邮电高等学校专科教材

工程电磁场

黄新娣 编

人民邮电出版社

邮电高等学校专科教材

工 程 电 磁 场

黄新娣　编

人 民 邮 电 出 版 社

登记证号(京)143号

内容提要

本书主要内容由两部分组成，第一部分是电磁场产生的过程，从实验定律引出麦克斯韦方程，讲述了电磁场的基本概念、基本方程和计算方法。第二部分为麦克斯韦方程的应用，讨论了均匀无耗传输线的传输特性和基本计算，并介绍了波导、谐振腔的特性参量及基本辐射特性。

本书为邮电高等学校专科教材，也可作从事电类各专业的工程技术人员的参考书。

邮电高等学校专科教材

工 程 电 磁 场

黄新娣 编

•

人 民 邮 电 出 版 社 出 版

北京东长安街27号

人民邮电出版社河北印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

•

开本：850×1168 1/32　　1991年11月　第 一 版

印张：13 8/32 页数：212　插页：1　1991年11月河北第1次印刷

字数：351　千字　　印数：1 — 1 000　册

ISBN 7-115-04563-1/G·131

定价：4.35元

前言

本教材是邮电高等学校专科教材。是由邮电高等院校电磁场与微波技术教学指导委员会评审并推荐出版的。

本课程参考教学时数为50学时，主要内容由两部分组成，第一部分为电磁场基本理论，包括电磁场理论产生的历史过程和从具体的实验定律出发来引出麦克斯韦方程，讨论了电磁场的基本概念、基本方程和基本计算方法。第二部分为麦克斯韦方程的应用，包括均匀无损耗传输线的传输特性和基本计算，波导、谐振腔的特性和参量。最后讲述了基本辐射特性。

在编写过程中，电磁场与微波技术专业教学指导委员会的委员们对本教材的修改提出了许多宝贵的建议。南京邮电学院无线电工程系曹伟教授也对本书的编写提出了不少具体意见。南京长江机器制造厂张月芳同志为本书绘制了全部插图，在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免存在一些缺点和错误，希望读者批评指出。

编者　1990.3

目　　录

第一章　静　电　场

本章介绍静电场中的主要物理量电场强度矢量和标量电位。计算各种电荷分布时的电场强度和电位。讨论静电场的两个基本性质有源性和无旋性，以及表明这两个基本性质的基本方程。用基本方程的积分形式讨论两种媒质分界面上的边界条件，用静电场的微分方程求解静电场的边值问题。

1.1　电场强度

电荷的周围存在着一种特殊形式的物质，称为电场。相对于观察者为静止的、且电量不随时间而变的电荷所引起的电场，称为静电场。静电场的一个重要特性是对放置在这种场中的另一个电荷有力的作用。我们用一个相当微小的、对静电场影响可以略去不计的单位正电荷作为试验电荷，把它放在场中的不同位置上，它所受到场的作用力的大小和方向都是不同的。我们就用这个试验电荷所受到的力来描述电场的性质。

设在静电场中有试验电荷q_t，受到的静电场的作用力为$\boldsymbol{F}$，则电场强度$\boldsymbol{E}$为

$$\boldsymbol{E}(x,\ y,\ z)=\lim_{q_t\to 0}\frac{\boldsymbol{F}(x,y,z)}{q_t} \tag{1-1}$$

电场强度$\boldsymbol{E}$就是用来说明静电场特性的基本物理量，是一个矢量，它的方向为试验电荷所受到静电力的方向，它的大小相当于单位电荷所受到的力的大小。点的位置不同，$\boldsymbol{E}$的大小和方向也不同。故$\boldsymbol{E}$是一个空间坐标的函数。空间电场强度的分布组成了一个矢量场。

由库仑定律知，在无限大真空中，两个点电荷Q_1和Q_2之间的作用力与两点电荷的电量成正比，与它们之间的距离R_{12}平方成反比

$$\boxed{F=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0R_{12}^2}} \tag{1-2}$$

式中

$$\boxed{\varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\doteq\frac{1}{36\pi}\times10^{-9}(\mathrm{F/m})}$$

把式(1-2)写成矢量形式

$$\boxed{\boldsymbol{F}=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0R_{12}^2}\boldsymbol{a}_{12}} \tag{1-3}$$

$\boldsymbol{a}_{12}$为$\boldsymbol{R}_{12}$的单位矢量

$$\boxed{\boldsymbol{a}_{12}=\frac{\boldsymbol{R}_{12}}{|\boldsymbol{R}_{12}|}=\frac{\boldsymbol{R}_{12}}{R_{12}}=\frac{\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1}{|\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1|}} \tag{1-4}$$

例1-1 在无限大真空中，如图1-1。$Q_1=3\times10^{-4}$C位于P(1,

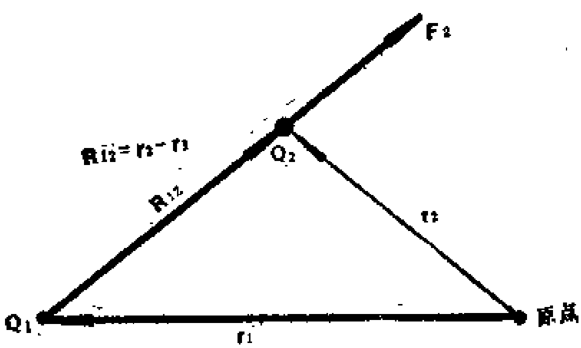

图 1-1 电荷间的作用力

2，3)及另一电荷$Q_2=-10^{-4}$C位于q(2，0，5)，则所受的力计算如下：

$$\boldsymbol{R}_{12}=\boldsymbol{r}_2-\boldsymbol{r}_1=(2-1)\boldsymbol{a}_x+(0-2)\boldsymbol{a}_y+(5-3)\boldsymbol{a}_z$$
$$=\boldsymbol{a}_x-2\boldsymbol{a}_y+2\boldsymbol{a}_z$$

$$R_{12}=|\boldsymbol{R}_{12}|=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$$

$$\boldsymbol{a}_{12}=\frac{\boldsymbol{a}_x-2\boldsymbol{a}_y+2\boldsymbol{a}_z}{|\boldsymbol{R}_{12}|}=\frac{\boldsymbol{a}_x-2\boldsymbol{a}_y+2\boldsymbol{a}_z}{3}$$

$$\boldsymbol{F}_2=\frac{3\times10^{-4}(-10^{-4})}{4\pi\left(\frac{1}{36\pi}\right)\times10^{-9}\times9}\left(\frac{\boldsymbol{a}_x-2\boldsymbol{a}_y+2\boldsymbol{a}_z}{3}\right)$$

$$=-30\frac{(\boldsymbol{a}_x-2\boldsymbol{a}_y+2\boldsymbol{a}_z)}{3}(\mathrm{N})$$

力的大小为30(N)，力的方向由单位矢量确定，也可以把$\boldsymbol{F}_2$表示为三个分矢量

$$\boldsymbol{F}_2=-10\boldsymbol{a}_x+20\boldsymbol{a}_y-20\boldsymbol{a}_z$$

作用在Q_1上的力$\boldsymbol{F}_1$与$\boldsymbol{F}_2$大小相等，方向相反

$$\boxed{\boldsymbol{F}_1=-\boldsymbol{F}_2=\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0R_{12}^2}\boldsymbol{a}_{21}=-\frac{Q_1Q_2}{4\pi\varepsilon_0R_{12}^2}\boldsymbol{a}_{12}} \tag{1-5}$$

库仑定律是线性的，如果Q_1变为nQ_1，则作用力变为$n\boldsymbol{F}_2$。当电场中有多个点电荷时，我们把从坐标原点到第k号源点(x_k',y_k',z_k')的距离相量用$\boldsymbol{r}_k'$表示，且令从该源点到场点($\boldsymbol{r}$)的距离向量为$\boldsymbol{R}_k$，则$\boldsymbol{R}_k=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'$，$\boldsymbol{R}_k$方向的单位向量为$\boldsymbol{a}_k=\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'|}$，设有$n$个点电荷$Q_1$，$Q_2$，…，$Q_k$，…$Q_n$，分别位于$\boldsymbol{r}_1'$，$\boldsymbol{r}_2'$，…，$\boldsymbol{r}_k'$，…，$\boldsymbol{r}_n'$，则它们作用于场点$\boldsymbol{r}$上的点电荷$Q_0$的力，可表示成

$$\boldsymbol{F}_0=\frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'|^2}\cdot\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'|}$$

$$= \frac{Q_0}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k}{R_k^2}\boldsymbol{a}_k \tag{1-6}$$

式(1-6)表明，在无限大真空中，一个点电荷受到其余多个点电荷对它的作用力，可根据库仑定律并应用叠加原理求得，这是因为ε_0是一个常数，称为真空介电常数，所以真空是一种线性媒质。

在式(1-6)中，表明场源（例如点电荷）所在处，简称源点，源点位置用加撇坐标(x'，y'，z')或($\boldsymbol{r}'$)表示。另一类需要确定场量的点简称场点，其位置用不加撇的坐标(x，y，z)或($\boldsymbol{r}$)表示。

根据电场强度的定义和库仑定律，可以求得在无限大真空中位于原点上的点电荷Q在离它r远处产生的电场强度

$$\boldsymbol{E}(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{a}_r \tag{1-7}$$

如果点电荷所在处的坐标为($\boldsymbol{r}'$)，则它对场点($\boldsymbol{r}$)引起的电场强度如图1-2所示为

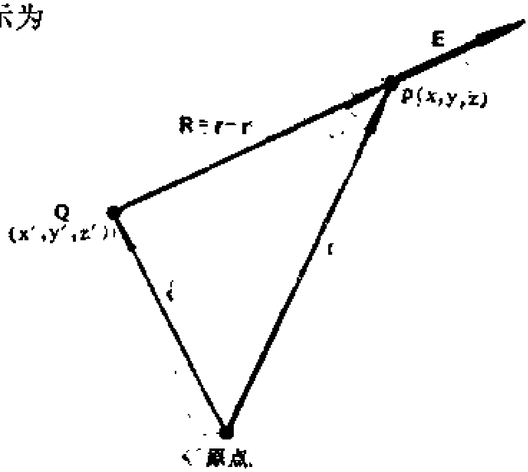

图 1-2 点电荷的电场

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^2}\ \frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|}$$

$$= \frac{Q(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}')}{4\pi\varepsilon_0|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}$$

$$=\frac{Q[(x-x')\boldsymbol{a}_x+(y-y')\boldsymbol{a}_y+(z-z')\boldsymbol{a}_z]}{4\pi\varepsilon_0[(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2]^{3/2}}\tag{1-8}$$

在无限大真空中，多个点电荷在某一场点所引起的电场强度，可根据式(1-8)并应用叠加原理求得

$$\boldsymbol{E}(x,y,z)=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2+\cdots+\boldsymbol{E}_k+\cdots+\boldsymbol{E}_n$$

$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum_{k=1}^{n}\frac{Q_k}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'|^2}\quad\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_k'|}\tag{1-9}$$

在国际单位制中，电场强度的单位是伏/米(V/m)

当荷电体的尺寸与它到场点的距离相比不是很小时，则不能把此电荷看成点电荷，如在真空管中，控制栅极和阴极之间充满着电子，又如带电荷的无限大导板和无限长直导线在其附近产生的场强就不能直接用库仑定律，而必须把电荷分小，引入电荷密度的概念。

如图1-3，在体积V'内，电荷连续分布，位于$\boldsymbol{r}'$处的体积元$\Delta V'$内的净电荷是$\Delta q(\boldsymbol{r}')$，则在该源点的体电荷密度$\rho$定义为

$$\boxed{\begin{aligned}\rho(\boldsymbol{r}')&=\lim_{\Delta V'\to 0}\frac{\Delta q(\boldsymbol{r}')}{\Delta V'}\\&=\frac{dq(\boldsymbol{r}')}{dV'}\end{aligned}}\ (\mathrm{C/m^3})\tag{1-10}$$

则$dq(\boldsymbol{r}')=\rho(\boldsymbol{r}')dV'$可以看成是点电荷

当电荷连续地分布于厚度可以忽略的面积上时，就引入面电荷密度σ，它的定义是

$$\boxed{\sigma(\boldsymbol{r}')=\lim_{\Delta S'\to 0}\frac{\Delta q(\boldsymbol{r}')}{\Delta S'}=\frac{dq(\boldsymbol{r}')}{dS'}}\ (\mathrm{C/m^2})\tag{1-11}$$

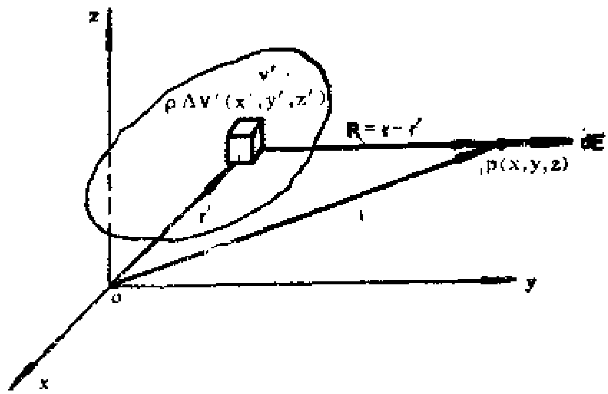

图 1-3 体电荷的电场

当电荷沿截面积可以忽略的线形区域分布时，就引入线电荷密度 τ，它的定义是

$$\boxed{\tau(\boldsymbol{r}')=\lim_{\Delta l'\to 0}\frac{\Delta q(\boldsymbol{r}')}{\Delta l'}=\frac{dq(\boldsymbol{r}')}{dl'}} \quad (\mathrm{C/m})$$

(1-12)

这样，作不同分布的电荷元dq可以分别表示为$\rho dV'$，$\sigma ds'$，和$\tau dl'$。计算电场时，对任何电荷分布，可以把它们分成许多电荷元dq，而把每一个电荷元看成点电荷，因此，根据式(1-8)，在无限大真空中，位于($\boldsymbol{r}'$)处的电荷元dq在场点($\boldsymbol{r}$)引起的电场强度为

$$d\boldsymbol{E}=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3} \tag{1-13}$$

应用叠加原理，全部电荷在场点($\boldsymbol{r}$)引起的电场强度为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}dq \tag{1-14}$$

例1-2 求图1-4所示以线电荷密度 τ 均匀分布的无限长线电荷在真空中引起的电场。

设无限长密度为 τ 的线电荷位于圆柱坐标系的 z 轴，则电场具

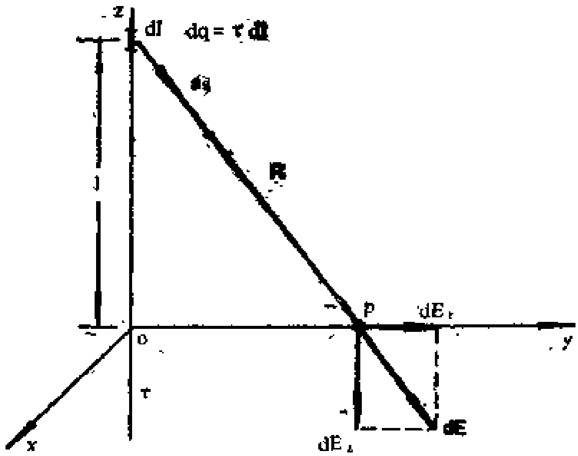

图 1-4 线电荷产生的电场

有轴对称性，且与坐标 z 无关。在空间任取一点P，以P点作 z 轴的垂线交于 z 轴的 o，在距 o 点为 l 处取 $dq=\tau dl$，它在 P点产生的场$d\boldsymbol{E}'$可用(1-13)式计算：

$$d\boldsymbol{E}'=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'}{|\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}'|^3}=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{r\boldsymbol{a}_r-l\boldsymbol{a}_z}{|\boldsymbol{R}|^3}$$

$$=\frac{\tau(r\boldsymbol{a}_r-l\boldsymbol{a}_z)}{4\pi\varepsilon_0R^3}dl$$

在$z'=-l$处也取一电荷元dq，则此电荷元在P点产生的场强$d\boldsymbol{E}''$为

$$d\boldsymbol{E}''=\frac{\tau(r\boldsymbol{a}_r+l\boldsymbol{a}_z)}{4\pi\varepsilon_0R^3}dl$$

$$d\boldsymbol{E}=d\boldsymbol{E}'+d\boldsymbol{E}''=\frac{\tau r\boldsymbol{a}_r}{2\pi\varepsilon_0R^3}dl$$

$$dE_r=\frac{\tau r}{2\pi\varepsilon_0R^3}dl=\frac{\tau r}{2\pi\varepsilon_0(r^2+l^2)^{3/2}}dl$$

$$E_r=\int_0^\infty dE_r=\int_0^\infty\frac{\tau r}{2\pi\varepsilon_0(r^2+l^2)^{3/2}}dl$$

$$=\frac{\tau r}{2\pi\varepsilon_0}\left.\frac{l}{r^2(r^2+l^2)^{1/2}}\right|_0^\infty$$

$$E_r=\lim_{l\to\infty}\left\{\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}\cdot\frac{1}{\left[1+\left(\frac{r}{l}\right)^2\right]^{1/2}}\right\}$$

$$\boxed{E_r=\frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0 r}} \tag{1-15}$$

由结论可知，无限长直导线在空间产生的场，只有a_r方向分量，无E_z、E_φ分量，且E_r与变量φ及z无关，只随坐标变量r变化。

例1-3 求真空中无限大面电荷产生的场，设面电荷密度为σ，取直角坐标系，把面电荷放在yoz平面，如图1-5所示。

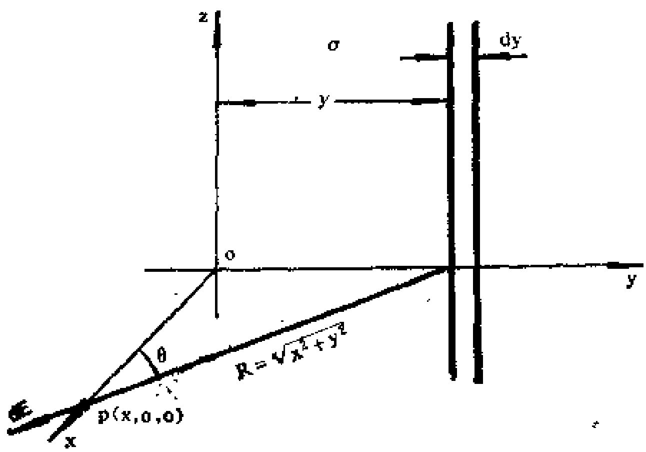

图 1-5 面电荷产生的电场

解 把无限大导面分成宽度为dy的条带，每一根导带可以看成无限长直导线，其线电荷密度$\tau=\sigma dy$，则每一根线电荷在空间产生的场可以用例1-2的结论。在空间任取一点P，作导面的垂线交于o点，把o点取为坐标原点，垂线为x轴，则P点的坐标为$(x, 0, 0)$。同样在$-y$处取一条带，则二条带在P点产生的场强y方向分量相消，只有x方向分量。

$$dE_x=\frac{\sigma dy}{2\pi\varepsilon_0 R}\cos\theta=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\quad\frac{xdy}{x^2+y^2}$$

$$E_x=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sigma xdy}{2\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\,dy}{x^2+y^2}$$

$$=\frac{\sigma}{2\pi\varepsilon_0}\mathrm{tg}^{-1}\frac{y}{x}\Bigg|_{-\infty}^{\infty}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

若P点取在$-x$轴方向，则

$$E_x=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

为统一表示，用单位矢量$\boldsymbol{a}_n$，$\boldsymbol{a}_n$的方向垂直于导面向外。

$$\boxed{\boldsymbol{E}=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_n} \tag{1-16}$$

由式(1-16)知，面电荷密度为σ的无限大导面在空间产生的场为均匀场，其大小相等，方向相同。

若在$x=a$处放一面电荷为$-\sigma$的无限大导面，则在空间各点产生的场为二块无限大导面产生的场的叠加

$x>a$ $\qquad \boldsymbol{E}_+=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x \qquad \boldsymbol{E}_-=\frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x$

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=0$$

$x<0$ $\qquad \boldsymbol{E}_+=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x \qquad \boldsymbol{E}_-=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x$

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=0$$

$0<x<a$ $\qquad \boldsymbol{E}_+=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x \qquad \boldsymbol{E}_-=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x$

$$\boxed{\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_++\boldsymbol{E}_-=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\boldsymbol{a}_x} \tag{1-17}$$