

管道应力分析与计算

王致祥

梁志钊

孙国模

文启鼎



水利电力出版社

内 容 提 要

本书着重介绍热力管道应力分析与计算的基础理论和实用方法。全书共分八章,结合火力发电厂高温高压蒸汽、热水管道的特点,分别叙述了管材的基本特性,承受内压的管子壁厚计算,管道作用力计算,管道静力分析的矩阵方法,管道对连接设备的推力和力矩计算,管道在各种荷载作用下的应力分类、应力分析与应力验算方法;同时,介绍了核电厂的管道应力分析验算方法,附录中还列有管道应力计算常用的数据资料。

本书可供从事火力发电厂和核电厂汽水管道的的设计、安装、运行和金属监督的人员,以及高等院校热能动力装置专业师生阅读,也可供石油、化工、轻工、冶金、机械等部门从事热力管道设计、安装、运行的人员参考。

管道应力分析与计算

王致祥 梁志钊 孙国模 文启鼎

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 25.5印张 581千字 2插页

1983年10月第一版 1983年10月北京第一次印刷

印数00001—12120册 定价 2.70 元

书号 15143·5220

前 言

热力管道广泛地用于动力、石油、化工、轻工、冶金、机械等部门,是许多工厂的重要组成部分。随着现代化大工业的发展,管道技术逐渐为人们所重视,特别是最近二十年来进展很快。管道应力分析与计算,是管道设计的基础,可为所设计的管道作出强度与安全性的评价,也可为管道的经济分析提供依据。

在火力发电厂中,由于大容量、高参数、中间再热机组的采用,管道承受的压力、温度增高,管子尺寸增大,管道布置上不可避免地出现多分支和环状管系,对管道设计和计算提出了更高的要求,计算时需要考虑的荷载更加全面,应力和对设备推力的控制也更严格,通常应用的简化计算方法已经不能适应。复杂管系作用力和力矩的计算,尽可能准确而又切合实际的管道应力分析,就成为管道设计需要解决的课题。本书着重讨论管道在内压和外载、热胀和冷缩等荷载作用下的力、力矩和应力计算的基本原理以及在工程上广泛适用的应力分析与计算方法。

管系柔性分析的基本方法是结构力学中的力法和位移法。书中着重讨论了属于力法的应变能微分法,介绍了它的基本原理、公式推导和一系列的运算,并将计算步骤尽可能的表格化以适用于工程计算。为了利用电子计算机完成复杂管系的计算,还着重讨论了运用结构分析的矩阵方法进行作用力和力矩的计算,如等值刚度法、有限单元法、追赶位移法、始参数位移法等,它们在工程计算中都是普遍适用的。

管系的应力分析是应力验算的基础。热力管道的应力与一般结构或机械分析中遇到的低温的和稳定的应力不同,在不同类型的荷载作用下产生的应力性态和它对破坏的影响也不同,因而采用应力分类和应力分析的方法,对不同种类的应力分别给予不同的限定。书中论述了弹性分析、极限分析、安定分析、疲劳分析在管道计算中的应用,以及管道应力验算方法。同时,对于核电厂高温蠕变领域的管道应力分析验算方法的应用,也给予了一定的注意。

当然,本书不可能涉及管道应力分析与计算的全部内容,而主要讨论在静力荷载作用下的应力,介绍承受内压的热力管道在自重作用下,以及由于热胀、冷缩和其它位移受约束而产生的力、力矩和应力,以期使从事热力管道设计、施工、运行等实际工作的同志,对了解管道的应力分析与计算的理论和方法有所裨益。

本书由王致祥负责组织编写,编者们共同研究,分工写稿。第一、八章和第七章第三节以王致祥为主,第二、四章和附录一至四以梁志钊为主,第三章和第七章第一、二节以文启鼎为主,第五、六章和附录五、六以孙国模为主,全书由文启鼎统稿。在编写过程中曾得到原电力建设总局和有关电力设计单位许多同志的热情支持与帮助,在此谨致谢忱。

由于编者水平所限,书中缺点和错误一定不少,热忱欢迎广大读者批评指正。

编 者

一九八三年一月

目 录

前 言

第一章 绪论	1
第二章 钢材性能与设计限定	4
第一节 基础知识	4
第二节 强度理论	27
第三节 基本许用应力	33
第三章 应力分类和应力分析	36
第一节 荷载	36
第二节 应力状态与主应力	36
第三节 应力分类	41
第四节 应力分析	45
第四章 承受内压的管子壁厚计算	63
第一节 管壁应力分析	63
第二节 管子壁厚计算	67
第三节 弯管的内压应力	81
第四节 承受内压的管道使用期限	87
第五章 管系作用力计算的基本原理	96
第一节 计算范围与计算条件	96
第二节 静力分析的基本方法	97
第三节 支吊架荷重分配与弹簧附加力	190
第四节 柔性系数	194
第五节 简化的计算方法——弹性中心法	198
第六章 管系静力分析的矩阵方法	224
第一节 座标系及座标变换	224
第二节 力法与位移法	228
第三节 等值刚度法	234
第四节 有限单元法	250
第五节 追赶位移法	266
第六节 始参数位移法	273
第七章 管道应力验算	275
第一节 管道应力经验规则验算法	275
第二节 非蠕变温度管道应力分析验算法	291
第三节 高温蠕变管道应力分析验算法	299
第八章 管道对设备的推力和力矩的计算	323

第一节 管系的应变及对端点的推力和力矩	323
第二节 管道对汽轮机接口的推力和力矩	330
第三节 降低管道推力和力矩的措施	342
附录	345
附录一 钢材的基本许用应力	345
附录二 钢材的物理特性数据	348
附录三 钢管的尺寸偏差	352
附录四 应力计算常用辅助计算数据	355
附录五 弯曲及扭转变形系数的推证	358
附录六 剪切及拉压变形系数的推证	389
参考文献	400

第一章 绪 论

热力管道的应力，主要是由于管道承受内压力和外部荷载以及热膨胀而引起的。管道在这些荷载作用下的应力状态是复杂的。进行应力分析与计算，是研究管道在各种荷载作用下产生的力、力矩和应力，从而作出对于管道安全性的评价，并满足所连接的设备对管道推力的限定，使设计的管道尽可能经济合理。

管道应力分析与计算的方法，是随着科学技术的发展和高温高压管道的应用而发展起来的，是根据管道的工作条件、荷载种类和管材的特性，应用材料力学、结构力学的弹性理论、弹塑性理论和高温非弹性理论来进行分析和计算的。

一般地说，管道应力分析与计算，包括对管系进行柔性计算和应力验算两部分。

管道的柔性计算，是计算管道由于外力（集中荷载或均布荷载）和变形受约束而产生的力和力矩，可以按照超静定结构静力法计算。

早在三十年代和四十年代，人们就已应用结构力学超静定结构的力法，求解管系的内力。采用较早而又比较成熟和简便的方法是弹性中心法^{[39][45]}。它是一种简化方法，将计算管系当作一根无重量的弹性线，并将管系的变形系数和需求解的复原力（即作用力）都转移到管系的弹性中心。根据组成管系各元件（直元件或弧元件）的重心坐标，计算管系在各投影平面的静力矩，找出管系的弹性中心，然后再计算出通过弹性中心坐标轴的线惯性矩和线惯性积，最后由变形协调方程和力的平衡方程求出作用于管系端点或管系上一点的力和力矩。应用这个方法，对于具有两个固定点的平面管系，可以从三元联立方程简化成二元联立方程求解，对于立体管系，可以从六元联立方程简化成三元联立方程求解，因而计算简便，具有一定的实用价值。但是，这种方法由于简化的假定，使它的应用范围受到一定的限制。例如，当考虑有外力荷载（包括均布荷载和集中荷载）的管系，或多分支管系，或计算端点有角位移的管系，或具有中间约束（例如装有刚性支吊架或其它限位支架等）的管系，要找出弹性中心就很复杂。从计算精度上讲，对于斜管或带有弧元件的立体管系，应用弹性中心法也会产生一定的误差。因为，在计算中忽略了各投影面力矩之间互相关系的二次项，即在力的计算过程中忽略了不同投影面中力矩之间引起的变形能的关系项，这对于管系中带有斜管或较多弧元件时，误差就较大。

随着高温高压设备的应用，管道承受的温度和压力越来越高，管子直径和壁厚越来越大，管道的自重已不容忽视，而且在布置上往往需要采用多分支管系或环状管系，因此，仅仅采用简化的方法就不能适应发展的需要。

为了完成各种复杂管系的计算，人们直接用超静定结构计算的基本方法——力法来求解^{[1][55]}，并且考虑管道承受的集中荷载和均布荷载。根据卡斯提理安诺(Castigliano)定理，一个力的作用点沿此力方向的线位移，等于其变形能对该力的偏导数，即 $\delta_i =$

$\frac{\partial U}{\partial P_i}$ ，一个力矩作用点沿此力矩方向的角位移，等于其变形能对该力矩的偏导数，即 $\theta_i =$

$\frac{\partial U}{\partial M_i}$ 。然后，列出由弹性变形能求线位移和角位移的方程式，将端点的多余约束力作为未知数，未知数的数目等于管系的超静定数。由相应数量的变形协调方程来求解，求得计算管系端点的作用力和力矩。这种计算方法的应用范围广，可以计算具有外力荷载和位移荷载以及具有不同约束条件的简单管系或多分支管系或环状管系。它是管系作用力和力矩计算的基本方法。这种方法，可将管系上各类元件（直元件和弧元件）在集中荷载或均布荷载作用下的变形系数预先推导出来，并用表格列出，适用于笔算，也是电子计算机计算矩阵方法的基础。

除了上述两种常用的方法以外，自然也可以采用超静定结构静力计算的其它方法。

在五十年代，人们开始运用结构分析的矩阵方法来计算管系，求解管系端点的作用力、力矩和位移^[1]。矩阵理论表述简洁，便于描述多种荷载对复杂管系的作用，也便于利用电子计算机进行计算。它为管系柔性计算的发展开辟了新路。二十多年来，人们运用结构分析的矩阵方法，利用电子计算机进行管系的柔性计算发展很快，而且结合管系结构的特点，努力寻求理想的方法，编制了许多计算程序。近年来，我国除了采用经典的力法和位移法以外，还研究了等值刚度法、有限单元法、追赶位移法、始参数位移法等，并用来计算复杂管系，达到了相当的水平，计算结果也较为准确，使管系柔性计算方法前进了一步^[42]。

管道应力计算，主要是计算管道在内压、持续外载（包括自重）作用下和由于热胀、冷缩及其它位移受约束而产生的应力，使之满足管道本身和其连接的设备安全运行的要求。由于管系处在多向应力作用的复杂应力状态，它的失效或破坏，需要借助一定的强度理论来判别。目前在管道应力计算中采用较多的是最大剪应力强度理论。

管道应力验算的失效准则，最早采用的是弹性失效准则。它是以荷载引起的应力和应变在线性弹性范围内，管系不发生屈服作为限定值，仅计算综合应力对管系的影响，这显然是比较保守的。随着实践经验的积累和理论的发展，进一步采用了极限分析，以充分利用弹塑性材料的性能。极限分析认为，管壁上局部区域屈服，并不意味着管系就会失效或破坏，少量屈服的部分被周围的弹性材料所包围，还可以继续加载，直至一个或几个区域充分屈服，致使结构处在不变荷载下发生塑性流动的荷载，才是极限荷载。在近代，随着应力分析理论和实验技术的发展，根据由不同特征的荷载产生的应力性态和对破坏的影响不同，又进一步采用了应力分类方法，对不同性态的应力分别给予不同的限定值，从而更合理地考虑了管道的受载条件。管道上的应力一般分为一次应力、二次应力和峰值应力三类，并采用相应的应力分析验算方法^[3]。

管道由内压和持续外载产生的应力属于一次应力，它始终随所施加的外部荷载而变，没有自限性的特征。对于一次应力验算采用极限分析。

管道由于热胀、冷缩等变形受约束而产生的应力属于二次应力，它具有自限性的特征，当它超过材料的屈服极限时，由于局部屈服和产生小量的塑性变形，会使二次应力降

低下来，管系上的应力重新分布，冷状态和工作状态的应变自行调整到一定的均衡。因此，在有一定残余应力的情况下，仅仅应用极限分析还不能说明管道的失效，而需要采用安定分析的理论，以作为非蠕变温度下的管道在承受冷、热交变荷载下的设计基础。安定性是指管系结构不发生塑性变形的连续循环，如果在少数反复加载之后，变形稳定下来，随后结构除了蠕变效应以外，表现是弹性的。安定分析允许的最大弹性应力范围是屈服极限的两倍。

峰值应力是指管系结构不连续处由于局部应力集中而发生的一次应力和二次应力的增量，对于它的限定应当采用疲劳分析。

在工程中，由于管系的重要性的对安全运行可靠性的要求不同，运用以上应力分类和应力分析，将采用不同的应力验算方法。

对于火力发电厂汽水管道和其它工业企业的热力管道，一般不需要进行严格的应力分析验算，仅按一些建立在实验基础上的半经验的规范规则进行应力验算^{[2][40]}。对于一次应力的限定采用极限分析；对于热胀二次应力，考虑到由于屈服、高温下的蠕变和应力松弛，只要不产生蠕变应变的累积递增，可简化成交变应力范围下的弯曲疲劳破坏问题，这种交变应力的循环次数不象一般转动机械那样高，亦属于高应变低循环疲劳问题，需要管系具有一定的疲劳强度，因此，对二次应力的限定，采用验算许用应力范围和控制一定的交变循环次数；对于峰值应力的验算，也采用简化的方法，在验算二次应力（或一次应力加二次应力）的许用应力范围时，在三通、弯管等局部应力集中处，计入应力加强系数，以防止管件的疲劳破坏。

对于核电厂，由于要求管系的安全可靠性高，需要考虑的荷载更加全面，必须验算各种工作条件下的应力。对于非蠕变温度下管道，一次应力的验算采用极限分析，二次应力（或一次应力加二次应力）的验算采用安定分析，峰值应力的验算采用疲劳分析。对于高温蠕变管道（高温核电厂的管道），高温蠕变是一个复杂的问题，因为应变的集中往往大于应力的集中，因此，除了防止塑性破坏和蠕变破坏的应力限定以外，还要求满足变形的限定和累积应变的限定。除了防止短时间荷载引起的延性破坏外，还应防止长时间引起的蠕变破坏和蠕变-疲劳重迭作用下引起的破坏。这已属于非弹性应变分析的范畴。由于非弹性分析计算十分复杂，在工程实用上，除个别必须者外，往往采用偏于保守的弹性计算方法来验算蠕变和疲劳应变的累积损伤^[4]。近年来，对于高温蠕变管道应力分析方法的研究已逐渐为人们所重视，并且开始在高温核电厂管道和附件设计中应用。

当然，随着科学技术的进一步发展和现代化大工业的出现，管道应力分析与计算方法，还将不断发展和完善。

第二章 钢材性能与设计限定

火力发电厂汽水管道处在一定的压力、温度条件下工作，承受象内压、自重、温度这样一些静荷载，也承受象介质流动瞬态过程的冲击力、地震、振动等一些动荷载，使汽水管道处于较高的应力状态。此外，还可能由于加工制造或安装工艺的原因，而出现残余应力，或其它因素造成腐蚀等。对于高温管道，还有蠕变、应力松弛以及钢材性能和金相组织的变化，这些都严重地影响管道工作的安全可靠。

由于荷载和工作条件的差异，材料的破坏形式不尽相同。从汽水管道的破坏事故分析来看，主要有以下几种破坏型式：

- (1) 短时间内过量的塑性变形或胀裂；
- (2) 高温下过量的蠕变变形导致蠕变破坏或失稳；
- (3) 快速脆性断裂；
- (4) 高应变低循环疲劳断裂；
- (5) 累积的塑性变形导致逐渐的崩溃；
- (6) 弹性失稳和塌陷；
- (7) 应力腐蚀、腐蚀疲劳或一般腐蚀。

这几种破坏形式，并不是所有汽水管道都会遇到。主要取决于管道的工作条件和所承受的荷载。通常，对于非蠕变温度下工作的管道的破坏，只与荷载有关；在蠕变温度下工作的管道的破坏，则与荷载和时间有关。为了使管道安全可靠地工作，就必须正确地选用材料，进行尽可能准确的应力分析和计算，并给予适当的限定，以防止发生脆性破坏、塑性破坏或应力腐蚀等可能的破坏。在选材方面，为防止管道发生脆性破坏，需要选用具有足够塑性的钢材；为防止发生高温下的蠕变破坏，必须选用具有足够的持久强度、蠕变极限和持久断裂塑性以及在长期高温运行过程中具有良好的组织稳定性的钢材。总之，汽水管材料应具有良好的化学成分、金相组织结构、力学性能（机械性能）和加工性能，这些都是属于金属学的范畴，已有许多专门的论著，不再赘述。本章仅说明与管道应力分析和计算有关的钢材性能和设计的基本要求。

第一节 基础知识

钢材的特性可分为使用性能和工艺性能两大类。使用性能又可分为力学性能和化学性能。

力学性能又名机械性能，它表示钢材在外力作用下的特征，主要有两个：一个是强度特征，即钢材抵抗破坏的能力；另一个是变形特征，即材料受力时的变形能力。钢材的变形能力受着应力状态（单向、多向）、荷载特性（静荷载、动荷载和交变荷载）、运行条

件（运行方式、压力、温度）和表面状态的影响。研究钢材的力学性能，就是要确定其强度和变形的一些特征值，以作为选择材料和评价结构强度、刚度和稳定性的依据。

钢材的工艺性能是表示钢材在生产、加工、装配过程中的特征。工艺性能包括钢的冶炼性能，铸造性能，热加工、冷加工性能，切削、冷弯、焊接性能和热处理性能等。汽水管道元件都是经过一定的加工过程制成的，良好的工艺性能是保证钢材能顺利地实现各种加工过程，使制成的管道能够安全可靠地工作。

在管道应力分析与计算中，需要涉及钢材以下一些基本特性。

一、变形与应力

在外力（荷载）作用下，结构的总体或构件的形状和尺寸都会发生不同程度的变化，这种形状的改变，一般称为变形。过量的变形将最终导致结构的破坏。

构件的形状是多种多样的，为了研究的方便，构件的变形一般以直杆为典型例子。因其外形简单，长度远大于断面尺寸，它的轴线（横断面形心的连线）是直的。这样，当受外力作用时所产生的变形与直杆件原有的几何尺寸相比是微小的。在静力平衡条件下，可以近似地认为：外力的作用点和方向不随直杆的变形而改变，这样就可按直杆件变形前的尺寸进行计算，所造成的误差也是微小的。对于非直杆的构件，只要构件在外力作用下所产生的变形与构件原有的几何尺寸相比是微小的，均可作这样简化计算。管系的作用力、力矩计算也属于这类情况。

构件在外力作用下产生变形，就变形的性态而言，可分为弹性变形和塑性变形两大类，就变形的形式而言，可分为轴向拉伸（或压缩）、弯曲、扭转和剪切变形四种基本形式。

由构件变形性态得出物理条件（应力-应变）的关系，而变形的形式则说明荷载的类别。现将构件在外力作用下产生的变形性态、变形形式的特征分述如下。

（一）弹性变形

弹性几乎是自然界一切物体的基本属性。理想的弹性是指构件或物体在外力作用下产生变形，外力除去后完全回复其原来的形状，不遗留外力作用过的任何痕迹的性态。这种变形称为弹性变形。弹性变形仅与原子晶格的弹性歪曲有关。对于固体，只是在变形很微小才是弹性的。

对于弹性变形的构件或物体，其变形只与既定瞬间作用在构件或物体上的那些荷载（外力）有关，而与这些荷载如何逐渐由零值增长无关；并且，对于构件或物体的每一个温度，存在着应力与变形间单值的关系，而与时间无关。通常，这个关系是线性的，即在弹性范围内，应力与应变成正比。这个关系称为虎克定律。荷载在其作用点的位移上所耗的功具有可逆的形式，即它以弹性能的形式储藏在构件或物体中。储藏弹性能是衡量构件或物体承载能力的标志。

构件或物体的弹性及线性变形的概念是弹性理论的基础。这种构件的变形量与同时产生的应力之间具有最简单的线性关系，就是前面提到的虎克定律。这一线性关系的意义是：作用在弹性体上的外力（荷载）按照某一已知的比例逐渐地增加或者减少，则物体上任一点的应力、变形及位移（挠度、转角等）也按同一比例增加或减少。这个线性的关系

不但在单向变形状态下是如此，而且在一般的三维物体的情况下，有六个应力及应变分量作为虎克定律的自然推广，六个应力分量中的每一个都可以表示成六个应变分量的线性函数，组成了广义虎克定律。

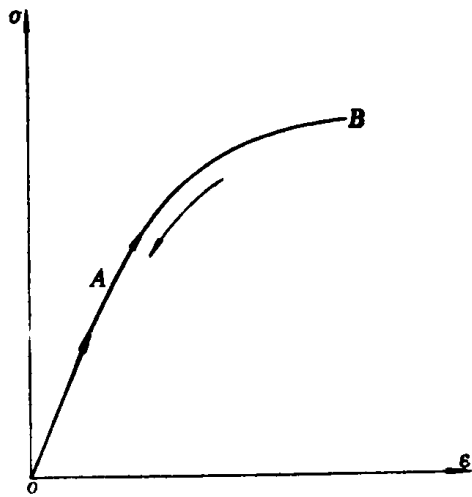


图 2-1 不服从虎克定律的弹性材料拉伸图

但是，有些材料在外力作用下的变形虽然表现出弹性状态，但与力的关系却是非线性的，如图 2-1 所示。在拉伸图中，力与变形（应力与应变）的关系是曲线 OAB。在这种情况下，必须采用此曲线的方程式 $\sigma = f(\epsilon)$ 作为物理的关系。当逐渐卸载时又沿着同一曲线 BAO 进行，并且以相反程序经历着与加载时沿 OAB 所出现的同样状态，回到原点 O，这即说明外力作用于物体时产生变形，外力除去后并没有留下残余变形，说明拉伸时沿 OAB 的过程是可逆的。这种构件或物体的变形，称为非线性弹性性态。

然而，用作汽水管道的钢材均属于弹塑性材料，在拉伸过程中，在比例极限阶段，它的变形是线性弹性性态的，在比例极限与屈服极限间的变形呈现非线性弹性性态。对于非线性弹性性态，可采用分段线性来近似表示，因为线性弹性性态的原理在各小增量范围中也适用。

概括上述，管材的弹性变形有三个特征：

- (1) 具有可逆性，即外力去除后变形便完全消失，构件或物体回复原状。
- (2) 弹性变形量很小。
- (3) 应力和应变成线性关系，即服从虎克定律。

(二) 塑性变形

构件或物体在荷载作用产生变形，当除去荷载后，构件或物体的形状不能复原，即遗留下了该荷载作用下的残余变形，或称为非弹性的塑性变形。这种变形是由于结晶体材料中某些晶格层与其它层间有不可恢复的相对位移，在荷载除去后已移动的原子层保留现有的位置。构件或物体的非弹性的塑性变形往往是当它受较大的荷载时才发生的。

塑性变形分量与力的关系没有象弹性变形中有广义的虎克定律那样统一的基本变形定律，因为构件或物体的塑性（这里说的塑性是指材料在拉应力作用下，在破坏前具有承受塑性变形的能力）性质是很不相同的，并随着外界条件（例如温度、工作过程的持续性等）而变。如在常温的条件下，高强度钢材的塑性变形是与时间无关，即其力学性质实际上与变形速度无关；但在高温条件下工作时，就发生随着时间而增长的非弹性变形，如蠕变，其力学性质与变形速度有关。这是塑性变形特征之一。

另外，塑性变形分量与力之间为非线性的关系，它的基本物理方程式为非线性，这是塑性变形的另一特征。

对于塑性变形和各阶段所产生的应力，与材料的性能和非弹性理论有密切的关系，在

单向拉伸时逐渐增加荷载产生变形的场合下，描述物体塑性性态的物理方程（应力、应变、位移及它们之间的关系）与具有同一拉伸图的非线性弹性物体的物理方程是相同的，但在卸荷载的场合下变形时塑性物体与非线性弹性物体的物理方程就不相同，因塑性变形卸载按另一规律进行。即在塑性变形过程中加荷载与卸荷载，变形规律是有区别的。

但是，不能机械地认为只有某些特殊材料并且只是在充分大的变形时才具有塑性变形的性态。在某些条件下，也可能产生少量可以忽略的塑性变形。如承受内压的管道当内壁最大应力达到材料的屈服极限时，内壁的一部分产生塑性变形，但是并不意味着管道立即破坏，因为管壁材料的绝大部分还处于弹性性态，它将约束内壁塑性变形，不能任意流动，只要内压不再升高，塑性性态的部分不会沿壁厚方向从内壁向外壁扩展而保持着稳定的平衡。

（三）应力

在外力作用下，构件发生变形，这说明构件材料内部在外力作用下变形时原子间的相对位置产生了变化，同时原子间的相互作用力（吸引力与排斥力）也发生了改变。这种力的改变量称为内力。

因此，在外力作用下构件发生变形时材料也相应地产生附加内力。这个内力抵抗外力改变其形状。为了说明内力对已变形构件影响的程度，以直杆件为例，如图 2-2 所示的棱柱形杆件，它是等截面和直轴线的杆件。假设杆件的两端作用有使它产生均匀伸长或拉伸的轴向力 P ，假想沿杆的横截面 $m-m$ 将杆截分为 I、II 两段，在外力 P 的作用下杆的两段均力求分开，而由于断面 mm 两边的原子间的相互作用力联系在一起，杆件的 mm 断面有内力存在，这内力就是右段杆件对左段杆件的作用力。若杆件的材料是均匀连续的，内力在截面上也是连续分布的，以 N 表示分布在杆件断面上内力的合力，由于 P 与 N 是共线力系，由 I 段力的平衡方程可得：

$$N = P$$

内力 N 的作用线与杆件的轴线重合。这种内力称为轴向力。

内力是沿整个断面 mm 连续分布的，单位面积上内力的强度即称为应力，以“ σ ”表示。

因此，应力是反映构件（材料）受力程度的物理量，由作用力及反作用力恒等的定律可知，II 段作用于 I 段及 I 段作用于 II 段的应力是互等的。

设杆件的断面积为 A ，可得应力：

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

式中 σ —— 应力。

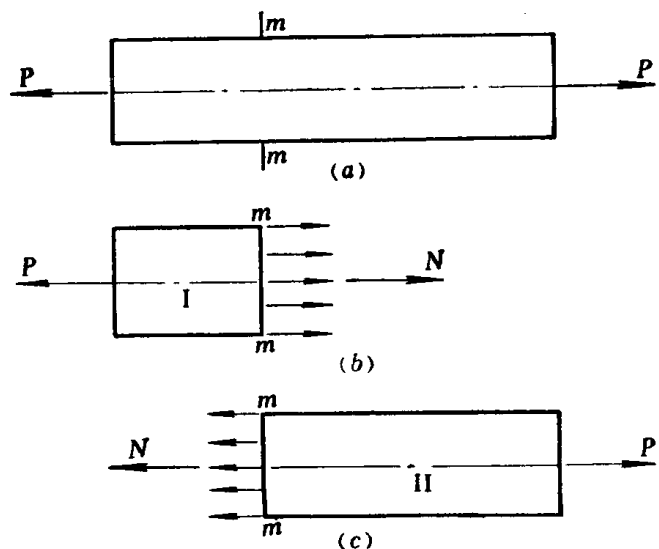


图 2-2 受拉伸杆件

因为 $N = P$, 故 $\sigma = \frac{P}{A}$ 。应力不仅有大小, 而且与它所在截面的方向有关。通过变形体内任一点的任何截面, 都有一个应力矢量。一点的应力状态是指该点各个截面上的应力全体。

(四) 应变和弹性模数

构件或物体受外力(荷载)作用下将产生变形, 为表明变形的程度, 需计算单位长度内的变形, 即应变, 以“ ε ”表示。它是与应力相对应、用以反映物体变形程度的物理量。如以杆件受拉伸为例, 若杆件的轴向变形量 Δl , 杆件的原长为 l_0 , 则轴向线应变为:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

由上式可知, 应变为一无量纲的量, 其数值则等于每一单位长度的伸长量。变形的基本形式有四种, 故应变的基本形式也同样有四种。现分述如下。

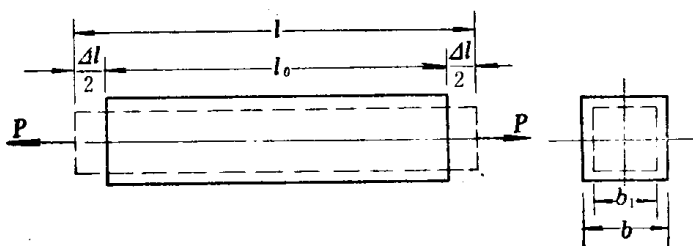


图 2-3 拉伸变形

1. 轴向拉伸或压缩变形

这种变形是由一对大小相等、方向相反、作用线与杆件轴线重合的外力 P 所引起的。在这种外力作用下, 杆的长度将伸长(图2-3)或缩短(图2-4)。当荷载 P 不作用于形心处时, 杆件将产生弯曲。

设杆件的原长为 l_0 , 横向宽度为 b , 当杆件受拉力 P 的作用后, 长度伸长至 l , 于是杆件的轴向伸长量为:

$$\Delta l = l - l_0$$

若杆件的材料为低碳钢, 在杆件的变形呈弹性状态时, 则杆件的单位长度伸长量(应变)与作用于杆件单位面积上的力(应力)成正比, 按虎克定律则它的表达式为:

$$\frac{\Delta l}{l_0} \propto \frac{P}{A}$$

若上式的比例常数为 E , 则得:

$$\Delta l = \frac{Pl_0}{EA}$$

因这一表达式符合虎克定律, 常数 E 称为弹性模数或弹性模量。它随材料和温度的不同而异。

根据上述“应力”、“应变”的物理意义, 可以得到应力与应变的关系式:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \quad \text{或} \quad \sigma = E\varepsilon \quad (2-1)$$

式(2-1)的物理意义是: 当杆件受拉伸, 应力不超过某一限度时, 正应力与轴向应变成正比例关系。由于单位长度的伸长量(应变)是一个无量纲的量, 弹性模数的单位与正应力

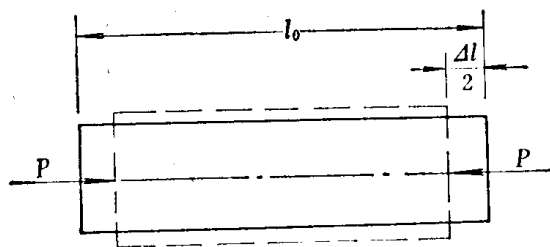


图 2-4 压缩变形

的单位相同，亦为单位面积上的力。

弹性模数 E ，代表材料在受到拉伸（或压缩）作用时对弹性变形的抵抗能力。当杆件的长度、断面积、外力 P 以及温度均相同的条件下， E 的数值越大，杆件的轴向伸长（变形）越小，这说明在一定的应力作用下产生的弹性变形量越小。材料的弹性模数大小，决定于金属的晶格类型和晶格常数，金属晶粒中原子间作用力的大小。但合金化、热处理、冷热加工等均可改变力学性能，但对晶格常数变化的影响较小，所以弹性模数是金属材料最稳定的性质之一。杆件在受轴向拉伸时，线性弹性伸长量与外力（荷载）成正比，与弹性模数和断面的乘积成反比。当 EA 乘积越大，杆件的伸长量越小，亦即杆件的刚度越大，杆件变形越小。因此， EA 称为杆件的抗拉刚度，又名轴向刚度。故弹性模数 E 也可说是衡量材料刚度的指标。

在应力分析和计算中，为便于分析，常用单位刚度的概念。对受拉杆件而言，它的刚度定义是产生单位变形所需要的力，其值为杆件的轴向刚度与它的长度的比值 $\frac{EA}{l_0}$ 。与刚度的物理意义相对的是柔度，柔度的定义是单位荷载引起的变形。因此，杆件的柔度为刚度的倒数，即 $\frac{l_0}{EA}$ 。刚度和柔度在管道应力分析和计算中具有重要的作用。

泊松比 ν ，由图2-3看出，当杆件受轴向拉伸时，除产生轴向伸长 Δl 外，同时，其宽度也变小，由原来 b 成为 b_1 ，即产生横向变形，其量 $\Delta b = b - b_1$ ，得单位轴向变形为：

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

单位横向变形为：

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta b}{b}$$

由于 Δb 为缩小量，即为负值，故 ε_1 也为负值。在弹性范围内，横向线应变与轴向线应变之比为一常数，此常数的绝对值称为泊松比，以“ ν ”表示，表达式为：

$$\nu = \left| \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \right| \quad (2-2a)$$

当杆受拉伸时，轴向线应变 ε 与横向线应变的符号恒相反，故有：

$$\varepsilon_1 = -\nu \varepsilon \quad (2-2b)$$

将式（2-1）代入式（2-2b），可得：

$$\varepsilon_1 = -\nu \frac{\sigma}{E} \quad (2-2c)$$

即横向线应变与断面上的正应力成正比，但符号相反。

泊松比为材料性质的另一特征，对各向同性的材料（各方向弹性性质相同的材料），弹性模数 E 和泊松比 ν 更可以充分说明其弹性状态。

泊松比的数值，对汽水管道常用的钢材，由试验得出，在弹性状态下约在0.25至0.35之间，在实用计算中取为0.3。但是，它随着钢材塑性变形的发展而增加，对于塑性状态下可近似地取为0.5。

泊松比的单位，与轴向线应变单位相同，是一个无量纲的量。

以上只是叙述关于杆件受轴向拉伸荷载时产生轴向伸长和横向收缩（宽度减小）的变化。当杆件受轴向压缩荷载时，也将产生轴向、横向线应变，但变形的形式与受拉伸时相反，即轴向缩短， Δl 为负值，横向增大， Δb 为正值。对于汽水管道常用的钢材，受拉伸与受压缩时的弹性模数或泊松比是相同的，在应力分析和计算中，分别可取用相同的数值。

2. 弯曲变形

当杆件承受与它的纵向轴线垂直的荷载或纵向轴线平面内的力偶作用时，杆的纵向轴由原来的直线变成了弧线，受弯的杆件如图2-5a所示。

如断面形状为矩形的梁，当外力作用于它的对称平面XY内，梁的纯弯曲变形也将发生在这平面内，其结果如图2-5b所示，梁两相邻断面 mn 、 pq 相对地绕垂直XY平面的轴线旋转，仍保持为平面且垂直于纵向纤维，梁的底部的纵向纤维受拉伸而增长，顶面受压缩而缩短。梁的纯弯曲变形是连续的，按这一性态，在梁的底部、顶面间有一中性层（中性面） O_1O_2 ，其纵向纤维的长度无变化，中性层与断面的交线称为中性轴，如图2-5c所示的Z轴。

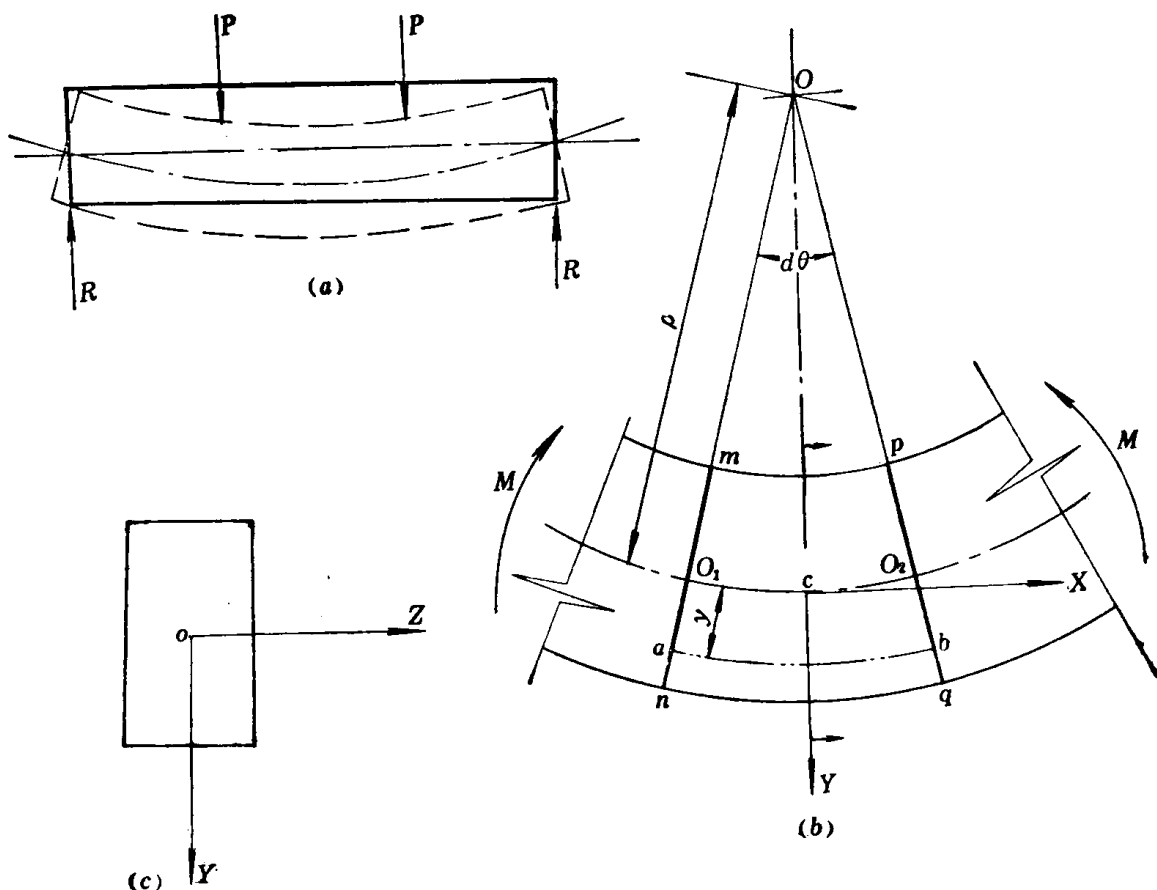


图 2-5 弯曲变形

在图2-5b中，设 mn 、 pq 的延长线交于O点，夹角为 $d\theta$ 。设中性纤维 O_1O_2 的曲率半径为 ρ ，则距中性纤维 y 处的 ab 纤维，变形前原长为：

$$\overline{ab} = \overline{O_1O_2} = \widehat{O_1O_2} = \rho d\theta$$

变形后的长度为：

$$\widehat{ab} = (\rho + y)d\theta$$

纤维 ab 的增长量为：

$$\widehat{ab} - \overline{ab} = (\rho + y)d\theta - \rho d\theta = yd\theta$$

纤维 ab 的纵向线应变为：

$$\varepsilon = \frac{\widehat{ab} - \overline{ab}}{\overline{ab}} = \frac{yd\theta}{\rho d\theta} = \frac{y}{\rho}$$

这就是说，梁在弯曲变形时，它的纵向应变与该点到中性层的距离成正比。当所研究的纵向纤维层位于中性层以下时，因为纤维受拉伸，应变为正；位于中性层以上时，因为纤维受压缩，应变为负。以上是从杆件变形的几何图形导出的，故与材料性质无关。

上面所述的是设想梁由许多纵向纤维层所组成，彼此之间无相互挤压，各层纤维只受轴向拉伸或压缩，杆件的变形呈弹性，材料服从虎克定律。按式(2-1)可得正应力为：

$$\sigma = E \frac{y}{\rho}$$

即正应力沿梁的截面高度而变化，与至中性层的距离成线性变化，如图2-6所示。在中性层以下为拉应力，中性层以上为压应力，这些应力的合成必须与作用于该断面上的弯矩 M 等效。由静力学证明，中性轴通过断面的形心。按这一特性，应用静力平衡条件，则得到计算梁变形的基本公式：

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ} \quad (2-3)$$

式中 $\frac{1}{\rho}$ ——梁弯曲的曲率；

M ——弯矩；

E ——材料的弹性模数；

J ——断面对中性轴（即形心轴）的惯性矩。

式(2-3)的意义是：弯曲变形的梁纵轴曲率与弯矩 M 成正比，而与 EJ 成反比。 EJ 值越大，梁的抗弯能力越大，梁的曲率越小，故 EJ 称为梁断面的抗弯刚度。

将式(2-3)代入纯弯曲的正应力公式，则得：

$$\sigma = \frac{My}{J} \quad (2-4)$$

梁断面的最大拉应力和最大压应力位于距中性轴最远的点上，即

$$\sigma_{max} = \pm \frac{My_{max}}{J}$$

上式说明，纯弯曲时的最大拉应力与最大压应力在数值上相等，但符号相反。

若令 $W = \frac{J}{y_{max}}$ ，则

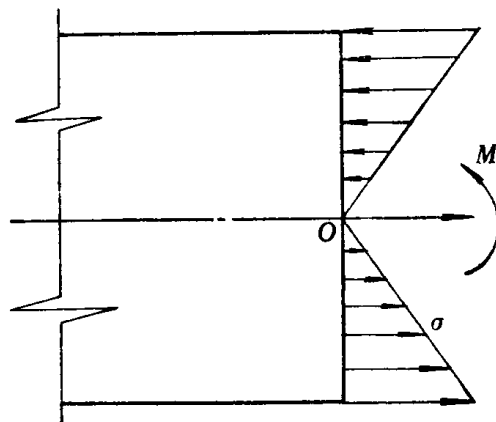


图 2-6 弯矩与弯曲应力

$$\sigma_{max} = \pm \frac{M}{W} \quad (2-5)$$

式中 W ——断面抗弯矩。

以上分析的梁的正应力是在纯弯曲，断面上无剪力作用时的情况。若断面上有剪力作用时，则产生断面翘曲变形，这样，弯曲之前的平面在弯曲之后就不能保持为平面，使梁的性态复杂化。但按精确的分析表明，根据式(2-4)计算的正应力，在剪力作用下和出现翘曲时也没有多大影响，甚至在非均匀弯曲时，用纯弯曲理论计算正应力仍是合理的。为此，在进行管道应力分析和计算弯曲变形时，均采用纯弯曲理论。

由弯曲变形产生的拉应力和压应力，是按法向作用在断面上，故也称为法向应力。

3. 剪切变形

这种变形是杆件受到一对大小相等、方向相反、作用线相距很近的外力作用时所产生的。它的特征是在上述外力作用下杆的两个外力作用线间的各断面将沿力的作用方向（垂直于杆件轴线的方向）发生相对错动。发生相对错动的断面称为受剪面。

受剪面上的总剪力 Q 除以受剪面积即得剪应力的平均值，即

$$\tau_p = \frac{Q}{A} \quad (2-6)$$

由于剪应力总是与受剪面相切，因此又称为切向应力。切向应力与法向应力之间的主要区别则在于它们方向上的不同。剪应力有两个特征，一是单元体上的剪应力总是存在于两个相互垂直的平面上；二是该两垂直平面上的剪应力总是大小相等而方向相反。

如图2-7a所示的一个六面体单元，假设这六面体单元没有法向作用力，仅承受沿顶面分布的剪应力 τ ，为了使单元体在水平方向处于平衡，在单元体底面上必须还作用有大小相等而方向相反的剪应力。另外，单元顶面和底面上的剪应力会产生力矩，这个力矩必须由作用于单元两竖直面上的剪应力的力矩来平衡，这些竖向剪应力也必须等于 τ 。

纯剪切时六面体单元的正面 $abcd$ 的变形如图2-7b所示，由剪应力的作用而产生剪切应变 γ ，它等于该单元顶边对于底边水平滑动量除以单元高度。当材料具有线性弹性性态时，则剪应力与剪切应变成正比，可得剪切虎克定律方程：

$$\tau = G\gamma \quad (2-7)$$

式中 G ——材料的剪切弹性模数。

剪切弹性模数表示材料在线性弹性性态时抵抗剪切变形的能力，它的单位也是单位面积上的力。

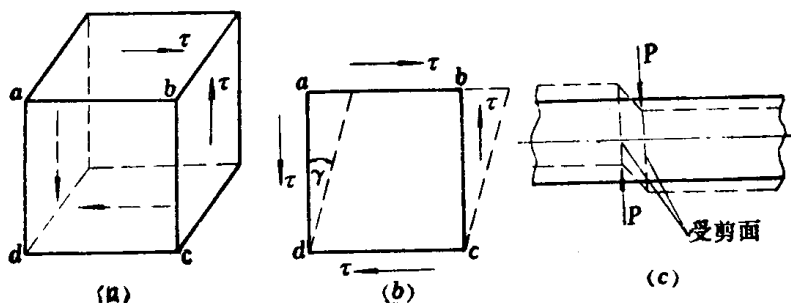


图 2-7 剪切变形