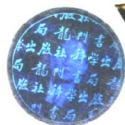
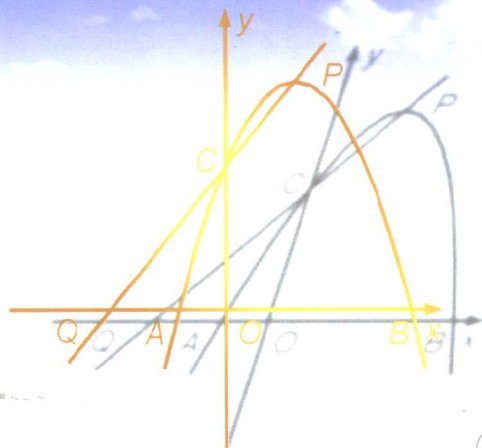


初中数学

龙门 考题

函数及其图象

南秀全 主编



(修订版)



龙门书局

龍門
題
考

函數及其圖象

(修訂版)

主 編 南秀全

本冊主編 肖九河

南 山

肖占鰲



龍門書局

版权所有 翻印必究

本书封面贴有科学出版社、龙门书局激光防伪标志，
凡无此标志者均为非法出版物。

举报电话：(010)64033640 13501151303 (打假办)

邮购电话：(010)64000246



(修订版)

函数及其图象

南秀全 主编

责任编辑 王敏 袁波

龙门书局 出版

北京东黄城根北街16号

邮政编码 100717

<http://www.sciencep.com>

北京人卫印刷厂印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2002年1月修订版 开本：890×1240 A5

2002年6月第四次印刷 印张：9

印数：80 001 - 100 000 字数：333 000

ISBN 7 80160-127-0/G·163

定价：10.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换)

前 言

参考书几乎是每一位学生在学习过程中必不可少的。如何发挥一本参考书的长效作用,使学生阅读后,能更透彻、迅速地明晰重点、难点,在掌握基本的解题思路和方法的基础上,举一反三、触类旁通,这是编者和读者共同关心的问题。这套《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则组织编写的。它包括数学、物理、化学、生物四个学科共计 55 种,其中初中数学 12 种,高中数学 12 种,初中物理 5 种,高中物理 7 种,初中化学 4 种,高中化学 10 种,高中生物 5 种。

本套书在栏目设置上,主要体现了循序渐进的特点。每本书内容分为两篇——“基础篇”和“综合应用篇”(高中为“3+X”综合应用篇)。“基础篇”中的每节又分为“知识点精析与应用”、“视野拓展”两个栏目。其中“知识点精析与应用”着眼于把基础知识讲透、讲细,帮助学生捋清知识脉络,牢固掌握知识点,为将成绩提高到一个新的层次奠定扎实的基础。“视野拓展”则是在牢固掌握基础知识的前提下,为使学生成绩“更上一层楼”而准备的。需要强调的是,这部分虽然名为“拓展”,但仍然立足于教材本身,主要针对教材中因受篇幅所限言之不详,但却是高(中)考必考内容的知识点(这类知识点,虽然不一定都很难,但却一直是学生在考试中最易丢分的内容),另外还包括了一些不易掌握、失分率较高的内容。纵观近年来高(中)考形势,综合题与应用题越来越多,试行“3+X”高考模式以后,这一趋势更加明显。“综合应用篇”正是为顺应这种形势而设,旨在提高学生的综合能力与应用能力,使学生面对纷繁多样的试题,能够随机应变,胸有成竹。

古人云:授人以鱼,只供一饭之需;授人以渔,则一生受用无穷。这也是我们编写这套书的宗旨。作为龙门书局最新推出的《龙门专题》,有以下几个特点:

1. 以“专”为先 本套书共计 55 种,你尽可以根据自己的需要从

中选择最实用、最可获益的几种。因为每一种都是对某一个专题由浅入深、由表及里的诠释,读过一本后,可以说对这个专题的知识就能够完全把握了。

2. 讲解细致完备 由于本套书是就某一专题进行集中、全面的剖析,对知识点的讲解自然更细致。一些问题及例题、习题后的特殊点评标识,能使学生对本专题的知识掌握起来难度更小,更易于理解和记忆。

3. 省时增效 由于“专题”内容集中,每一本书字数相对较少,学生可以有针对性地选择,以实现在较短时间里对某一整块知识学透、练透的愿望。

4. 局限性小 与教材“同步”与“不同步”相结合。“同步”是指教材中涉及的知识点本套书都涉及,并分别自成一册;“不同步”是指本套书不一定完全按教材的章节顺序编排,而是把一个知识块作为一个体系来加以归纳。如归纳高中立体几何中的知识为四个方面、六个问题,即“点、线、面、体”和“平行、垂直、成角、距离、面积、体积”。让学生真正掌握各个知识点间的相互联系,从而自然地连点成线,从“专题”中体味“万变不离其宗”的含义,以减小其随教材变动的局限性。

5. 主次分明 每种书的前面都列出了本部分内容近几年在高考中所占分数的比例,使学生能够根据自己的情况,权衡轻重,提高效率。

本套书的另一特点是充分体现“减负”的精神。“减负”的根本目的在于培养新一代有知识又有能力的复合型人才,它是实施素质教育的重要环节。就各科教学而言,只有提高教学质量,提高效率,才能真正达到减轻学生负担的目的。而本套书中每本书重点突出,讲、练到位,对于提高学生对某一专题学习的相对效率,大有裨益。这也是本书刻意追求的重点。

鉴于本书立意的新颖,编写难度很大,又受作者水平所限,书中难免有疏漏之处,敬请不吝指正。

编者

2001年11月1日

编委会

(初中数学)

(修订版)

执行编委

王敏

余石

南山

余曙光

黄振国

编委

肖九河

付东峰

主编

南秀全

总策划

龙门书局



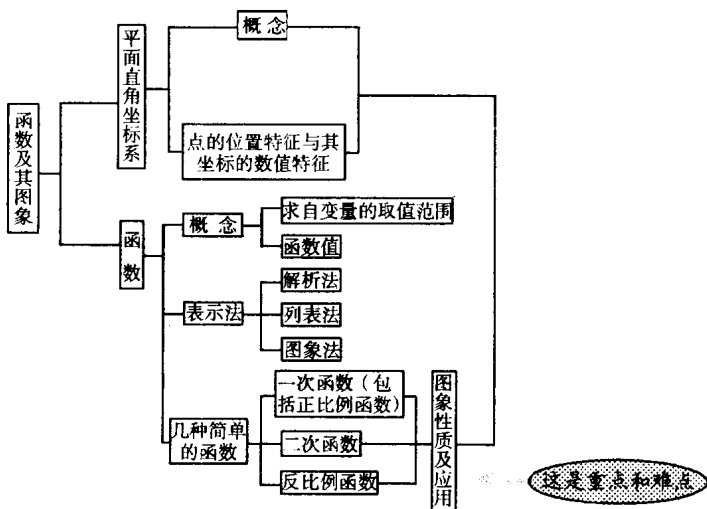
目 录

第一篇 基础篇	(1)
第一章 函数及其图象	(2)
1.1 平面直角坐标系	(2)
1.2 函数	(18)
1.3 函数的图象	(31)
1.4 一次函数	(42)
1.5 一次函数的图象和性质	(51)
1.6 二次函数 $y = ax^2$ 的图象	(73)
1.7 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象	(83)
1.8 反比例函数及其图象	(105)
第二章 中考热点题型分析	(119)
2.1 平面直角坐标系	(119)
2.2 函数及其图象	(127)
2.3 一次函数	(138)
2.4 反比例函数	(148)
2.5 二次函数的图象和性质	(160)
2.6 二次函数的解析式	(172)
第二篇 综合应用篇	(183)
3.1 函数与方程	(183)
3.2 坐标与几何	(194)
3.3 函数与几何	(208)
3.4 一次函数的应用	(221)
3.5 二次函数的应用	(234)
3.6 从几何图形中建立函数关系式	(244)
3.7 开放与探求	(256)
3.8 存在性问题	(270)

第一篇 基础篇

函数及其图象的知识是代数知识的重要内容,它是几何问题、应用问题、代数问题的结合点,是今后进一步学习的基础.各地中考考试中,本书知识除少量基础题型外,大多以综合题型进行考查.它要求我们具有扎实的基础及综合分析问题的能力.

全书知识框图如下



本书各节知识在全国各地中考试题中所占分数比例大约如下表

内容	函数概念	一次函数	二次函数	反比例函数
所含分数百分比	2.7%~4.8%	3%~7%	7%~8%	2%~3.5%



第一章 函数及其图象

1.1 平面直角坐标系



知识梳理

本节重点是掌握平面直角坐标系及其有关概念. 难点是正确掌握各个象限内的点、坐标轴上的点的坐标的特征. 关键是正确理解平面直角坐标系的概念和坐标平面内的点与有序实数对的——对应关系.

知识点精析与应用

【知识点精析】

1. 平面直角坐标系

画坐标系时要灵活选定单位长度

平面内两条有公共原点且互相垂直的数轴, 构成平面直角坐标系, 其中, 水平的轴叫做 x 轴或横轴, 通常取向右为正方向, 铅直的轴叫做 y 轴或纵轴, 取竖直向上为正方向, 两轴交点 O 是原点, 在平面中建立了这个坐标系后, 这个平面叫做坐标平面.

注意 (1) x 轴、 y 轴的单位长度“1”可以相同, 也可以不同, 它与数轴一样, 其单位长度是根据需要规定的;

(2) 由于 x 轴、 y 轴是数轴, 故轴上的点一律不带单位. 若所表示的平面直角坐标系具有实际意义时, 一般在表示横轴和纵轴的字母后附单位. 如图 1-1 中, 横轴是 t (时) 表示时间的, 单位: 小时, 纵轴是表示温度的, 单位: $^{\circ}\text{C}$.

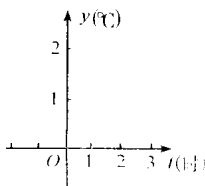


图 1-1

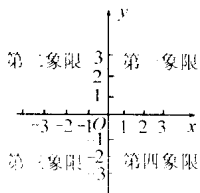


图 1-2

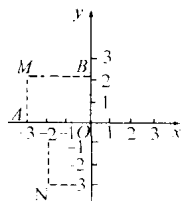


图 1-3

2. 坐标平面的划分

x 轴和 y 轴将坐标平面分成四个象限,如图 1-2 所示,按逆时针方向编号为第一、二、三、四象限.

记住大方向

注意 坐标原点、 x 轴、 y 轴不属于任何象限.

要记住这一点

3. 点的坐标的意义

如图 1-3 中的直角坐标系,由点 M 向 x 轴作垂线,垂足 A 在 x 轴上的坐标是 -3 ,由点 M 向 y 轴作垂线,垂足 B 在 y 轴上的坐标为 $2\frac{1}{3}$.我们说点 M 的横坐标是 -3 ,纵坐标是 $2\frac{1}{3}$,合起来点 M 的坐标记作 $(-3, 2\frac{1}{3})$,横坐标写在纵坐标前面. $(-3, 2\frac{1}{3})$ 是一对有序实数.

注意顺序

说明 平面中点的坐标是由两个有顺序的实数组成,其顺序是横坐标在前,纵坐标在后,中间用“,”分开,如 $(-2, -3)$,横坐标是 -2 ,纵坐标是 -3 ,其位置不能颠倒. $(-2, -3)$ 与 $(-3, -2)$ 是指两个不同的点的坐标.

千万要记住这一点

4. 各个象限内和坐标轴的点的坐标的符号规律

(1) x 轴将坐标平面分为两部分, x 轴上方的点的纵坐标为正数; x 轴下方的点的纵坐标为负数.即第一、二象限及 y 轴正方向(也称 y 轴正半轴)上的点的纵坐标为正数;第三、四象限及 y 轴负方向(也称 y 轴负半轴)上的点的纵坐标为负数.

描点的依据

反之,如果点 $P(a, b)$ 在 x 轴上方,则 $b > 0$;如果 $P(a, b)$ 在 x 轴下方,则 $b < 0$.

列不等式(组)的依据

(2) y 轴将坐标平面分为两部分, y 轴左侧的点的横坐标为负数; y 轴右侧的点的横坐标为正数.即第二、三象限和 x 轴负半轴上的点的横坐标为负数;第一、四象限和 x 轴正半轴上的点的横坐标为正数.

反之,如果点 $P(a, b)$ 在 y 轴左侧,则 $a < 0$;如果 $P(a, b)$ 在 y 轴右侧,则 $a > 0$.

(3) 规定坐标原点的坐标是 $(0, 0)$.

(4) 各个象限内的点的符号规律如下表.

坐标符号 点所在位置	横坐标	纵坐标
第一象限	+	+
第二象限	-	+
第三象限	-	-
第四象限	+	-

上表反推也成立,如:若点 $P(a,b)$ 在第四象限,则 $a>0, b<0$ 等等.

(5) 坐标轴上的点的符号规律.

要熟记这些规律

点所在位置 \ 坐标符号		横坐标	纵坐标
x 轴	正半轴	+	0
	负半轴	-	0
y 轴	正半轴	0	+
	负半轴	0	-
原点		0	0

说明 ①由于坐标轴上的点既在轴上,又在坐标平面内,因此,表述时有两种形式:一种是说坐标轴和一个坐标;另一种是指明两个坐标.例如: x 轴上横坐标为 -2 的点 P ;或说 P 点坐标为 $(-2,0)$,这都是指同一个点.

②由符号可以确定点的位置,如:横坐标为 0 的点在 y 轴上,横坐标为 0 ,纵坐标小于 0 的点在 y 轴的负半轴上等等.

③由上表可知 x 轴上的点可记为 $(x,0)$, y 轴上的点可记为 $(0,y)$.

5. 对称点的坐标特征

记住这些特征,对解题很有帮助

(1) 关于 x 轴对称的两点:横坐标相同,纵坐标互为相反数.如点 $P(x_1, y_1)$

与 $Q(x_2, y_2)$ 关于 x 轴对称,则 $\begin{cases} x_1 = x_2, \\ y_1 + y_2 = 0. \end{cases}$ 反之亦成立.

(2) 关于 y 轴对称的两点:纵坐标相同,横坐标互为相反数.如点 $P(x_1, y_1)$

与点 $Q(x_2, y_2)$ 关于 y 轴对称,则 $\begin{cases} y_1 = y_2, \\ x_1 + x_2 = 0. \end{cases}$ 反之亦成立.

(3) 关于原点对称的两点:横坐标、纵坐标互为相反数,如点 $P(x_1, y_1)$ 与点

$Q(x_2, y_2)$ 关于原点对称,则 $\begin{cases} x_1 + x_2 = 0, \\ y_1 + y_2 = 0. \end{cases}$ 反之亦成立,如 $P(2, -3)$ 与 $Q(-2, 3)$

3) 关于原点对称.

注意对应关系

6. 坐标平面内的点和有序实数对 (x, y) 建立了一一对应关系

数轴上的点 A 与实数 a 是一一对应的,同样,坐标平面内的点和有序实数对也是一一对应的.即是说:在坐标平面内每一点,都可以找到惟一一对有序实数与它对应;反过来,对于任意一个有序实数对,都可以在坐标平面内找到惟一点与它对应.因而在书写点的坐标时,通常是先写点的名称,再接着写坐标.如:点 $P(x, y)$ 就表示点 P 的坐标是 (x, y) ,坐标为 (x, y) 的点是 P 点.

书写坐标的方法

【解题方法指导】

1. 确定点的位置

【例1】 指出下列各点所在象限或坐标轴

$$A(-\sqrt{3}, 0), B(-2, -\sqrt{2}), C(0, 0), D\left(0, -\frac{1}{3}\right), E(3.14 - \pi, -\sqrt{3} + 3).$$

分析 平面中的点的坐标由横坐标和纵坐标确定,横坐标、纵坐标的符号决定点所在象限,横、纵坐标为0就决定点在y轴或x轴上.

解 $\because$ A点的纵坐标为0, $\therefore$ 点A在x轴上.

$\because$ B点的横、纵坐标都小于0, $\therefore$ 点B在第三象限.

$\because$ 横、纵坐标都为0时,规定为原点. $\therefore$ C为原点.

$\because$ D点横坐标为0, $\therefore$ D在y轴上.

$\because 3.14 - \pi < 0, -\sqrt{3} + 3 > 0.$

$\therefore$ E点横坐标小于0,纵坐标大于0,故E点在第二象限.

说明 记住象限内的点的符号特征、坐标轴上的点的特征是解决本题的关键.

【例2】 已知点 $P(-x^2-1, |x-1|)$,且 x 为实数,试确定P点的位置.

解 $\because x$ 为实数, $\therefore -x^2 \leq 0, \therefore -x^2 - 1 < 0$, 又 x 为实数时, $|x-1| \geq 0$.

故分两种情况讨论.

按纵坐标的大小分类

当P点横坐标为负数,纵坐标为正数时,P点在第二象限;

当P点横坐标为负数,纵坐标为0时,P点在x轴负半轴上.

所以,P点在第二象限或在x轴的负半轴上.

说明 由于坐标轴不属于任何象限,是各象限的分界线,而原点既在x轴上,又在y轴上,即两坐标轴的交点,所以在确定点的位置时,要把坐标轴及原点加以特殊考虑.

不能混淆

例如:若 $xy \geq 0$,则 $P(x, y)$ 的位置如何.先由已知 $xy \geq 0$ 得 $x \geq 0$ 且 $y \geq 0$ 或 $x \leq 0$ 且 $y \leq 0$ (x, y 可以不同时为零).故P点在第一象限,或x轴正半轴或y轴正半轴或原点;P点在第三象限,或x轴负半轴或y轴负半轴或原点.简单地说就是:P点在x轴或y轴上或第一、三象限内.

画草图容易看出结果

2. 求对称点的坐标

【例3】 已知点 $A(-m, n)$,分别求点A关于x轴、y轴、坐标原点的对称点的坐标B、C、D,并指出B与C、B与D的关系.

分析 依题意得:B点与A点关于x轴对称,所以它们的横坐标相同,纵坐标互为相反数;C点与A点关于y轴对称,所以它们的横坐标互为相反数,纵坐标

标相同; D 点与 A 点关于原点对称, 所以它们的横、纵坐标分别互为相反数.

解 $\because$ 点 A 、点 B 关于 x 轴对称,

$\therefore B(-m, -n)$, $\because$ 点 A 、点 C 关于 y 轴对称, $\therefore C(m, n)$. $\because$ 点 A 、点 D 关于原点对称, $\therefore D(m, -n)$.

观察 B 、 C 、 D 三点的坐标可知: B 、 C 两点关于原点对称; B 、 D 两点关于 y 轴对称.

说明 记住对称点坐标的符号特征是解答本题的关键. 通常可这样来记: 关于 x 轴对称,

横坐标不变; 关于 y 轴对称, 纵坐标不变. 即关于

哪个轴对称, 哪个坐标不变, 其余互为相反数. 也可以运用轴对称及点的坐标的意义来记. 如图 1-4, P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 的对称性可当作基本图形来

加强记忆. 作为基本图形来记

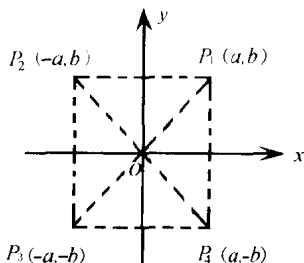


图 1-4

3. 确定字母已知数的值或范围

[例 4] 若 $A(6-5a, 2a-1)$ (1) 在第一象限, 求 a 的范围; (2) 若它在第二象限, 求 a 的范围; (3) 若 A 点在第四象限, 求 a 的范围; (4) 当 a 为实数时, 点 A 能否在第三象限, 试说明理由; (5) 点 A 在 x 轴上时, 求 A 点坐标; (6) 点 A 在 y 轴上时, 求 A 点坐标; (7) 点 A 能否在坐标原点处.

各象限的点的符号要记牢

解 (1) $\because A$ 点在第一象限, $\therefore \begin{cases} 6-5a > 0, \\ 2a-1 > 0. \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{2} < a < \frac{6}{5}$.

(2) $\because A$ 点在第二象限, $\therefore \begin{cases} 6-5a < 0, \\ 2a-1 > 0. \end{cases}$ 解得 $a > \frac{6}{5}$.

(3) $\because A$ 点在第四象限, $\therefore \begin{cases} 6-5a > 0, \\ 2a-1 < 0. \end{cases}$ 解得 $a < \frac{1}{2}$.

(4) 若 A 点在第三象限, 则 $\begin{cases} 6-5a < 0, \\ 2a-1 < 0. \end{cases}$ 此不等式组无解, 即不存在实数 a ,

使得 A 点在第三象限.

(5) $\because$ 点 A 在 x 轴上, $\therefore 2a-1=0$. $\therefore a=\frac{1}{2}$. 代入 $6-5a=\frac{7}{2}$.

$\therefore A$ 点坐标是 $A\left(\frac{7}{2}, 0\right)$.

(6) $\because$ 点 A 在 y 轴上 $\therefore 6-5a=0$.

$\therefore a=\frac{6}{5}$. 代入 $2a-1=\frac{7}{5}$. $\therefore A$ 点坐标是 $A\left(0, \frac{7}{5}\right)$.

(7) 若点 A 是坐标原点, 则 $6-5a=0$ 且 $2a-1=0$, 这样的实数 a 不存在. 故 A 点不可能在原点处.

说明 第一象限内的点,横坐标、纵坐标均为正;第二象限内的点,横坐标为负,纵坐标为正;第三象限内的点,横坐标、纵坐标均为负;第四象限内的点,横坐标为正,纵坐标为负; x 轴上的点,纵坐标为0; y 轴上的点,横坐标为0;原点坐标是(0,0).

记住这些才能建立不等式组或方程(组)

4. 会根据点的坐标描出点在平面的位置

【例5】在坐标平面上标出以下各点的位置: $A(3,2)$, $B(2,3)$, $C(-2,3)$, $D(-3,2)$, $E(3,0)$, $F(0,-3)$,并运用作对称点的方法,作出 A 、 B 、 C 三点关于原点对称的点的坐标 A' 、 B' 、 C' .

分析 已知坐标确定点的位置,首先建立直角坐标系,再描出各点.又由几何中所学中心对称点的作法,画出 A' 、 B' 、 C' 的位置.

延长、相等

解 根据点的坐标的意义,描出 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F ,如图1-5.连 CO 并延长使 $OC' = CO$. 则 C' 是 C 关于 O 点的对称点,同理 A' 、 B' 的作法如图1-5.

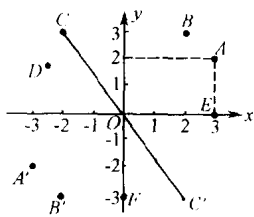


图1-5

说明 (1)建立平面直角坐标系时,先要画出两条互相垂直的数轴,既是坐标轴,就要注意标出原点、正方向、单位长度.其原点是 x 轴、 y 轴的公共点.

要先确定原点

(2)描点的方法是:分别在 x 轴和 y 轴上找到表示横坐标和纵坐标两数值的点,然后分别过这两点作 x 轴、 y 轴的垂线,两垂线的交点就是所求点.如描 $C(-2,3)$ 点,先在 x 轴上找横坐标为 -2 的点,过此点作垂线;再在 y 轴上找纵坐标为 3 的点,过此点作垂线,两垂线的交点就是所要描的 C 点.

【达标跟踪训练】

即矩形的顶点

一、填空题

- (上海市,2001)点 $A(1,3)$ 关于原点的对称点的坐标是_____.
- 点 $A(1,2)$ 和 $B(1,-2)$ 是关于_____的对称点.
- 若 $A(m,-5)$, $B(2,n)$, 且 A 、 B 两点关于原点对称,则 $3m-2n$ 的值为_____.
- 点 $P(a,b)$ 关于 y 轴的对称点 P' 的坐标是_____;关于原点 O 的对称点 P'' 的坐标是_____; P' 与 P'' 是关于_____的对称点.
- 若 $m>0$, $n>0$, 那么 $P(m,n)$ 在第_____象限; $P'(-m,-n)$ 在第_____象限;点 P 与点 P' 关于_____对称; $P''(0,-n)$ 在_____上.
- P 点在第二象限,则 P 点关于 y 轴的对称点在第_____象限; P 点关于 x 轴对称的点在第_____象限, P 点关于原点的对称点在第_____象限.

7. 若 $\frac{n}{m} < 0$, 则 $A(m, n)$ 在第_____象限, 若 $\frac{n}{m} < 0$, 则点 $B(-m, 3n)$ 在第_____象限, 点 $C(-3m, -2n)$ 在第_____象限.

8. 若点 $A(a, b)$ 在第三象限内, 则点 $B(-a+1, 3b-5)$ 在第_____象限内.

9. $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P(x, 1-x)$ 点在横轴上; 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 点 $P(x, 1-x)$ 在纵轴上; 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, $P(x, 1-x)$ 点在第二象限.

10. 已知点 $P(2a-1, 3+a)$, 若 P 点在 x 轴上方, 则 a 的范围是_____ ; 若 P 点在 x 轴下方, 则 a 的范围是_____ ; 若 P 点在 y 轴左侧, 则 a 的范围是_____ ; 若 P 点在 y 轴右侧, 则 a 的范围是_____ ; 若 P 点在第二象限, 则 a 的范围是_____ ; 若 P 点在 y 轴上, 则 P 点的坐标是_____ .

二、选择题

1. 如果点 $A(-3, a)$ 是点 $B(3, -4)$ 关于原点的对称点, 那么 a 等于 ()

- A. 4 B. -4 C. ± 4 D. ± 3

2. 若 $P(a, a-b)$ 在第四象限, 则 $Q(b, -a)$ 在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 如果点 $A\left(\frac{b}{a}, 1\right)$ 在第一象限内, 则点 $B(-a^2, ab)$ 在 ()

- A. 第二象限 B. 第一象限 C. 第三象限 D. 第四象限

4. 若点 $P(x, y)$ 的坐标满足 $xy=0$, 则点 P 必在 ()

- A. 原点上 B. x 轴上 C. y 轴上 D. x 轴或 y 轴上

5. 已知 x, y 为实数, 且 $P(x, y)$ 的坐标满足 $x^2 + y^2 = 0$, 则 P 点必在 ()

- A. 原点上 B. x 轴正半轴上 C. y 轴正半轴上 D. x 轴负半轴上

6. 下列说法正确的是 ()

- A. 不属于任何象限的点不在坐标轴上就在原点
B. 横坐标和纵坐标互换后就表示另一个点
C. 横坐标为负数的点在第二、三象限
D. 纵坐标小于 0 的点一定在 x 轴下方

7. 与直角坐标平面内的点对应的坐标是 ()

- A. 一对实数 B. 一对有序实数
C. 一对有理数 D. 一对有序有理数

8. 已知 x 为实数, 则点 $P(\sqrt{-x}+1, |-x|+1)$ 只可能在 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

9. 若点 $P(2a-1, 2-3b)$ 是第二象限的点, 则 ()

A. $a < \frac{1}{2}$ 或 $b < \frac{2}{3}$

B. $a < \frac{1}{2}$ 且 $b < \frac{2}{3}$

C. $a \leq \frac{1}{2}$ 或 $b \leq \frac{2}{3}$

D. $a \leq \frac{1}{2}$ 且 $b \leq \frac{2}{3}$

三、解答题

1. 已知点 $P(4-2a, 3a-1)$ 在第二象限, 求点 $Q(a+1, 4-5a)$ 所在象限.

2. 已知点 $P(3a-9, 1-a)$ 是第三象限的点, 且横坐标、纵坐标均为整数, 若 P, Q 关于原点对称, 求 Q 点坐标.

3. 在直角坐标系中描出下列各点: $A(-1, -1), B(-2, \frac{1}{2}), C(-2, 0), D(3, 2), E(0, -2), F(-2, 3)$.

4. 已知点 $A(x, 4-y)$ 、点 $B(1-y, 2x)$ 关于 y 轴对称, 求 y^x 的值.

5. 已知点 $P(2x-1, 3x-9)$ 在第四象限, 化简 $\sqrt{x^2-6x+9} + \sqrt{4x^2-4x+1}$.

【答案与提示】

一、1. $(-1, -3)$ 2. x 轴 ($\because$ 横坐标不变, 纵坐标互为相反数) 3. -16 (由已知得 $m=-2, n=5$) 4. $(-a, b), (-a, -b), x$ 轴 5. 一、三、原点、 y 轴负半轴 6. 第一、三、四 7. 二或四、一或三、二或四 8. 四 ($\because a < 0, b < 0, \therefore -a+1 > 0, 3b-5 < 0$) 9. $1, 0, < 0$ ($\because 1-x=0$ 时, $P(x, 1-x)$ 点在 x 轴上, $\because x=0$ 时, $P(x, 1-x)$ 点在 y 轴上, $\therefore \begin{cases} x < 0 \\ 1-x > 0 \end{cases}$ 时, $P(x, 1-x)$ 点在第二象限) 10. 当 $3+a > 0$ 即 $a > -3$ 时, P 点在 x 轴上方; 当 $a < -3$ 时, P 点在 x 轴下方; 当 $2a-1 < 0$ 即 $a < \frac{1}{2}$ 时, P 点在 y 轴左侧; 当 $a > \frac{1}{2}$ 时, P 点在 y 轴右侧; 当 $\begin{cases} 2a-1 < 0, \\ 3+a > 0, \end{cases}$ 即 $-3 < a < \frac{1}{2}$ 时, P 点在第二象限; 当 $2a-1=0$ 时, 即 $a=\frac{1}{2}$ 时, P 点在 y 轴上, 其坐标是 $P(0, 3\frac{1}{2})$.

二、1. A 2. D ($\because a > 0, a-b < 0, \therefore b > a > 0, \therefore Q$ 点横坐标为正, 纵坐标为负) 3. A ($\because \frac{b}{a} > 0$, 故 $a \neq 0, \therefore -a^2 < 0, ab > 0$) 4. D (由 $xy=0$ 得 $x=0$ 或 $y=0$.) 5. A ($\because x^2+y^2=0, \therefore x=0$ 且 $y=0$ 即 $P(0, 0)$)

6. D (原点在坐标轴上, 故 A 错, 应该说不属于任何象限的点在坐标轴上; 因为横坐标和纵坐标相同时可以交换, 故 B 错; 因为横坐标为负数的点可能在 x 的负半轴上, 故 C 错) 7. B 8. A ($\because x$ 为实数, $\therefore \sqrt{-x} \geq 0, |-x| \geq 0, \therefore \sqrt{-x}+1 > 0, |-x|+1 > 0, \therefore P$ 点在第一象限) 9. B ($\because P$ 点在第

二象限,故 $2a-1 < 0$ 且 $2-3b > 0$, 即 $a < \frac{1}{2}$ 且 $b < \frac{2}{3}$.)

三、1. $\because$ 点 $P(4-2a, 3a-1)$ 在第二象限, $\therefore \begin{cases} 4-2a < 0, \\ 3a-1 > 0. \end{cases}$ 解得 $a > 2$.

$\therefore a+1 > 3 > 0$, $4-5a < -6 < 0$. $\therefore$ 点 $Q(a+1, 4-5a)$ 在第四象限.

2. 由 $\begin{cases} 3a-9 < 0, \\ 1-a < 0, \end{cases}$ 解得 $1 < a < 3$. 要 $3a-9, 1-a$ 为整数, 则 a 为整数,

$\therefore a=2$. $\therefore P$ 点坐标是 $P(-3, -1)$. $\therefore Q(3, 1)$ 3. 先建立直角坐标系, 再描

点, 图略 4. $\because A(x, 4-y)$ 与 $B(1-y, 2x)$ 关于 y 轴对称, $\therefore \begin{cases} x = -(1-y), \\ 4-y = 2x. \end{cases}$

解得 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$ 故 $y^2 = 2^2 = 4$. 5. $\because P(2x-1, 3x-9)$ 在第四象限,

$\therefore \begin{cases} 2x-1 > 0, \\ 3x-9 < 0. \end{cases}$ 解得 $\frac{1}{2} < x < 3$. 原式 $= |x-3| + |2x-1| = -(x-3) + (2x-1) = x+2$.

如何去绝对值?

视野拓展

【释疑解难】

本节难点是确定点的坐标, 而求点的坐标在本节中有两种表现形式: 一是特征点, 如前面学到的坐标轴上的点, 对称点等; 二是几何点, 即几何图形中的一些特殊点的坐标. 要突破难点, 我们要抓住:

1. 两坐标轴夹角平分线上的点的坐标的特点: 第一象限、第三象限两坐标轴夹角平分线上的点的纵坐标、横坐标相等; 第二、四象限两坐标轴夹角平分线上的点的横坐标、纵坐标互为相反数.

2. 和坐标轴平行的直线上点的坐标的特点: 和 x 轴平行的直线上各点的纵坐标相同; 和 y 轴平行的直线上各点的横坐标相同.

3. 点 $P(x, y)$ 的几何意义:

(1) 点 P 到 x 轴的距离为 $|y|$; (2) 点 P 到 y 轴的距离为 $|x|$; (3) 点 P 到原点的距离为 $OP = \sqrt{x^2 + y^2}$. 如图

1-6. (由勾股定理可得)

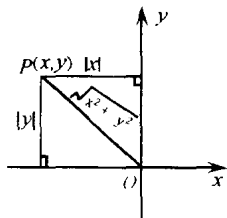


图 1-6

4. 求几何点的坐标的思路.

求几何点坐标的思路是: (1) 先观察点是否在特殊位置. 如 $P_1P_2 \parallel x$ 轴, 若 P_1 的纵坐标为 -2 , 则 P_2 的纵坐标也为 -2 . (2) 求点 P 到 x 轴、 y 轴的距离. 通