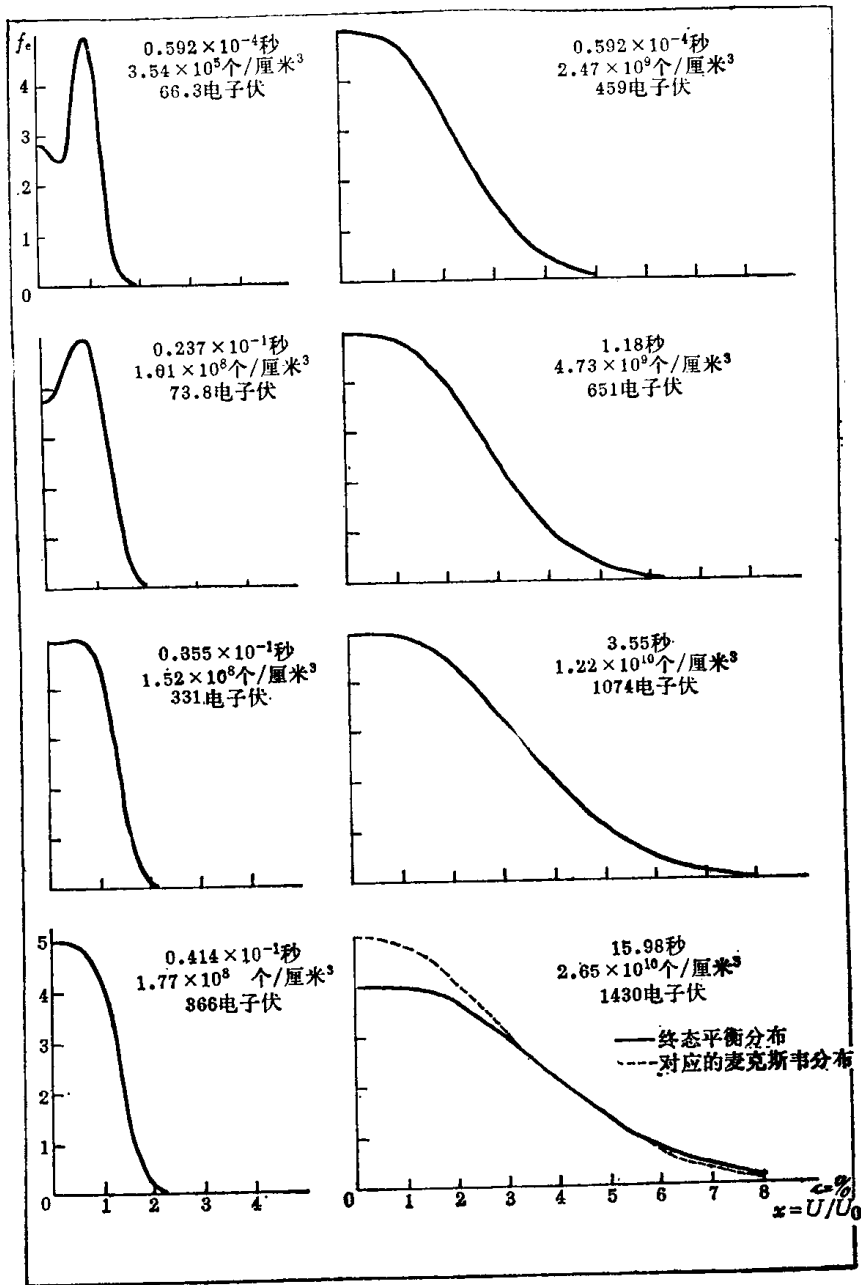


图 3 电子分布函数( $f_e - n = \frac{V}{V_0}$ )

率，因而也影响着电子的平均能量，而电子的平均能量又通过电中性影响着电位，电位又反过来影响着电子能量损失率，据此可以列出下列关系：

电子从离子得到能量的速率

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{i \rightarrow e} \propto \frac{n_i}{(KT_e)^{3/2}} \quad (13)$$

电中性要求

$$e\phi \propto KT_e \quad (14)$$

电子失去能量的速率

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{\text{损失}} \propto e\phi \quad (15)$$

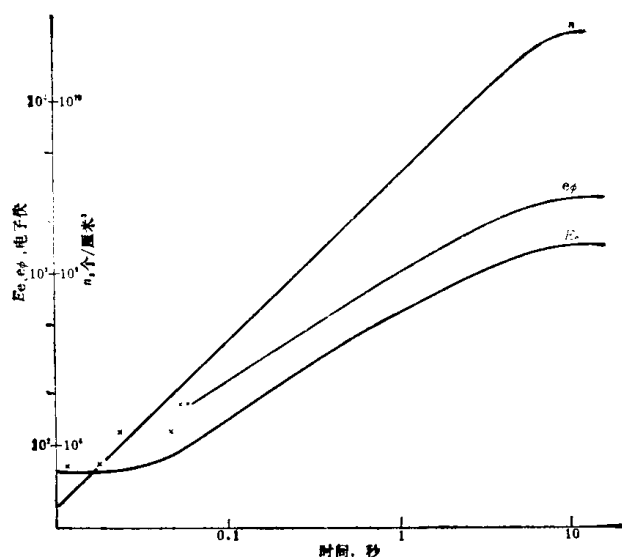


图 4 等离子体密度、电位、电子平均能量与时间关系

在准平衡过程的假定下，可认为每一时刻电子失去能量的速率等于得到能量的速率，因此立即可得到

$$KT_e \propto e\phi \propto (n_i)^{2/5} \quad (16)$$

这个关系式在 ALICE 装置上得到了验证（见图 5）。图 6 是用我们福克-普朗克方程计算的结果作出的  $e\phi-n_i$  及  $E_e-n_i$  图。可见在对数坐标下仍有简单的直线关系，但是直线的斜率不是 0.40 而是 0.57。这很可能起因于加热公式 (13) 的修正。因为该公式成立有三个条件：(1) 离子是单能分布；(2) 电子是麦克斯韦分布；(3) 离子的能量大于电子的温度而离子的速度要小于电子的平均热速度。这三个条件，尤其是第三个条件在中性注入装置的初期是难以满足的。

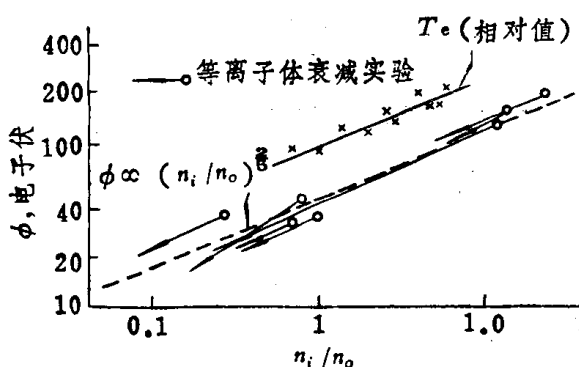


图 5 <ALICE> 实验结果比较

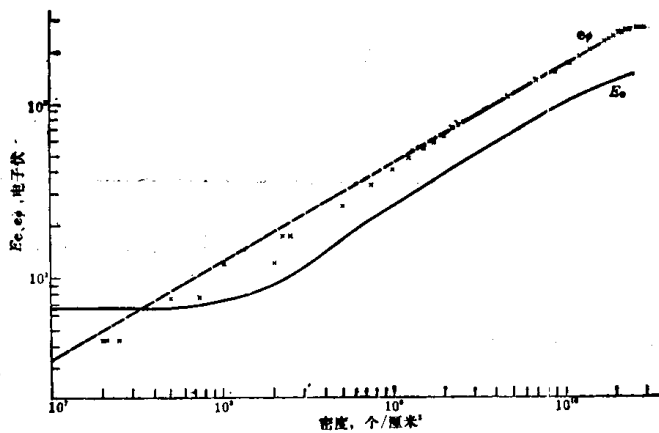


图 6 等离子体电位、电子平均能量与密度关系

## 五、讨 论

本文在求解福克-普朗克方程时所用的近似可以从两个方面加以讨论：

一方面是从理论计算的角度，采用不同的近似方案来分别校验各个近似带来的变化。例如本丹尼尔<sup>[7]</sup>就曾比较了短磁阱与长磁阱的差别以说明方磁阱近似还是可用的；富奇<sup>[8]</sup>

等人又用二维差分网格求解离子的分布函数，然后与分离变量法作比较，以说明各向同性位近似及最低模近似是可用的（至少对于求平衡时的  $n\tau$  值是如此）。但是在当前计算机速度和容量的限制下，这些计算总是在一些特定的简化条件下完成的，所以这样的比较也有其局限性。

另一方面是将理论计算结果与实验比较，富奇<sup>[10]</sup>文中对此作了间接的比较，看来即使在棒球缝线(Baseball)场的情况下，还是可以用本文的近似方法作数量级的估计。

### 参 考 文 献

- [1] 凌山，高能中性注入磁镜装置磁电离捕获效率，内部资料。
- [2] 凌山，质子在开端磁阱中的运动轨道，内部资料。
- [3] 凌山，高能中性注入磁镜装置的密度积累计算，内部资料。
- [4] 凌山，磁阱装置上离子回旋不稳定性初步研究，内部资料。
- [5] M. N. Rosenbluth, W. M. MacDonald and D. L. Judd, *Phys. Rev.*, **107**: 1 (1957).
- [6] J. E. Roberts, M. L. Carr, Lawrence Radiation Laboratory, Livermore, Rep. UCR L-5651-T(1960).
- [7] D. J. BenDaniel and W. P. Allis, *Plasma Phys (J. Nucl. Energy Part C)*, **4**, 31 (1962).
- [8] A. H. Futch, J. P. Holdren, J. Killeen and A. A. Mirin, *Plasma Phys.*, **14**, 211 (1972).
- [9] J. Killeen and A. H. Futch, *J. Comput Phys.*, **2**, 236 (1968).
- [10] A. H. Futch et al., *Phys. Fluids*, **14**, 1542 (1971).

# 等离子体环的椭圆截面对无碰撞捕获粒子不稳定性的影响

夏建白 丁厚昌

本文研究轴对称系统中等离子体环的椭圆截面对无碰撞捕获粒子不稳定性的影响。计算表明,当椭圆参量  $A \geq 1$  时,扰动的增长率为负,系统稳定,在所取椭圆参量的范围内,从阶梯函数模型得到的解析结果与数字计算的结果基本一致,它们的差别不超过 1 的量级。

## 一、引言

无碰撞捕获粒子不稳定性是在环形装置中可能出现的一种扰动模,它类似于缓慢增长的低频槽形模<sup>[1,2]</sup>。在环形装置的外侧可能出现这种模,因为捕获粒子在那里有着不利的漂移,即粒子的漂移满足  $\frac{d\phi}{d\psi} \frac{dJ}{d\psi} < 0$  这个判据。当等离子体环的截面沿系统的对称轴方向拉得足够长时,不利的漂移转为有利的漂移,极小  $J$  位形转为极大  $J$  位形,捕获粒子模可以稳定。无碰撞捕获粒子模的产生要求一定的条件。首先,它的本征频率必须小于捕获粒子的跳跃频率,即

$$\omega_0 < \omega_{bt}. \quad (1.1)$$

其次,它的本征频率必须大于电子的有效碰撞频率,即

$$\omega_0 > \frac{\nu_e}{8}. \quad (1.2)$$

这里  $\varepsilon$  是倒状态比。如果本征频率小于电子的有效碰撞频率,那就成为耗散捕获粒子不稳定性<sup>[3]</sup>的问题。

对于现有的中型托卡马克装置,由于等离子体温度和倒状态比都比较小,(1.1)和(1.2)两个不等式不可能同时满足,因此可以不存在无碰撞捕获粒子不稳定性的问题。然而,对于大型装置和聚变堆,随着温度和倒状态比的提高,就有必要考虑无碰撞捕获粒子不稳定性。

文献[4]研究了椭圆位形对耗散捕获粒子不稳定性的影响。本文利用同样的位形研究了它对无碰撞捕获粒子不稳定性的影响。以前文献[1]和[6]曾分别用数字解和阶梯函数模型解的方法研究了圆截面等离子体环中的无碰撞捕获粒子不稳定性。本文将这些方法应用于椭圆的情形。从阶梯函数模型得到的结果与数字计算的结果比较,在所取椭圆参量的范围内,它们的差别不超过 1 的量级。在计算剪切的临界值时,我们用了不同于文献[1]中的手续。

## 二、无碰撞捕获粒子模的色散方程

色散方程可由等离子体的电中性条件

$$\sum_j \int d^3v e_j f_j = 0 \quad (2.1)$$

求得，式中  $f_j$  是扰动分布函数。对拉摩半径展开<sup>[3,5]</sup>，可得出符拉索夫方程的零级扰动分布函数

$$f_0 = e\phi \frac{\partial F_0}{\partial E} + \Delta f, \quad (2.2)$$

其中  $\phi$  是扰动静电势，可以表为

$$\phi = \varphi(s) e^{-i\ell\zeta - i\omega t}. \quad (2.3)$$

$F_0$  是零级平衡态分布函数， $\zeta$  是环向角， $E$  是粒子的能量。  $\Delta f$  可表为，

$$\Delta f = F_0 h e^{i\ell\zeta_0 - i\ell\zeta - i\omega t}, \quad (2.4)$$

其中

$$h = \begin{cases} \frac{\omega - \omega_T^*}{\omega - \omega_D^*} \frac{e}{T} \bar{\varphi}, & \text{捕获粒子;} \\ 0, & \text{非捕获粒子,} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$\zeta_0 = \int_0^s \frac{ds}{R} \frac{B_\zeta}{B}, \quad (2.6)$$

后者就是力线的轨道， $s$  表示沿力线的位置坐标。在  $h$  的表式 (2.5) 中， $\bar{\varphi}$  是  $\varphi$  在捕获粒子跳跃周期  $\tau = \oint \frac{ds}{v_{||}}$  上的平均，即

$$\bar{\varphi} = \frac{1}{\tau} \oint \frac{ds}{v_{||}} \varphi; \quad (2.7)$$

$\omega_T^*$  是逆磁频率， $\omega_D^*$  是曲率漂移频率，分别表为

$$\omega_T^* = \omega^* \left[ 1 + \eta \left( \frac{E}{T} - \frac{3}{2} \right) \right], \quad (2.8)$$

和

$$\omega_D^* = -l \bar{v}_\zeta. \quad (2.9)$$

这里  $\omega^* = \frac{lTC}{e} \frac{1}{n} \frac{dn}{d\psi}$ ， $\eta = \frac{d \ln T}{d \ln n}$ ， $\bar{v}_\zeta = \frac{c}{e\tau} \frac{\partial}{\partial \psi} \oint m v_{||} ds$  是粒子沿  $\zeta$  方向的平均漂移速度。

从 (2.2) 到 (2.9) 各式中，未加说明的字母具有常用的意义。为了简单起见，到这里为止，各式中表示粒子种类的足标  $j$  暂时省略了。

将 (2.2) — (2.7) 代入 (2.1)，即得色散方程

$$n\varphi \sum_j \frac{1}{T_j} = \sum_j \frac{1}{T_j} \int d^3v F_{0j} \frac{\omega - \omega_{Tj}^*}{\omega - \omega_{Dj}^*} \frac{1}{\tau} \oint \frac{ds}{v_{||}} \varphi, \quad (2.10)$$

这里速度积分只限于捕获粒子。

### 三、椭圆位形

在坐标系 $(x, \psi, \zeta)$ 中, 轴对称的环形磁场一般可表为

$$\vec{B} = B_\zeta \hat{e}_\zeta + B_x \hat{e}_x = R B_\zeta \nabla \zeta + \nabla \zeta \times \nabla \psi \quad (3.1)$$

这里 $\psi$ 是流函数, 在坐标系 $(R, y, \zeta)$ 中, 它满足磁流体平衡方程

$$R \frac{\partial}{\partial R} \left( \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} \right) + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\frac{4\pi}{c} R j_\zeta, \quad (3.2)$$

式中 $j_\zeta$ 表示等离子体环内的电流密度。

令 $R - R_0 = x$  ( $R_0$ 是截面中心至对称轴的距离), 并引入坐标系 $(\rho, \theta, \zeta)$

$$x = \rho \cos \theta, \quad y = \kappa \rho \sin \theta, \quad Z = R \zeta,$$

则度规张量为

$$g_{iR} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta + \kappa^2 \sin^2 \theta & (\kappa^2 - 1) \rho \sin \theta \cos \theta & 0 \\ (\kappa^2 - 1) \rho \sin \theta \cos \theta & \rho^2 (\sin^2 \theta + \kappa^2 \cos^2 \theta) & 0 \\ 0 & 0 & R^2 \end{bmatrix}, \quad (3.3)$$

它的行列式等于

$$g = \kappa^2 \rho^2 R^2 \quad (3.4)$$

式中的 $\kappa$ 是椭圆截面的主轴与横轴之比。

当倒状态比 $\varepsilon = \frac{\rho}{R_0}$ 为小量时, 我们可假定流函数为

$$\psi = \psi(\rho). \quad (3.5)$$

从安全因子 $q$ 的定义, 即

$$q = \frac{\oint d\theta B_\zeta}{2\pi R \vec{B} \cdot \nabla \theta}, \quad (3.6)$$

可以得出 $\psi'(\rho)$ 的表式, 这里撇号表示对 $\rho$ 的微商。在(3.6)中,  $B_\zeta = B_0(1 + \varepsilon \cos \theta)$ ,

$$\vec{B} \cdot \nabla \theta = (\nabla \zeta \times \nabla \psi) \cdot \nabla \theta = \frac{1}{\sqrt{g}} \psi'(\rho),$$

因此

$$\psi'(\rho) = \frac{\kappa \rho B_0}{q}. \quad (3.7)$$

这样, 由(3.1)即得出极向场

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{1}{R} |\nabla \psi| = \frac{1}{R} \psi' \sqrt{g^{11}} \\ &= \frac{\varepsilon B_0}{q} \sqrt{1 + (\kappa^2 - 1) \cos^2 \theta}, \end{aligned}$$

和总磁场

$$B = \sqrt{B_\zeta^2 + B_x^2}$$



$$= B_0 \left[ 1 + \varepsilon \cos \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon}{q} \right)^2 \{ 1 + (\kappa^2 - 1) \cos^2 \theta \} \right]. \quad (3.8)$$

从  $B$  的表式可见, 只有当  $\kappa^2 \sim \frac{1}{\varepsilon}$  时, 最后一项是  $\varepsilon$  的量级, 椭圆效应才显著。

定义椭圆参量<sup>[4]</sup>

$$A = \frac{\varepsilon(\kappa^2 - 1)}{q^2}, \quad (3.9)$$

则(3.8)可写成

$$B = B_0 \left[ 1 + \varepsilon \cos \theta + \frac{\varepsilon}{2} A \cos^2 \theta + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon}{q} \right)^2 \right]. \quad (3.10)$$

关于  $B$  随  $A$  的变化, 文献[4]已作了较详细的说明, 这里不再赘述。

#### 四、捕获粒子模的增长率和稳定条件

我们考虑电子温度和离子温度相等、温度梯度为零的情形。这样, 色散方程(2.10)简化为

$$2 n \varphi = \sum_j \int d^3 v F_{vj} \frac{\omega - \omega_j^*}{\omega - \omega_{Dj}^*} \cdot \frac{1}{\tau} \oint \frac{ds}{v_{\parallel}} \varphi. \quad (4.1)$$

令

$$\lambda = \frac{v_{\perp}^2}{v^2} \frac{1}{B}, \quad (4.2)$$

则在(4.1)中,

$$\tau = \oint \frac{ds}{v_{\parallel}} = \frac{q R_0}{v} \oint \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \lambda B}},$$

$$\omega_{Dj}^* = -l \bar{v}_{\perp} = -\frac{cl}{e\tau} \frac{\partial J}{\partial \psi} = -\frac{lq}{\kappa \rho m \Omega \tau} \frac{\partial J}{\partial \rho}.$$

(省去了足标  $j$ ) 这里  $J = \oint m v_{\parallel} ds$  是纵向绝热不变量,  $\Omega = \frac{e B_0}{mc}$  是粒子的迴旋频率,

$$\frac{\partial J}{\partial \rho} = m v R_0 \left\{ q' \oint \sqrt{1 - \lambda B} d\theta - \frac{q}{2} \oint \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda B}} \frac{\partial B}{\partial \rho} d\theta \right\},$$

$$\frac{\partial B}{\partial \rho} = \frac{B_0}{R_0} \left\{ \cos \theta + A \left( 1 - \frac{q' \rho}{q} \right) \cos^2 \theta \right\}.$$

由上列诸式及(3.10), 可以求得

$$\tau = \frac{4 q R_0 \sqrt{2}}{v \sqrt{\varepsilon}} K(\chi), \quad (4.3)$$

$$\omega_{Dj}^* = -\frac{l q \varepsilon v^2}{\kappa \Omega_j \rho^2} G(\chi). \quad (4.4)$$

这里

$$G(\chi) = G_1(\chi) + \frac{2 q' \rho}{q} G_2(\chi). \quad (4.5)$$