医药常用数学

周怀梧 编著

科学出版社

医药常用数学

周怀梧 编著

科学出版社
1986

内 容 简 介

现代医药学正向定量及精确的方向发展，因此要学习和研究现代医药学，就必须学习和掌握各种数学工具．本书密切结合医药实际深入浅出地介绍了常用的数学方法．本书内容丰富，通俗易懂，实例生动，层次清楚，文字简洁流畅．为便于读者自学，每章都附有习题(书末有答案)．

本书对更新医药学工作者的知识结构、改善医药学研究人员的素质和研究水平很有益．

本书可供中年医学、药学工作者、一般医务人员、在职职员培训班学员，自学青年及医药院校数学教师等参考阅读．

医药常用数学

周怀梧 编著

责任编辑 徐一帆

科学出版社 出版

北京朝阳门内大街137号

中国科学院印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1986年5月第一版 开本：787×1092 1/32

1986年5月第一次印刷 印张：11

印数：0001—5,500 字数：213,000

统一书号：14031·91

本社书号：4713·14

定价： 2.05 元

序

当今医药学，从基础到临床，无处不渗透着数学的概念和方法. 凡有志于为现代医药事业作出贡献者，无论是从事于科研、教学，还是从事于临床、管理，都需要掌握一定的数学知识. 因此，为广大医药工作者提供一本介绍常用数学方法的书，将是很有意义的.

早在1959年，我就写过文章，以大量事实论述了高等数学在医学上的应用，并应约整理成书（周怀梧同志协助我工作，也曾为此付出辛勤的劳动）. 正欲付印之际，不幸遭遇“十年内乱”，多年心血，付之东流. 事隔二十余年，周怀梧同志跟我谈及重写的计划，我是十分赞成的. 遗憾的是，我年事已高，力不从心，此事就由他去做了. 他既是一位数学教师，有丰富的教学经验，又长期在数学与医药学的边缘领域里刻苦钻研，著有《数理医药学》等书，让他来写供医药工作者使用的数学书，是非常合适的.

现在，《医药常用数学》一书与读者见面了，我作为第一个读者，甚为欣喜. 我认为，本书最可贵之处在于能深入浅出，紧密结合现代医药工作的实际需要来介绍数学概念和方法，使读者学有趣味，学后能用. 我相信这正是大多数医药工作者所要求的，因此，我乐于向大家推荐.

朱恒璧

前　　言

现代医药学正在向定量、精确的方向发展，数学方法的应用已经相当普遍．据作者了解，广大医药工作者都有更新知识结构的迫切愿望，包括要求补习或温习医药学中常用的高等数学．这就需要有一本适合于业余自学或短期脱产进修使用的书．本书正是鉴此而写的．

本书着力通俗讲解现代医药学中常用的数学概念和方法，通过许多实例帮助读者理解概念，掌握方法，并学会应用，不拘泥于数学本身的系统性和严谨性．读者如具有现在初中数学(主要是代数)的水准，只要认真学习，并做适量习题，便可接受本书的全部内容．目录中打有“*”号的几节，是数学在现代医药学上的专题应用，读者可按实际需要选读．

本书涉及的范围相当广泛，就数学而论，涉及集合论、微积分、积分变换、微分方程、系统分析、线性代数、概率论、信息论、数理统计及最优化方法等；就医药学而论，涉及疾病的分类与诊断、流行病学、肿瘤学、核医学、微生物学、生理学、生物化学、病理学、卫生学、药理学、药剂学、药物分析及临床管理与决策等．使用本书时，可根据实际工作的需要及下图所示前后各章的联系，有所侧重，有所选择：

$$
\begin{tikzcd}
1 \arrow[r] \arrow[dr] & 2 \arrow[r] & 3 \arrow[r] & 4 \arrow[r] \arrow[dr] & 5 \\
& 6 \arrow[dr] & & & 7 \arrow[dr] & \\
& & 9 & & & 8
\end{tikzcd}
$$

作者衷心感谢我国著名的药理学家、医学教育家朱恒璧教授的热忱支持和指导.

限于作者的水平,本书肯定存在缺点乃至错误,恳请读者指正.

作　者

于浙江医科大学

目　　录

第一章 集合和函数

1.1 集合的概念和运算

集合是现代数学中最基本的概念之一，俗话说的“物以类聚，人以群分”中所指的“类”和“群”都是集合的现实原型．例如：一个医院所有的医疗器械是一个集合，所有的医生是一个集合，所有的住院病人也是一个集合……．由此推知，现实世界中的集合，比比皆是．一般说来，**凡具有某种属性的个体的总合便是一个集合，集合里的每个个体称为该集合的元素．**

为了研究集合的数量规律性，需要用符号来表示集合及其元素，通常，集合用大写字母 A、B、C、…、X、Y 表示，集合的元素用小写字母 a、b、c、…、x、y 表示．如果 a 是集合 A 的元素，便记作 $a\in A$，读作“a 属于 A”；如果 a 不是集合 A 的元素，便记作 $a\bar{\in}A$，读作“a 不属于 A”．

例 1　如果用 D 表示所有抗菌药物的集合，用 E 表示所有抗生素的集合，用 s 表示磺胺嘧啶，那末，$s\in D$，但 $s\bar{\in}E$，因为磺胺嘧啶是抗菌药物之一，但不是抗生素．

假如用 e_1 表示青霉素 G，用 e_2 表示庆大霉素，用 e_3 表示先锋霉素 IV，…，由于它们都是抗生素，所以 e_1、e_2、e_3、…都是集合 E 的元素，可记作

$$E = \{e_1, e_2, e_3, \cdots\}.$$

这种把集合的元素一一列举出来，写在大括号内，用以表示集合的方法称为**列举法**。

例 2　全体自然数的集合记为 N，用列举法可表示为

$$N = \{1, 2, 3, \cdots, n, \cdots\}.$$

用列举法表示集合的优点在于使人们对集合的组成情况一目了然，但并非任何一个集合的所有元素都能一一予以列举．试看：

例 3　正常成人的血压所形成的集合记为 P，由于正常成人的血压值可以是某个实数范围内的任何值，不可能一一列举，所以集合 P 不能用列举法表示，但我们可以把它表为

$$P = \{\text{正常成人的血压}\}.$$

例 4　满足不等式 $2x - 3 > 0$ 的所有实数构成一个集合，记为 A．显然，这个集合也不能用列举法表示，但可以表为

$$A = \{x | x \text{ 为实数且 } 2x - 3 > 0\}$$

这里，符号"|"左侧的 x 表示属于集合 A 的元素，右侧写的是 A 的元素必须具备的属性(或必须满足的条件)．

在例 3 和例 4 里，我们通过描述集合元素的共同属性的方法来表示集合 P 和 A，这种方法称为**描述法**．列举法和描述法是表示集合的两种常用方法．应该注意，有的集合可以同时用两种方法表示．

例 5　写出满足方程 $x^2 - 1 = 0$ 的实数集合．

解　用 A 表示所求的集合．A 可以用描述法表为

$$A = \{x \mid x \text{ 为实数且 } x^2 - 1 = 0\}.$$

由于满足方程 $x^2 - 1 = 0$ 的实数(即方程的根或解)只有 -1 和 1 两个数,所以,A 也可用列举法表为

$$A = \{-1, 1\}.$$

假如把例5中的方程改为 $x^2 + 1 = 0$, 那末,由于这个方程在实数范围内没有解,A 便是一个没有元素的集合,称为空集. 通常用特定的记号 ϕ 表示空集. 于是,我们有

$$\{x \mid x \text{ 为实数且 } x^2 + 1 = 0\} = \phi.$$

应该注意,集合 $\{x \mid x^2 = 0\} = \{0\}$ 不是空集,因为它含有一个元素"0",而数 0 并不等于"无",比如说今天的最低温度是 0 摄氏度,当然不意味着今天没有最低温度.

利用符号表示集合及其元素之后,就可方便地讨论集合之间的关系和运算了.

在例 1 中,由于任何一种抗生素都是抗菌药物,我们便说抗菌药物的集合 D 包含抗生素的集合 E. 一般说来,如果集合 A 的每个元素都是集合 B 的元素,则称集合 B 包含集合 A,又称集合 A 是集合 B 的子集,记作

$$A \subseteq B, \text{ 或 } B \supseteq A.$$

例如,全体北京人的集合是全体中国人这个集合的一个子集;"白细胞"集合是"血细胞"集合的子集,偶数集合 $\{2, 4, 6, \cdots\}$ 是自然数集合 N 的子集,等等.

上述子集的概念中,只要求 A 的元素必须都是 B 的元素,反过来,B 的元素如何? 并未提出要求. 因此,可能遇到下述两种情况之一:

(1) 集合 A 的元素都是集合 B 的元素，而且集合 B 的元素也都是集合 A 的元素，此时出现双包含，即 $A\subseteq B$ 且 $B\subseteq A$，我们称集合 A 与 B 相等，记作 $A=B$.

由此可知，任何一个集合是它本身的子集.

(2) 集合 A 的元素都是集合 B 的元素，但集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，此时我们称集合 A 是集合 B 的一个真子集，记作 $A\subset B$.

在集合论中，规定空集 ϕ 是任何一个集合的子集，就是说，对于任何集合 A，总有下列包含关系成立:

$$\phi\subseteq A.$$

在实际研究中，人们总是在一个确定的范围内讨论集合与集合之间的关系，因而存在一个作为研究基础的集合，它包含了研究中所要讨论的任何一个集合，我们称它为全集，特记为 U. 例如，当把一个医院的全体人员作为全集时，该医院的医生、护士、科级以上干部等，都是它的子集.

为了直观地表示所论各个集合之间的关系，通常用一个长方形表示全集 U，用圆表示所讨论的集合. 例如，集合 A 是集合 B 的一个真子集，可用图 1.1 表示. 这种表示集合及其相互关系的图称为文氏 (Venn) 图。

对于一个具体的集合 A 而言，通常它只含有全集 U 中的一部分元素，尚有一部分元素不属于集合 A. 我们把全集 U 中所有不属于 A 的元素形成的集合，称为集合 A 的补集，又称余集，记作 $\overline{A}$，相应的文氏图如图 1.2 所示.

例 6 在讨论肝脏疾病时，如把所有的肝病患者作为全

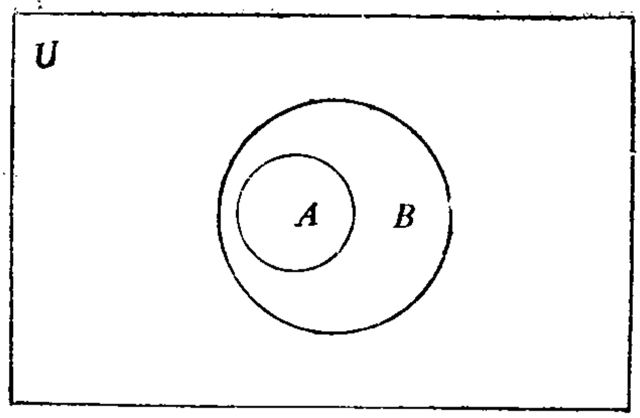

图 1.1　$A\subset B$ 的文氏图

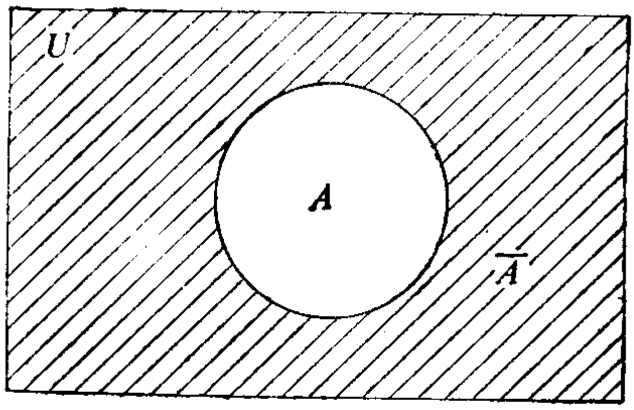

图 1.2　$\bar{A}$ 的文氏图

集 U，那末，所有的肝癌患者是它的一个真子集，如记为 A，则 A 的补集 $\bar{A}$ 就表示所有非肝癌的肝病患者.

如果集合 A 等于全集 U，则补集 $\bar{A}$ 就等于空集 ϕ，就是说，全集的补集是空集.

集合的"补"是对集合施行的一种运算，此外，常见的运算还有集合的"并"和"交".

设 A、B 是任意两个集合，将属于 A 或者属于 B 的全部元素合并在一起，形成一个新的集合，称为集合 A 与 B 的并集，简称 A 与 B 的并，也称 A 与 B 的和，记作 $A\cup B$.

必须指出，在形成并集时，既属于 A 又属于 B 的元素在并集中只能出现一次，因为在同一个集合中各个元素都应该是不相同的。

例7 设 $A=\{0,1,3,5\}$，$B=\{-1,3,5,7\}$，则 A 与 B 的并集为

$$A\cup B=\{-1,0,1,3,5,7\}.$$

在这个例子里，3 和 5 这两个数既属于集合 A 又属于集合 B，它们在并集 $A\cup B$ 中只允许出现一次.

所谓集合 A 与 B 的交集是由它们的公共元素组成的集合，简称 A 与 B 的交，也称 A 与 B 的积，记作 $A\cap B$. 于是，在例 7 的情况下，集合 A 与 B 的交集为

$$A\cap B=\{3,5\}$$

当然，如果集合 A 与 B 没有公共元素，则它们的交集为空集，即

$$A\cap B=\phi$$

表示集合 A 与 B 的并和交的文氏图，分别见图 1.3 和图 1.4.

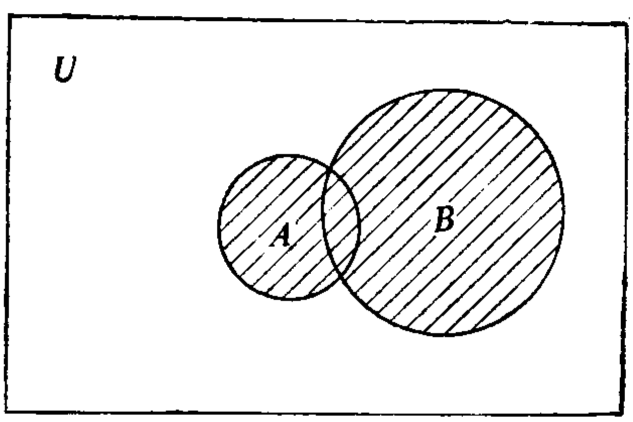

图 1.3 $A\cup B$ 的文氏图

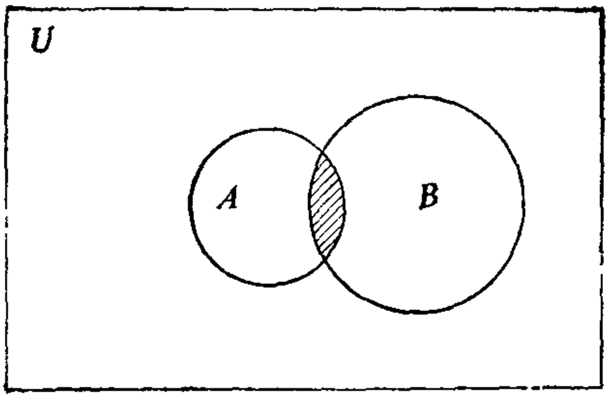

图 1.4　$A\cap B$ 的文氏图

例 8　设所有肝功能不正常的病人组成的集合为 L，所有肾功能不全的病人组成的集合为 R，那末，L 与 R 的并集为

$L\cup R=$ {肝功能不正常或者肾功能不全的病人}，

L 与 R 的交集为

$L\cap R=$ {肝功能不正常而且肾功能不全的病人}.

并集和交集的概念可以推广到多个集合的情形. 若干个集合的并集就是由它们的所有元素合并在一起所形成的一个集合；若干个集合的交集就是由它们的所有公共元素组成的一个集合.

例 9　设 $A=\{0,1,3,5\}$，$B=\{-1,3,5,7\}$，$C=\{0,1,4,5\}$，则它们的并集为

$$A\cup B\cup C=\{-1,0,1,3,4,5,7\},$$

它们的交集为

$$A\cap B\cap C=\{5\}.$$

并、交、补是集合的三种基本运算，读者根据并集、交集、

补集的概念，通过作出相应的文氏图，容易验证下列等式都是成立的：

$$A \cup A = A, \tag{1}$$

$$A \cup \bar{A} = U, \tag{2}$$

$$A \cap A = A, \tag{3}$$

$$A \cap \bar{A} = \phi, \tag{4}$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B}, \tag{5}$$

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}. \tag{6}$$

由(1)式可见，集合的并虽然也称为集合的和，但这与代数中所说的和有着质的不同。大家知道，在代数中 $a+a=2a$；仅当 $a=0$ 时，方有 $a+a=a$。可是在集合论中，(1)式对任何集合 A 都是成立的。相仿地，由(3)式可见，集合的交虽然也称为集合的积，但这与代数中所说的两个数的积也有质的区别。

*1.2 集合在疾病诊断中的应用

我们知道，疾病与征候（症状、体征及各种检查结果的统称）之间的关系，往往是复杂的。下述例子说明，集合论的概念有助于分清这种关系。

心前区痛是心肌梗塞的一个重要症状，但并非所有心肌梗塞患者都有心前区痛，也并非任何有心前区痛症状的病人都是心肌梗塞患者，两者之间的关系可用文氏图清晰地表示