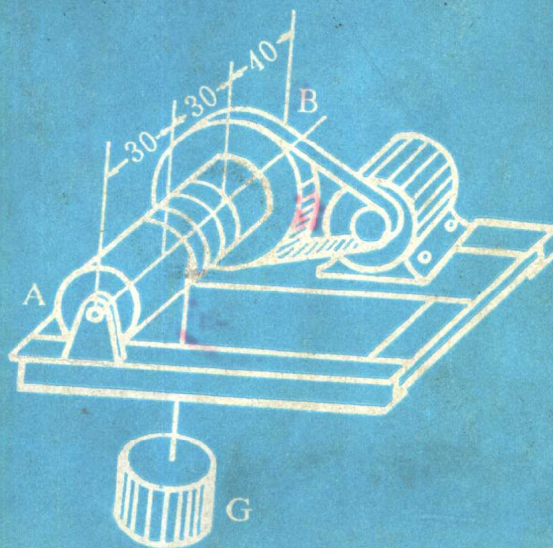


高等学校试用教材

# 工程力学

(材料力学和静力学)

吴家骥 孟庆东 编  
许志新 袁金珠  
刘鸿文 主审



青岛海洋大学出版社

高等学校试用教材

# 工 程 力 学

(静力学和材料力学)

吴家骥 孟庆东 等编  
许志新 袁金珠  
刘鸿文 主审

青岛海洋大学出版社

本书是根据国家教委审订的《工程力学函授教学大纲》(草案)和《职工高等工业专科学校教学大纲》的要求,并在试用多年的教材讲义的基础上编写的。全书共十七章,包括:绪论,静力学的基本概念,平面汇交力系,力矩和平面力偶系,平面任意力系,摩擦,空间力系及重心,材料力学基本概念,拉伸与压缩,剪切,扭转,弯曲内力,弯曲应力,弯曲变形,组合变形,压杆稳定,交变应力,变形能法。

本书适用于化工、轻工、纺织、电子等工艺、工程类专业的本、专科函大、业大、职大用的教材,兼作高等教育自学用书,同时也可作为全日制高校有关专业的教材。适用课程学时数为60~80,课时少于60的专业也可选用。

## 工程力学

吴家骥 孟庆东 等编  
许志新 袁金珠  
刘鸿文 主编

青岛海洋大学出版社出版  
(青岛市鱼山路5号)  
新华书店发行  
青岛海洋大学印刷厂印刷

\*

1991年1月第1版      1991年1月第1次印刷  
16开(787×1092毫米)    13印张      344千字  
印数1-11000

ISBN 7-81026-097-9/O.10

定价: 4.35元

## 前 言

本书是根据国家教委审订的《工程力学函授教学大纲》(草案)和《职工高等工业专科学校教学大纲》的要求,并在青岛化工学院力学教研室试用多年的《工程力学》讲义的基础上编写而成。内容包括“静力学”和“材料力学”两部分。可以作为化工、轻工、纺织、电子等工艺和工程类专业的本、专科函大、职大、业大的教材,也可供上述有关专业的自学考试人员和工程技术人员使用。同时也可作为全日制高校有关专业的教材。

考虑到读者对象的特点和学习要求,所以在编写时力求做到由浅入深,循序渐进,实例较多,分析步骤细致,便于阅读。同时在“静力学”和“材料力学”两部分之间的相互衔接和前后呼应上,以及某些章节内容的取舍和处理上,与当前同一类的教材比较,有一些改进,有一定特色。在每章末尾都附有学习指导与小结、思考题和习题;习题并附有答案,以适应学生和自学者复习时的需要。书中标有“\*”和“\*\*”号的章节均为加深加宽或进一步要求的内容(均以小字体排版),可按照教学需要选学或完全不用。

本书编写分工如下:吴家骥——第七、八、十七章;孟庆东——绪论、第十二、十三、十四章和附录;许志新——第一、二、三、四章;袁金珠——第九、十、十一、十六章;石广岩——第五章;陈朗滨——第六章;杨奇——第十五章。全书由吴家骥、孟庆东负责定稿。

国家教委材料力学课程指导小组副组长,浙江大学刘鸿文教授审定。

在本书编写中得到有关院校和部门的大力协助。青岛化工学院白宗方副教授审阅了部分章节,提出了许多宝贵意见,并参与了本书的修订工作;青岛化工学院李佳同志承担了部分插图的描绘工作;镇江船舶学院刘柳同志等在编写中也做了一些具体工作。谨此一并致以衷心感谢。

限于编者的水平,书中缺点和不妥之处,恐所难免。敬希广大读者批评指正。

编 者

一九九〇年九月

11R23/33



# 绪 论

## 一、工程力学的内容与任务

工程力学是一门包含广泛内容的学科。本书所研究的“工程力学”为“静力学”和“材料力学”两部分。其中“静力学”又是“理论力学”课程中的一个部分。

理论力学是研究物体机械运动的一般规律的科学。所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化，是宇宙间物质运动的一种最简单、最低级的形式。例如，天体的运行、水的流动、机器的运转等，都是机械运动。当物体相对地球处于静止或作匀速直线运动时，称为物体处于平衡状态。如在地面上静止的房屋、桥梁，在直线轨道上匀速行驶的火车等都是处于平衡状态。显然，平衡是物体机械运动的一种特殊状态。研究物体在外力作用下平衡问题，是属于“静力学”的研究范畴。本书仅限于研究静力学问题，也即“理论力学”中最基本的和较简单的问题。

材料力学研究组成机器或设备的零件(在工程中称为构件)在外力作用下发生变形和破坏的规律，以便拿这些规律性的认识，去解决怎样保证构件在外力作用下不致发生破坏或产生过大的变形。

经验和实验表明，任何机器或设备在工作时，都要受到各种各样的外力的作用，而机器或设备的构件在外力作用下都要产生一定程度的变形。如果构件材料选择不当或尺寸设计不合理，则在外力的作用下是不安全的：构件可能发生破坏，从而使设备毁坏；构件也可能产生过大的变形，使设备不能正常工作；有的构件当外力达到某一定值时，还可能突然失去原有的形状，而使设备毁坏。因此，为了使机器或设备能安全而正常地工作，必须使构件具有足够的强度、刚度和稳定性。所谓强度是指构件抵抗破坏的能力；所谓刚度是指构件抵抗变形的能力；所谓稳定性是指构件保持其原有平衡形态的能力。

因此，工程力学的任务就是在对机器或设备的构件进行静力分析研究的基础上，研究构件在外力作用下变形和破坏的规律，为设计构件时选择适当的材料和尺寸，以保证达到强度、刚度和稳定性的要求，为使设备能够满足适用、安全和经济的要求，提供基础理论知识。

## 二、学习工程力学的目的

工程力学是现代工程技术的重要基本理论之一。无论是工程结构、机械与电气设备、控制与自动化、生产工艺等等技术科学都需要工程力学的知识。因此，工程技术人员必须掌握一定的工程力学知识，以便在生产实践中应用这些规律，探索与专业结合的技术改革的途径，促进科学技术的发展。

工程力学是工程类专业教学计划中一门重要的技术基础课，它是其它技术课和专业课的基础；此外，由于工程力学本身的特点，学习工程力学也有助于学生树立辩证唯物主义的世界观，培养正确的分析问题和解决问题的能力，为今后解决生产实际问题，从事科学研究工作打下一定的基础。

## 三、工程力学的研究方法

人类都是在实践中发现真理，又通过实践而证实真理和发展真理的。因此，“实践——理论——实践”的认识过程，概括了人类认识客观世界的共同规律。力学的研究方法也毫不例

外地遵循这条辩证唯物主义的认识规律。这种方法就是：从观察实验出发，经过抽象化和归纳建立理论和概念，用数学演绎的方法推导出定理和结论，再返回到实践中去解决实际问题并验证理论。

所谓抽象化就是根据研究问题的性质和来自实践中的大量资料，从具体事物的复杂现象中，找出起决定性作用的主要因素，略去次要的因素，抓住事物的本质和内部联系，从而可用一个较简单的模型来代替原来具体的事物。例如，在研究物体的平衡时，物体的变形是次要因素，忽略变形这一次要因素，就可用刚体这一模型来代替真实物体。再如，在研究物体的强度和变形规律时，变形是主要因素，不能忽略，刚体这一模型已不能反映研究问题的本质，于是就要用变形固体模型来代替真实物体。研究不同的问题，采用不同的力学模型，是研究工程力学问题的重要方法。

学习工程力学，并不要求去重复经历力学的发展过程，而是要深刻理解工程力学中已被实践证明是正确的基本概念和基本定律，这些是力学的基础。因此，由基本概念和基本定律导出的解决工程力学问题的定理和公式，必须熟练掌握。演算一定数量的习题，把学到的理论知识不断地应用到生产实践中去，是巩固和加深理解所学知识的重要途径。总之，在学习过程中，要做到学以致用，解决生产实践中遇到的各种问题。

# 目 录

## 绪论

## 第一篇 静力学

### 第一章 静力学的基本概念

§ 1-1 力的概念	1
§ 1-2 刚体的概念	2
§ 1-3 静力学公理	3
§ 1-4 约束和约束反力	5
§ 1-5 物体的受力分析和受力图	8
学习指导与小结	10
思考题	10
习题	10

### 第二章 平面汇交力系

§ 2-1 平面汇交力系的简化	12
§ 2-2 平面汇交力系的平衡条件	16
§ 2-3 平衡方程的应用	17
学习指导与小结	18
思考题	19
习题	19

### 第三章 力矩和平面力偶系

§ 3-1 力对点的矩	22
§ 3-2 平面力偶理论	23
§ 3-3 平面力偶系的合成和平衡条件	25
学习指导与小结	27
思考题	27
习题	27

### 第四章 平面任意力系

§ 4-1 力的平移定理	30
§ 4-2 平面任意力系向一点简化	31
* § 4-3 平面任意力系简化的结果 合力矩定理	33
§ 4-4 平面任意力系的平衡条件及其应用	34
§ 4-5 平面平行力系的平衡方程	36
§ 4-6 静定与超静定问题的概念 物体系统的平衡	37
学习指导与小结	40
思考题	41
习题	42

## 第五章 摩擦

§ 5-1 摩擦及其在工程中的重要性	46
§ 5-2 滑动摩擦及滑动摩擦定律	46
§ 5-3 考虑摩擦力时物体的平衡问题	49
* § 5-4 滚动摩擦的概念	51
学习指导与小结	52
思考题	52
习题	52

## 第六章 空间力系及重心

§ 6-1 力沿直角坐标轴的分解及其投影	54
§ 6-2 力对轴的矩	55
§ 6-3 空间任意力系的平衡方程	57
§ 6-4 重心和形心	59
学习指导与小结	61
思考题	61
习题	62

## 第二篇 材料力学

### 第七章 材料力学基本概念

§ 7-1 变形固体的概念	64
§ 7-2 材料力学的基本假设	64
§ 7-3 杆件变形的基本形式	66
学习指导与小结	67
思考题	67

### 第八章 拉伸与压缩

§ 8-1 轴向拉伸与压缩的概念与实例	68
§ 8-2 轴向拉伸或压缩时横截面上的内力	68
§ 8-3 轴向拉伸(压缩)时,横截面上的应力	70
* § 8-4 轴向拉伸(压缩)时,斜截面上的应力	72
§ 8-5 轴向拉伸和压缩时的变形	73
§ 8-6 材料在拉伸和压缩时的机械性质	75
§ 8-7 应力集中的概念	81
§ 8-8 轴向拉伸或压缩时的强度条件	82
§ 8-9 简单拉压超静定问题	84
学习指导与小结	87
思考题	88
习题	88

<b>第九章 剪 切</b>	
§ 9-1 剪切的概念与实例 .....	92
§ 9-2 剪切和挤压的实用计算及强度条件 .....	92
学习指导与小结 .....	96
思考题 .....	97
习题 .....	97
<b>第十章 扭 转</b>	
§ 10-1 扭转的概念与实例 .....	99
§ 10-2 外力偶矩和扭矩的计算 .....	99
§ 10-3 薄壁圆筒的扭转 .....	101
§ 10-4 圆轴扭转时的应力和强度条件 .....	103
§ 10-5 圆轴扭转时的变形和刚度条件 .....	108
学习指导与小结 .....	110
思考题 .....	110
习题 .....	111
<b>第十一章 弯曲内力</b>	
§ 11-1 弯曲的概念与实例 .....	113
§ 11-2 梁的计算简图——静定梁的形式 .....	114
§ 11-3 弯曲内力——剪力和弯矩 .....	115
§ 11-4 剪力图和弯矩图 .....	117
* § 11-5 载荷集度、剪力与弯矩间的导数关系 .....	121
学习指导与小结 .....	123
思考题 .....	123
习题 .....	123
<b>第十二章 弯曲应力</b>	
§ 12-1 弯曲时的正应力 .....	125
§ 12-2 截面惯性矩的计算 * 平行移轴定理 .....	129
§ 12-3 梁弯曲正应力强度条件 .....	131
* § 12-4 梁弯曲时横截面上的剪应力 .....	134
§ 12-5 提高弯曲强度的一些措施 .....	136
学习指导与小结 .....	137
思考题 .....	138
习题 .....	138
<b>第十三章 弯曲变形</b>	
§ 13-1 工程中的弯曲变形问题 .....	141
§ 13-2 挠度与转角 .....	141
§ 13-3 梁的挠曲线近似微分方程 .....	142
§ 13-4 用积分法求梁的挠度和转角 .....	143
§ 13-5 用迭加法求梁的挠度和转角 .....	145
§ 13-6 梁的刚度校核 .....	148
* § 13-7 简单超静定梁的解法 .....	148
学习指导与小结 .....	149
思考题 .....	149
习题 .....	150
<b>第十四章 组合变形时杆件的强度计算</b>	
§ 14-1 组合变形的概念 .....	151
§ 14-2 弯曲与拉伸(压缩)的组合 .....	151
§ 14-3 圆轴弯曲与扭转的组合 .....	154
* § 14-4 圆轴弯扭组合时的应力分析 .....	157
** § 14-5 强度理论简介 .....	159
学习指导与小结 .....	160
思考题 .....	161
习题 .....	161
<b>第十五章 压杆稳定</b>	
§ 15-1 压杆稳定的概念 .....	163
§ 15-2 细长压杆临界力的确定 .....	165
§ 15-3 临界应力 欧拉公式的适应范围 .....	167
§ 15-4 压杆的稳定计算 .....	170
§ 15-5 提高压杆稳定性的措施 .....	171
学习指导与小结 .....	172
思考题 .....	173
习题 .....	173
<b>第十六章 交变应力下构件的强度</b>	
§ 16-1 交变应力的概念与实例 .....	175
§ 16-2 交变应力的循环特征、应力幅度和平均应力 .....	176
§ 16-3 材料的持久极限及其测定 .....	177
* § 16-4 影响构件持久极限的主要因素 .....	178
** § 16-5 对称循环下构件的强度条件 .....	182
学习指导与小结 .....	183
思考题 .....	184
习题 .....	184
<b>第十七章 变形能法</b>	
§ 17-1 概述 .....	185
§ 17-2 杆件基本变形下的变形能 .....	185
§ 17-3 莫尔积分法的推导及其应用 .....	187



学习指导与小结 .....	190	附录 I 常用图形的几何性质 .....	192
思考题 .....	190	附录 II 型钢表 .....	193
习题 .....	191	附录 III 答案 .....	197

# 第一篇 静力学

静力学是研究物体在力系作用下的平衡规律的科学。

所谓力系是指作用于物体上的一群力。所谓物体的平衡,是指物体相对于地面保持静止或作匀速直线运动的状态。若物体处于平衡状态,则作用于物体上的力系必须满足一定的条件,这些条件称为力系的平衡条件。满足平衡条件的力系称为平衡力系。研究物体的平衡问题,就是研究作用于物体上的力系平衡条件,并应用这些条件解决工程实际问题。当研究一个复杂的力系对物体的作用效应和力系的平衡条件时,常需将复杂的力系进行简化,就是将一个复杂的力系简化为一个简单的力系,而作用效应不变,这叫做力系的简化。若两个力系对物体的作用效应相同,则称此二力系是等效的。若一力与一力系等效,则称此力为力系的合力。研究力系的简化是为了建立力系的平衡条件。

由上所述可知静力学研究的主要问题是:

- (1) 物体的受力分析,
- (2) 力系的简化,
- (3) 建立物体在各种力系作用下的平衡条件。

静力学是工程力学的基础部分,在工程技术中,它是工程中设计构件、结构和机器零件时进行力学计算的基础。因此,静力学有着重要的工程实际意义。

## 第一章 静力学的基本概念

### § 1-1 力的概念

力的概念是人们在生产和生活实践中,通过反复的观察、实验和分析而逐渐形成的。用手推小车,小车就由静止开始运动;受到地球引力作用自高空落下的物体,速度越来越大;锻压加工时,工件受到锻锤的打击而产生变形;挑扁担时肩膀感觉受到压力的作用,同时扁担发生弯曲变形等等。人们通过长期实践和科学实验,建立起力的概念:力是物体间相互的机械作用,这种作用的结果是使物体的机械运动状态发生改变,或使物体变形。

由上可知,物体受力后产生两种效应:

1. 力改变物体的机械运动状态(又称外效应):原来静止的物体,在力的作用下将由静止开始运动。如机床的启动、汽车的开动等;行驶的汽车刹车时,靠摩擦力使它停止下来。

有时几个作用在物体上并不改变它的运动状态,这是因为作用在物体上的这些力相互平衡,它们的运动效果互相抵消的缘故。

2. 力使物体产生变形(又称内效应):如弹簧受力会伸长,起重机横梁在起吊重物时会产生弯曲变形。

静力学只研究力的外效应,而材料力学将研究力的内效应。应当指出,既然力是物体间

相互机械作用,因此力不能脱离物体而存在。力虽然看不见,但它的作用效应完全可以通过直接观察,或用仪器测量出来。实际上,人们也正是从力的作用效应来认识力本身的,正如恩格斯所指出的:“力以它的表现来量度。”

实践证明,力的作用效应取决于力的基本要素,即力的大小、方向和作用点,简称为力的三要素。

力的大小表示物体之间机械作用的强弱,它可通过力的外效应来度量。在国际单位制中,力的单位是牛顿(N)或千牛顿(kN), $1\text{kN}=10^3\text{N}$ 。

力的方向表示物体的机械作用具有方向性。力的方向包括力的作用线在空间的方位和力沿作用线的指向。

力的作用点是力作用在物体上的部位。实际上,当两个物体相互作用时,力总是分布地作用在一定的面积上。如果力作用的面积很大,这种力称为分布力,例如作用在化工塔器上的风载荷 $q$ (图 1-1)。如果力作用的面积很小,可近似地看成作用在一个点上,这种力称为集中力,此点称为力的作用点。可见力的作用点是物体间机械作用位置的抽象化。例如作用在起重机吊钩上的拉力 $P$ 和钢索给予横梁的拉力 $T$ (图 1-2)。

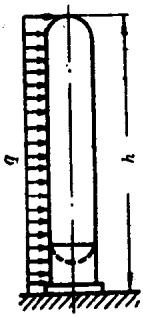


图 1-1

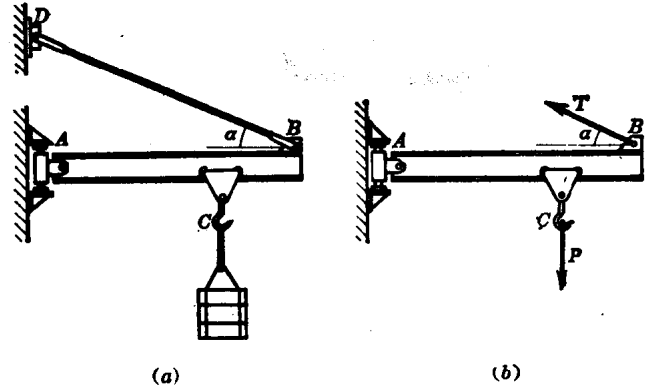


图 1-2

力的三要素表明:力是一个矢量,它可用一具有方向的线段来表示(图 1-3)。有向线段的起点(或终点)表示力的作用点;有向线段的方位和箭头指向表示力的方向;线段的长度(按一定的比例尺)表示力的大小。通过力的作用点沿力的方向的直线,称为力的作用线。在静力学中,用黑体字母 $\mathbf{F}$ 表示力矢量,而用普通字母 $F$ 表示力的大小。

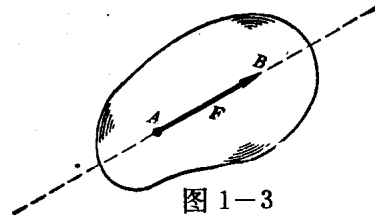


图 1-3

## § 1-2 刚体的概念

前面讲过,力对物体的效应,除了使物体的运动状态发生改变外,还使物体发生变形。在正常情况下,工程上的机械零件和结构构件在力的作用下发生的变形是很微小的,甚至只有用专门的仪器才能测量出来。例如一般机械中的轴,其最大挠度都在轴承间距的万分之五以下,最大扭转角为每米轴长不超过 $0.5\sim 1^\circ$ 。又如图 1-4 所示塔器,在风载荷作用下,塔器轴

线上最大水平位移一般不超过塔高的  $1/1000 \sim 1/500$ 。这种微小的变形在研究力对物体的外效应时影响极小,因此可以略去不计。这时就可以把物体看作是不变形的,在受力情况下保持形状和大小不变的物体称为刚体。刚体是在静力学中对物体进行抽象后得到的一种理想模型。它不仅使理论推导和计算大大简化,而且所得结果与实际符合得很好。

然而,当变形这一因素在所研究的问题中处于主要地位时(例如在材料力学中),即使变形量很小,也不能再把物体看作是刚体。

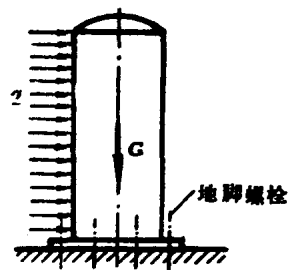


图 1-4

### § 1-3 静力学公理

所谓公理,就是人们在生产和生活中长期积累的经验总结,又经过实践的反复检验,证明是符合客观实际的普遍规律,为人们所公认。静力学的公理有以下五个。

#### 公理 1 二力平衡公理

作用在刚体上的两个力,使刚体处于平衡的必要和充分条件是:这两个力的大小相等,方向相反,且作用在同一直线上。如图 1-5 所示。即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

这个公理总结了作用在刚体上最简单的力系平衡时所必须满足的条件。它对刚体来说既必要又充分;但对非刚体,却是不充分的。如绳索受两个等值反向的拉力作用可以平衡,而受两个等值反向的压力作用就不平衡。

#### 公理 2 加减平衡力系原理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。

这个公理的正确性是很明显的,因为平衡力系对于刚体的平衡或运动状态没有影响。这个公理是力系简化的理论根据之一。

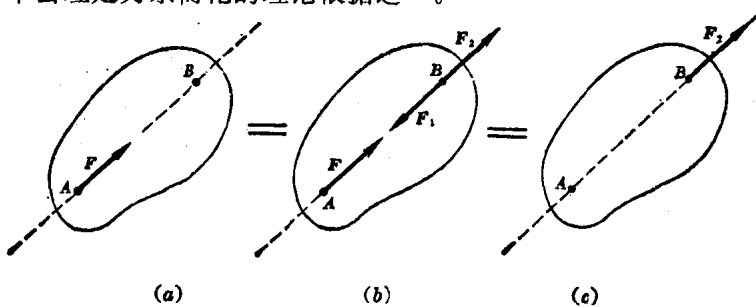


图 1-5

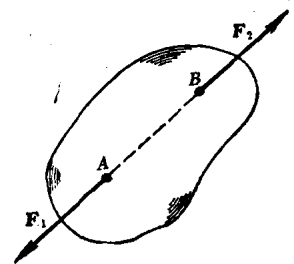


图 1-6

根据公理 2 可以导出如下推论:

### 推论 1 力的可传性

作用在刚体上的某点的力,可以沿其作用线移到刚体内任意一点,而不改变该力对刚体的作用。

证明:设有力  $F$  作用于刚体上点  $A$ ,如图 1-6,  $a$  示。在该力作用线上任取一点  $B$ ,根据公理 2,在  $B$  点加上一对平衡力  $F_1$  和  $F_2$ ,且使  $F = F_2 = -F_1$ ,如图 1-6,  $b$  示。由于  $F_1$  和  $F$  也是一对平衡力,再根据公理 2,又可以将它们从力系中除去,而不改变刚体的运动状态。于是刚体只剩下  $F_2$ ,如图 1-6,  $c$  所示。它的大小和方向与  $F$  相同,只是作用点移到了点  $B$ 。

由此可见,对刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效果的要素,它为作用线所代替,即力的三要素是:力的大小、方面和作用线。

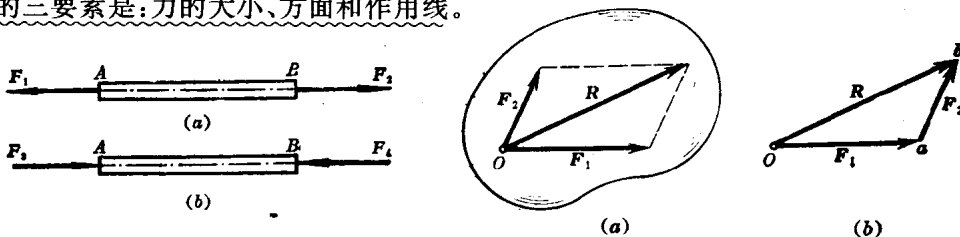


图 1-7

图 1-8

必须注意,力的可传性不适用于变形体,当作用在变形体的力沿作用线移动时,力对物体的变形效应将不同。例如图 1-7,  $a$  所示,直杆的两端  $A$ 、 $B$  点施加大小相等,方向相反,作用线相同的两个力  $F_1$ 、 $F_2$ ,显然杆将产生拉伸变形;若把力  $F_1$  沿其作用线移至  $B$  点,同样把  $F_2$  移至  $A$  点,如图 1-7,  $b$  所示,此时杆将产生压缩变形。显然,这两种变形效应是完全不同的。

### 公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点;合力的大小和方向,由这两个力的力矢为边所构成的平行四边形的对角线矢量确定。如图 1-8 所示,如果将原来的两个力称为分力,此法则可简述为:合力等于两分力的矢量和。即:

$$R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

这个公理总结了最简单的力系的简化规律,它是其他复杂力系简化的基础。

根据上述公理又可以导出如下推论:

### 推论 2 三力平衡汇交定理

当刚体受到同平面内不平行的三个力作用而平衡时,这三个力的作用线必定汇交于同一点。

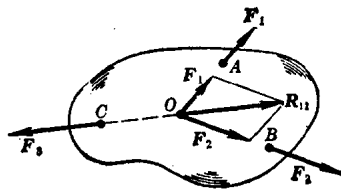


图 1-9

证明:如图 1-9 所示,在刚体的  $A$ 、 $B$ 、 $C$  三点上,分别作用三个相互平衡的力  $F_1$ 、 $F_2$ 、 $F_3$ ,根据力的可传性,将力  $F_1$  和  $F_2$  移至汇交点  $O$ ,然后根据公理 3,得合力  $R_{12}$ 。这样,刚体就可看成只受  $R_{12}$  和  $F_3$  两个力的作用。根据公理 1,力  $R_{12}$  和  $F_3$  必在同一直线上,且大小相等,方向相反,所以力  $F_3$  作用线必过点  $O$ 。

#### 公理 4 作用和反作用定律

任何两个物体间相互作用的作用力和反作用力,总是大小相等,方向相反,共作用线,并分别作用在两个相互作用的物体上。

这一定律概括了任何两物体间相互作用的关系,不论物体是处于静止状态还是运动状态,它都普遍适用。由作用和反作用定律可知,力总是成对出现的,有作用力必有反作用力。

必须注意,作用力和反作用力不是作用在同一物体上,而是分别作用在两个相互作用的物体上,因此,二者不能相互平衡。要把作用与反作用定律和二力平衡公理严格区别开来。例如,图 1-10, a 所示,一小球用绳索 AB 悬挂在吊钩 C 上面处于平衡,小球的重力  $P$ ,绳索和吊钩的重量均略去不计。现分别考察小球、绳索和吊钩所受的力。小球受重力  $P$  和绳索给予的向上的拉力  $T_A$  作用,如图 1-10b 所示。绳索 AB 在 A 端受到小球给予的向下的拉力  $T'_A$  和在 B 端受到吊钩给予的向上的拉力  $T'_B$  作用,如图 1-10, c 所示。吊钩受到绳索给予的向下的拉力  $T_B$  和天花板给予的向上的拉力  $N$  作用,如图 1-10d, 所示。

不难看出,图 1-10, b、c、d 中的  $P$  和  $T_A$ 、 $T'_A$  和  $T'_B$ 、 $T_B$  和  $N$  都是分别作用在同一物体上的两个力,它们分别使小球、绳索和吊钩平衡,都符合二力平衡公理,因而是三对平衡力。而  $T_A$  和  $T'_A$ 、 $T'_B$  和  $T_B$  则分别组成作用力和反作用力,它们不能相互平衡。还应指出,公理 4 无论对刚体或变形体都是适用的。

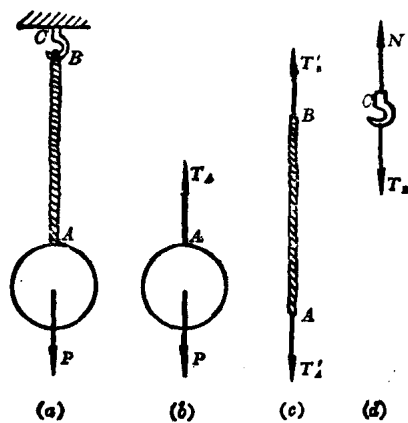


图 1-10

#### 公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,若将此变形体刚化为刚体,则平衡状态保持不变。

这个公理建立了刚体的平衡条件和变形体的平衡条件之间的联系。它说明了变形体平衡时,若把它视为刚体,则作用在其上的力系必定满足刚体的平衡条件。

应该指出,刚体的平衡条件对于变形体来说,只是必要条件,而非充分条件。例如图 1-11 所示,绳索在等值、反向、共线的两个拉力 ( $F_1$ 、 $F_2$ ) 作用下处于平衡,如将绳索刚化成刚性杆,但刚性杆在两个等值、反向、共线的压力作用下也能平衡,而绳索则不能,这时绳索就不能刚化为刚体。

因此,要确定变形体是否平衡,仅有刚体平衡条件是不够的,还需要附加条件(如绳索不能受压力)。

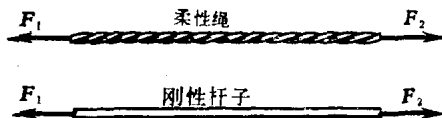


图 1-11

### § 1-4 约束和约束反力

有些物体,例如:飞行的飞机、炮弹等,它们在空间的位移不受任何限制。位移不受限制的物体称为自由体。而有些物体,例如:机车、电机转子、机床的刀具和吊车钢索上悬挂的重物等等,它们在空间的位移都受到一定的限制。如机车受铁轨的限制,只能沿轨道运动;电机



转子受轴承的限制,只能绕轴线转动等。位移受到限制的物体称为非自由体。对非自由体在某些方向上的位移起限制作用的周围物体称为约束。例如,轨道对于机车,轴承对于电机转轴等,都是约束。

既然约束阻碍着物体的运动,所以约束对物体的作用,实际上就是力,这种阻碍物体运动的力称为约束反力,简称反力。因此,约束反力的方向必定与该约束所能够阻碍的运动方向相反。

物体除受约束反力外,还受其它一些力的作用,例如:结构和机器中常见的重力、水压力、油压力、风压力、弹簧力和电磁力等。这些力促使物体的运动状态发生改变或使物体有改变运动状态的趋势,故称为主动力。而一般情况下,约束反力是由主动力的作用而引起的,故它是一种被动力。在工程上,主动力通常是给定的或可测定的,而约束反力是未知的。所以,静力学的重要任务之一就是确定未知的约束反力。

下面讨论几种常见的约束类型的性质及其约束反力。

### 一 根据约束的特性可以确定约束反力方向的约束

#### 1. 光滑接触面(线、点)约束

当物体与平面或曲面接触时,如果摩擦力很小,可以忽略不计,就可以认为接触面是“光滑”的。光滑面约束不能限制物体沿接触面切线方向的位移,只能阻止物体在接触点处沿公法线向接触面内部的位移(图 1-12, a)。所以,光滑面对物体的约束反力,作用在接触点处,方向沿接触表面的公法线,并指向受力物体,通常用符号  $N$  表示。

如果两物体沿一条线或在一个点相接触,且摩擦力可以略去不计,则称为光滑接触线或点约束。例如图 1-12, b 所示为一弧形板支座,上面一块钢板底面为平面,下面一块支承钢板顶面是弧面,该约束即为接触式约束,常用于铁路桥梁上。略去摩擦力时,约束反力  $N$  应沿接触面的公法线,指向接触点  $A$ (图 1-12, c)。

当光滑的物体搁在支承物的尖角处,此支承物的尖角或尖端,有时也称为“尖点约束”(如图 1-13 中半圆槽的  $B$  角)。如果将尖点放大来看,实际上是半径很小的圆弧面。根据同样的分析,约束反力  $N_A$  仍应沿接触面的公法线,指向被约束物体的。反之亦然,尖点物体受光滑面约束作用的反力,即在尖点处,沿光滑面约束的法线方向,并指向物体,如图 1-13 中杆端的  $A$  角处约束反力为  $N_A$ 。

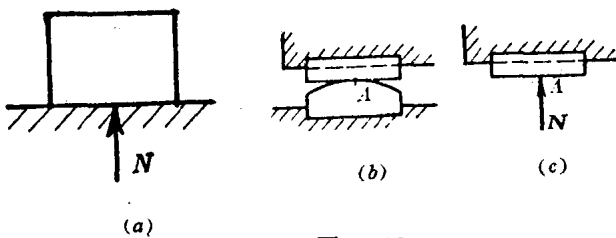


图 1-12

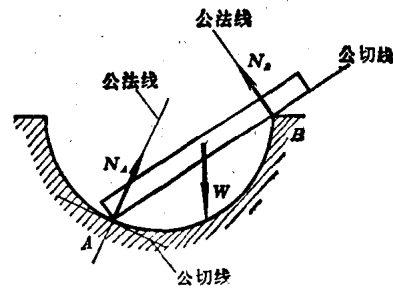


图 1-13

综上所述,光滑接触面、线和点约束反力都是沿接触面的公法线,因此,这类约束反力,可称为法向反力。其方向总是指向被约束物体的。

2. 柔性约束 由绳索、链条或皮带等柔性物体构成的约束。由于柔性物体本身只能受拉而不能受压,因此,柔性约束对物体的约束反力,应沿着柔性物体的轴线方向作用于连接点

处,并背离物体。这类约束反力通常用  $T$  或  $S$  表示,如图 1-14,  $a$  所示用绳索悬吊一重为  $P$  的球,绳索对球的约束反力为  $T'_A$ (图 1-14,  $b$ )。

## 二、根据约束的特性不能直接定出约束反力方向的约束

### 1. 向心轴承约束

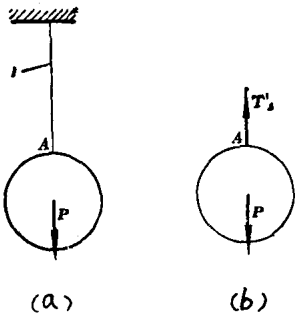


图 1-14

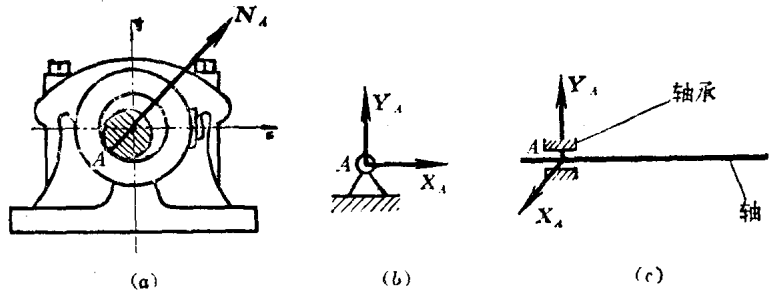


图 1-15

向心轴承是机器中常见的一种约束,如图 1-15,  $a$  所示。转轴可在轴承约束孔内任意转动,但不能沿径向向外移动。若转轴受轴承孔径向约束的接触点为  $A$ ,接触面的摩擦不计,由前述光滑接触面约束的讨论可知:轴承对转轴的约束反力  $N_A$  作用在接触点  $A$ ,沿公法线方向,且指向轴心(图 1-15,  $a$ )。

但是,随转轴所受的主动力不同,轴承受轴承孔约束的接触点位置也随之不同。所以,当主动力尚未确定时,轴承约束反力的方向不能预先确定。不过,约束反力的作用线始终垂直于轴线并通过轴心。通常把这样一个穿过轴心而方向不能预先确定的约束反力,用通过轴心的两个大小未知的正交分力  $X_A$  和  $Y_A$  来表示,如图 1-15,  $b$  或  $c$  所示。

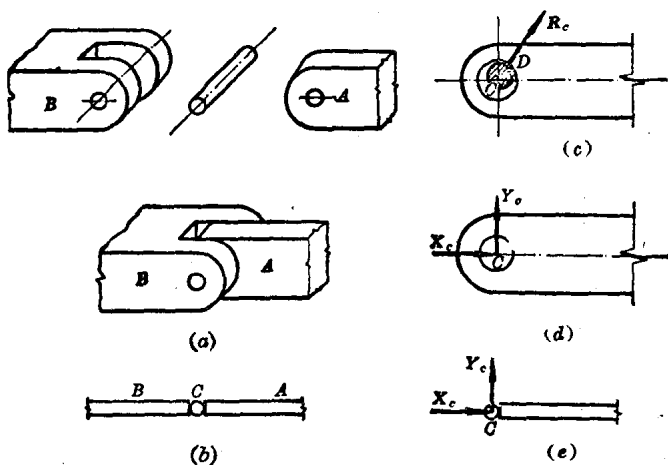


图 1-16

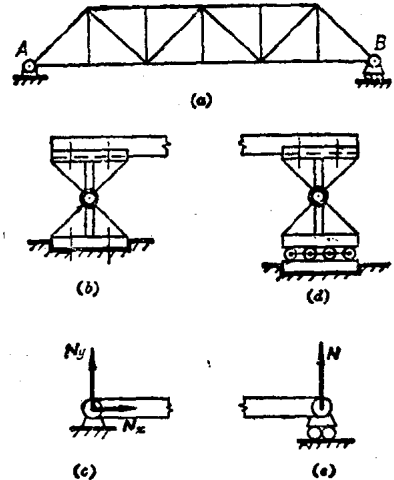


图 1-17

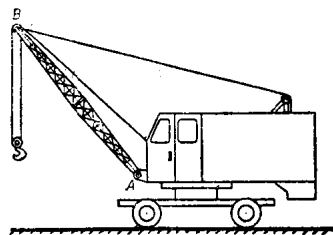
### 2. 圆柱铰链约束

它是由圆柱销钉将两个相同圆孔的构件连接在一起而成的,如图 1-16,  $a$  所示。销钉只允许两构件  $A$  和  $B$  绕销钉的轴线有相对转动,而限制在垂直销钉轴线的任何径向上有相对位移,两构件就是这样通过销钉被相互约束的。如果销钉与构件圆孔是光滑的,则铰链是光

滑圆柱面约束。具有这种构造和特点的约束,称为圆柱铰链约束,或简称铰链。图 1-16, b 是它的简化图。显然,铰链的约束反力与轴承对轴的约束反力具有相同的特征,当主动力尚未确定时,约束反力的方向不能预先确定。因此这个约束反力  $R_c$  (图 1-16, c) 可用两个通过铰心的大小未知的正交分力  $X_c, Y_c$  来表示,如图 1-16, d, e 所示。

**3. 铰链支座约束** 工程上常用铰链将桥梁、起重机起重臂等结构同支承面或机架等连接起来,这就构成了铰链支座。根据铰链支座与支承面的连接方式不同,分成固定铰链支座和活动铰链支座。

(1) **固定铰链支座** 如图 1-17, a 所示钢桥架 A 端用固定铰链支座支承。其结构如图 1-17, b 所示,它用铰链把钢桥架同固定支承面连接起来。其简图如图 1-17, c 所示。其约束反力与铰链约束反力有相同的特征,所以也可用两个通过铰心的大小未知的正交分力  $N_x, N_y$  来表示。



起重机起重臂 AB 的下端 A 用圆柱形销钉同机架相连(图 1-18),也是固定铰链支座。

图 1-18

(2) **活动铰链支座** 如果在支座和支承面之间有辊轴,就成为活动铰链支座,又称辊轴支座。如图 1-17, a 钢桥架的 B 端支座即是。其结构如图 1-17, d 所示。图 1-17, e 是这种支座的反力  $N$  垂直于支承面,但指向一般是未知的。

除以上几种比较简单的常见约束外,还有固定端等形式的约束,将在适当的章节介绍。

## § 1-5 物体的受力和受力图

为了求出未知的约束反力,需要根据已知力,应用力学原理求解。为此首先要确定物体受了几个力,它们的作用位置和作用方向如何,这个分析过程称为物体的受力分析。

为了清楚地表示物体的受力情况,我们把需要研究的物体(称为受力体)从它周围的物体(称为施力体和约束)中分离出来,单独画出简图,这个过程称为确定研究对象或取分离体。然后把受力体上所受的主动力和约束反力全部画出来。这种表示物体受力情况的简图,称为受力图。恰当选取分离体,正确地画出受力图,是解决力学问题的基础。取分离体和画受力图的主要步骤和注意点如下:

(1) **取分离体** 根据已知条件和题意要求确定研究对象,去掉研究对象上所有的约束(称为解除约束),即把研究对象从与它相联系的周围物体中分离出来,单独画出。研究对象可以是一个物体、几个物体的组合或整个物体系统(简称物系)。初学者要注意,不要在解除约束的图形上画受力图。

(2) **画主动力** 在分离体上画出研究对象所受的全部主动力,不能遗漏,也不能把不是作用在这个研究对象上的主动力画到研究对象上。

(3) **画约束反力** 在去掉约束的地方,必须严格地按照被去掉的约束的性质,画出它们作用在研究对象上的约束反力。画约束反力时,切不可凭主观臆测,随便画出。