

制图投影原理 简明手册

于春林 编译



黑龙江科学技术出版社

封面设计：刘连生

制图投影原理简明手册

于春林 编译

黑龙江科学技术出版社出版

(哈尔滨市南岗区分部街 28 号)

黑龙江新华印刷厂附属厂印刷 · 黑龙江省新华书店发行

开本 787 × 1092 毫米 1/16 · 印张 9 字数 180 千

1984 年 9 月第一版 · 1984 年 9 月第一次印刷

印数：1—6,400

书号：13217 · 121

定价：1.10 元

编 译 前 言

工程制图投影原理的内容十分丰富,欲在较短时间内掌握它的全部内容,特别是对于自学读者来说,是件比较困难的事情。为了帮助读者在较短的时间内掌握有关投影(特别是正投影)理论的基本要点、各种基本作图方法以及解题技巧,编译中力求做到:

1. 阐述的投影理论重点突出,简明扼要,通俗易懂,尽量使其条理化,以便于掌握和记忆。

2. 理论与实践密切结合,每阐述一项投影论述,尽量结合实例。解题时,首先说明作图的一般步骤,具体作图过程按作图程序交代清楚。对某些问题在解题前应有必要的分析,以阐明解题思路。

3. 对于某些内容尽可能采用列表对比的形式加以阐述,以增强理解和记忆的效果。

4. 对阐述的全部内容,根据具体内容合理编排,便于查找。

本手册主要根据俄文版 Сберегаев Н.П., Герб М. А. Краткий справочник по начертательной геометрии и машиностроительному черчению. М, изд «Машиностроение», 1965, 并参考

Четверухин Н. Ф. и др Начертательная геометрия. М, изд «Высшая школа», 1963, Кузнецов Н. С. Начертательная геометрия. М, изд «Высшая школа», 1981 等书,综合编译而成。编译中对原书内容有不合上述要求的地方,均加以改写;对部分内容作了适当的增删;插图均用我国当前高等工科院校所用教材中惯用的英文字母标注。

限于编译者的学术水平与翻译水平,书中会有不少缺点和错误,希望得到读者的批评指正。

在本书出版之际,谨向审阅本书书稿的中国工程图学学会理事、哈尔滨建筑工程学院工程图学教研室主任谢培青副教授表示谢意。

本书所用符号的说明

投影面:

水平投影面— H

正立投影面— V

侧立投影面— W

投影轴:

H 面与 V 面的交线— OX

H 面与 W 面的交线— OY

V 面与 W 面的交线— OZ

轴测投影轴:

OX 轴的轴测轴— $O_p X_p$

OY 轴的轴测轴— $O_p Y_p$

OZ 轴的轴测轴— $O_p Z_p$

空间点:

A 、 B 、 C ……或 I 、 II 、 III ……

空间点在各投影面上的投影:

水平投影— a 、 b 、 c ……或 1 、 2 、 3 ……

正面投影— a' 、 b' 、 c' ……或 $1'$ 、 $2'$ 、 $3'$ ……

侧面投影— a'' 、 b'' 、 c'' ……或 $1''$ 、 $2''$ 、 $3''$ ……

空间直线及其投影的简化表示:

$L(l, l', l'')$ 或 $L_1(l_1, l_1', l_1'')$ 、 $L_2(l_2, l_2', l_2'')$ ……

直线的迹点及其投影:

水平迹点— $M(m, m', m'')$

正面迹点— $N(n, n', n'')$

侧面迹点— $P(p, p', p'')$

直线或平面对投影面的倾角:

对 H 面的倾角— α

对 V 面的倾角— β

对 W 面的倾角— γ

空间平面及其投影的简化表示:

$P(p, p', p''), Q(q, q', q''), R(r, r', r''), T(t, t', t'') \dots\dots$

平面 ($P, Q, R, T \dots\dots$) 的迹线:

水平迹线— $P_H, Q_H, R_H, T_H \dots\dots$

正面迹线— $P_V, Q_V, R_V, T_V \dots\dots$

侧面迹线— $P_W, Q_W, R_W, T_W \dots\dots$

平行关系:

//

垂直关系:

$\perp$

说明:

1. 在某个投射方向上观察空间点时, 为了区别其可见与不可见 (简称为可见性) 本书规定, 可见与不可见点的投影分别用不加 () 与加 () 号的小写字母标注。

2. 为使图面清晰尽量减少标注符号, 对于投影轴、投影面的固定不变的标注符号只在开始的图例中标注, 在以后的图例中不予标注。

目 录

本书所用符号的说明	1
一、投影法的基本知识	1
1. 投影法的实质	1
2. 中心投影法	1
3. 平行投影法及其特性	2
4. 两投影面体系	3
5. 三投影面体系	4
二、点	5
1. 点的两面投影	5
2. 点的三面投影	7
3. 点的三面投影与点的直角坐标的关系	10
三、直线	11
1. 一般位置直线	11
2. 特殊位置直线	11
3. 直线的迹点	14
4. 直线上的点	15
5. 两直线的相对位置	15
6. 直角投影定理	19
四、平面	21
1. 平面的表示法	21
2. 一般位置平面	22
3. 特殊位置平面	23
4. 平面的迹线	26
5. 平面上的直线	27
6. 平面上的特殊位置直线	28
7. 平面上的点	31
五、直线与平面的相对位置	33
1. 直线与平面平行	33
2. 直线与平面相交	34
3. 直线与平面垂直	37
六、两平面的相对位置	39
1. 两平面平行	39
2. 两平面相交	40
3. 两平面垂直	44

七、投影变换	46
1. 概述	46
2. 换面法	46
3. 绕投影面垂直线为轴的旋转法	51
4. 绕不指明轴的旋转法	55
5. 绕投影面平行线为轴的旋转法	56
6. 重合法	57
7. 辅助投影法	58
八、在投影图上解决有关度量问题的方法	60
1. 线段的比例分割	60
2. 直线段的实长·直线对投影面的倾角	60
3. 空间曲线实长的近似作法	61
4. 点到直线的距离	62
5. 点到平面的距离	63
6. 点到旋转曲面的距离	65
7. 平行线间的距离	66
8. 交叉直线间的距离	67
9. 平面对投影面的倾角	68
10. 相交直线的夹角	70
11. 相交平面的夹角	71
12. 直线对平面的倾角	72
九、平面立体	74
1. 平面立体的表示法及其表面上的点	74
2. 平面与平面立体相交·平面立体截断面的实形	75
3. 直线与平面立体相交	77
4. 两平面立体相交	78
十、曲线	80
1. 平面曲线	80
2. 空间曲线	82
十一、曲面·曲面立体	85
1. 曲面及其表示法	85
2. 曲面投影轮廓线的确定方法	86
3. 旋转曲面	88
4. 具有导线、导面的直线曲面	88
5. 变态曲面	94
6. 曲面立体的表示法及其表面上的点	95
7. 曲面的切平面	97
8. 平面与曲面立体相交·曲面立体截断面的实形	99

9. 直线与曲面立体相交·····	104
10. 平面立体与曲面立体相交·····	105
11. 两曲面立体相交·····	106
12. 两曲面立体相交的特殊情况·蒙若定理·····	109
十二、立体表面展开 ·····	111
1. 平面立体表面的展开·····	111
2. 可展曲面的展开·····	113
3. 不可展曲面的近似展开·····	116
4. 变形接头表面的展开·····	119
十三、轴测投影 ·····	121
1. 一般概念·····	121
2. 轴向变形系数与轴间角·····	121
3. 轴测投影的作图基础·····	122
4. 组合体轴测投影图的作法·····	129
5. 轴测投影剖视图的作法·····	130

一、投影法的基本知识

1. 投影法的实质

投影法是绘制工程图样的基础。本法是在空间选一点做为投影中心，选一平面做为投影面来对被绘制的空间对象一点、线、面或立体进行投影。作空间点的投影是这样进行的（图1）：假想通过投影中心与空间点引一直线一称为投射射线，投射射线与投影面的交点即为空间点在投影面上的投影。当空间两点位于同一投射射线时（如图1中的B、C两点），它们的投影重合，这样的两点称为重影点。

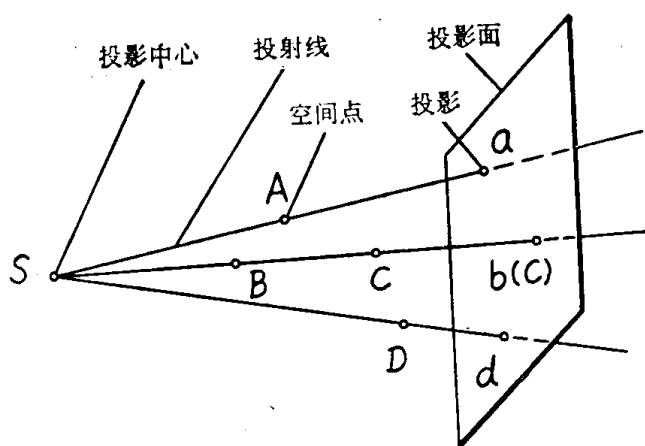


图1 空间点的投影

点是构成线、面与立体的最基本几何要素，因此线、面与立体的投影可以看作是构成它们的所有点的投影总和。当然，对于面与立体的投影并不能用涂出的一片黑影去表示，而是用能反映它们形状特征的那些几何要素的投影去表示。

根据所选的投影中心，投影法可分为中心投影法与平行投影法两类。

2. 中心投影法

当投影中心到投影面的距离为一定时，所有投射射线交于一点——投影中心。这样进行投影的方法称为中心投影法。图2表明了一块三角板的中心投影。

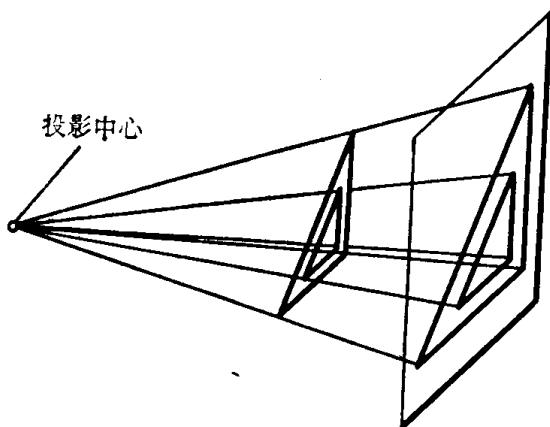


图2 中心投影法

中心投影法的优点是，利用该法所画出的立体投影图(通常称为透视图)符合人的视觉，直观性强；缺点是作图复杂，不便于度量。中心投影一般应用在建筑工程以及艺术造型的绘图上。

3. 平行投影法及其特性

当投影中心到投影面的距离为无穷远时，所有投射射线可以看作是相互平行的。这样进行投影的方法称为平行投影法。图 3 表明了一块三角板的平行投影。可见平行投影是

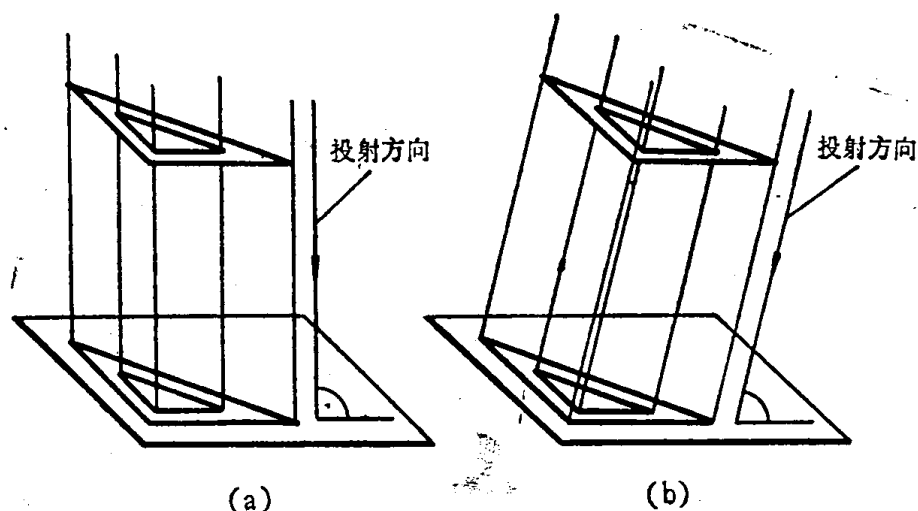


图 3 平行投影法

中心投影的特殊情况。根据投射射线相对于投影面的位置，平行投影又分为两种：

直角投影—投射射线垂直于投影面（图 3.a）；

斜角投影—投射射线倾斜于投影面（图 3.b）。

平行投影的优点是，利用该法画出的正投影图^①作图简便，便于度量，能完善地表达立体的内外形状；缺点是直观性差。由于正投影的突出优点，使它在工程技术中得到了广泛地应用。

平行投影的特性：

(1) 若点位于直线（或曲线）上，则点的投影也位于直线（或曲线）的投影上。如图 4 中点 C 位于直线 AB 上，则 c 也位于 ab 上。

(2) 若点分直线段成某一比例，则点的投影也分直线段投影成相同的比例。如图 4 中 $\frac{AC}{CB} = \frac{ac}{cb}$ 。

(3) 若两直线平行，则它们的投影也平行。如图 5 中 $AB // CD$ ，则 $ab // cd$ 。

(4) 若两平行直线段成某一比例，则它们的投影也成相同的比例。如图 5 中 $\frac{AB}{CD} = \frac{ab}{cd}$ 。

^①在相互垂直的投影面体系中，直角投影的总体表示称为正投影，本书中所称投影如不作特殊说明，均指正投影。

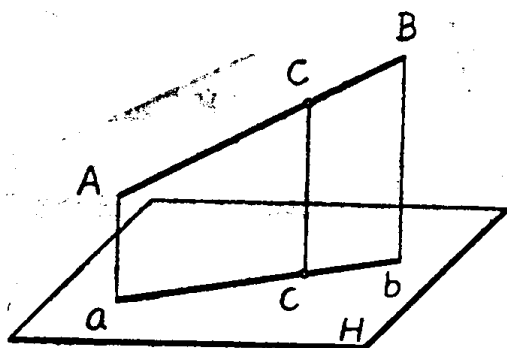


图 4 平行投影特性之(1)、(2)

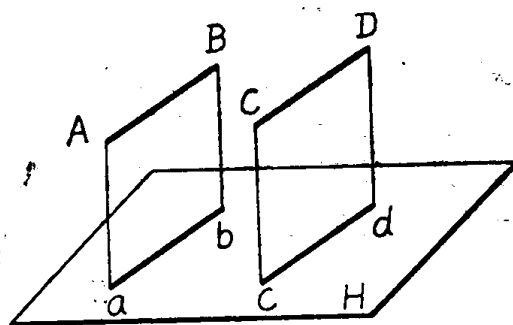


图 5 平行投影特性之(3)、(4)、(5)

(5) 若直线段或平面图形平行于投影面，则它们的投影反映直线段的实长或平面图形的实形。如图 5 中 $ab = AB$ ，图 6 中四边形 $abcd$ 全同于四边形 $ABCD$ 。

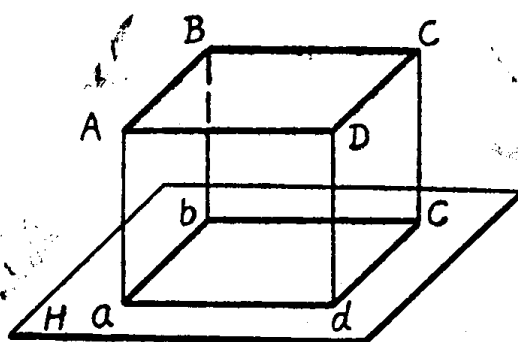


图 6 平行投影特性之(5)

4. 两投影面体系

两投影面体系由相互垂直的水平投影面 H 与正立投影面 V 组成。两投影面的交线 OX 称为投影轴（图 7）。

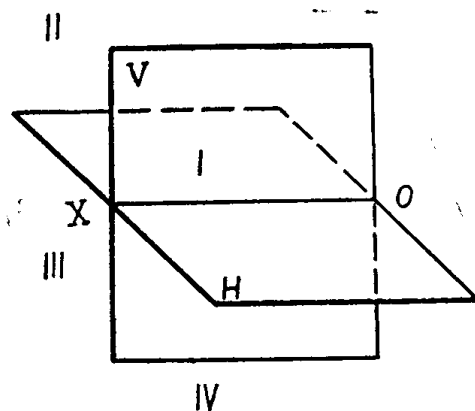


图 7 两投影面体系

OX 轴分 H 面为前、后两半平面，分 V 面为上、下两半平面。两个投影面分整个空间为四个两面角区域，它们依次分别称为 I 象角、II 象角、III 象角与 IV 象角。

假定投影面无穷大，并且是不透明的。

5. 三 投 影 面 体 系

三投影面体系是在两投影面体系的基础上，再加一个和 H 面与 V 均垂直的侧立投影面 W 组成的。三个投影面的三条交线均称为投影轴，除前面所述的 OX 轴外其余两个投影轴是： H 面与 W 面的交线 OY 轴以及 V 面与 W 面的交线 OZ 轴。三个投影轴交于一点 O （图 8）。

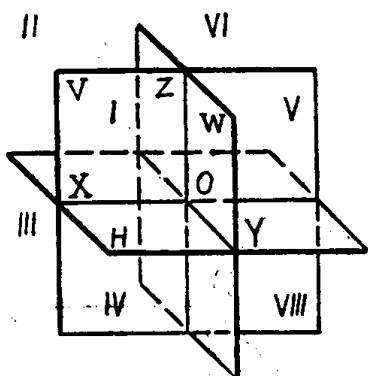


图 8 三投影面体系

OY 轴分 H 面为左、右两半平面，分 W 面为上、下两半平面。 OZ 轴分 V 面为左、右两半平面，分 W 面为前、后两半平面。三个投影面分整个空间为八个三面角区域，它们依次分别称为Ⅰ卦角、Ⅱ卦角……Ⅷ卦角。

二、点

点的投影是过该点的投射线与投影面的交点。因此点的投影仍旧是点。

点与其在某一投影面上的投影之间不具有——对应的关系。即由空间点能唯一确定出该点在某一投影面上的投影，而由该投影却不能唯一确定出空间点的位置。

1. 点的两面投影

点在两投影面体系中的投影称为点的两面投影（图 9.a）。点（ A ）在 H 面上的投影（ a ）称为点的水平投影，在 V 面上的投影（ a' ）称为点的正面投影。

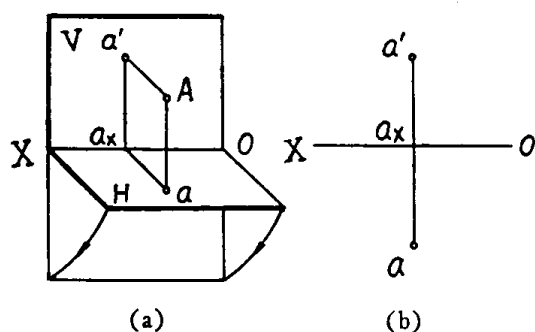


图 9 点的两面投影

若移去空间点（ A ），由其两面投影（ a 、 a' ）可以唯一确定出点（ A ）的空间位置。所以空间点与它的正投影之间具有——对应的关系。

点的两面投影图

将点在两投影面体系中的投影，画在一个平面上所得到的图形，称为点的两面投影图。点的两面投影图是这样形成的： V 面不动，将 H 面绕 OX 轴（前半平面向下）旋转 90° 与 V 面重合，即得到点的两面投影图（图 9.b）。

点的两面投影图的特性

- (1) 点的两面投影的连线——投影联系线垂直于投影轴（即 $aa' \perp OX$ ）。
- (2) 点的水平投影到投影轴的距离等于点到 V 面的距离（即 $aa_x = Aa'$ ）。
- (3) 点的正面投影到投影轴的距离等于点到 H 面的距离（即 $a'a_x = Aa$ ）。

表 1、表 2 分别给出了位于各象角中的点与位于各投影面上的点的两面投影图。

表 1 各象角中的点

点 的 位 置	直 观 图	投 影 图
I 象 角		
II 象 角		

续表 1

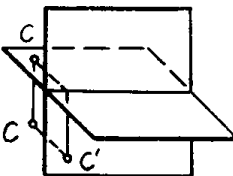
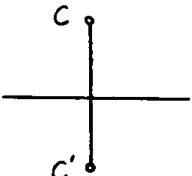
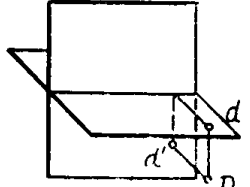
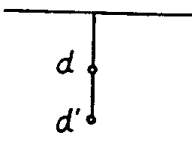
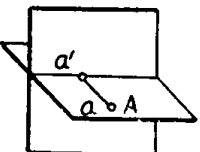
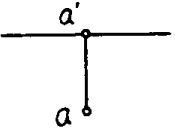
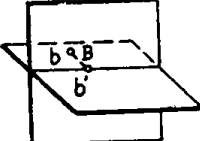
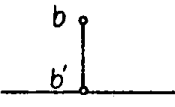
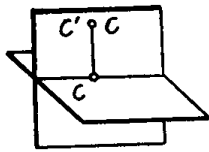
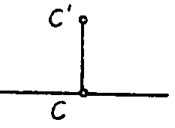
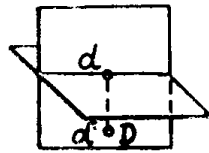
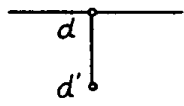
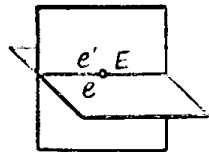
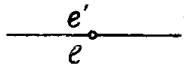
点 的 位 置	直 观 图	投 影 图
I 象 角		
IV 象 角		

表 2

各 投 影 面 上 的 点

点 的 位 置	直 观 图	投 影 图
H 面的前半平面		
H 面的后半平面		
V 面的上半平面		
V 面的下半平面		
OX 轴 (同时位于 H, V 面上)		

位于投影面上的点的投影图特性

点在所在投影面上的投影与点本身重合，点的另一投影位于投影轴上。

2. 点的三面投影

点在三投影面体系中的投影称为点的三面投影（图 10、a）。点(A)的三面投影除前面所述的水平投影(a)与正面投影(a')外，还有一个在W面上的投影(a'')称为点的侧面投影。

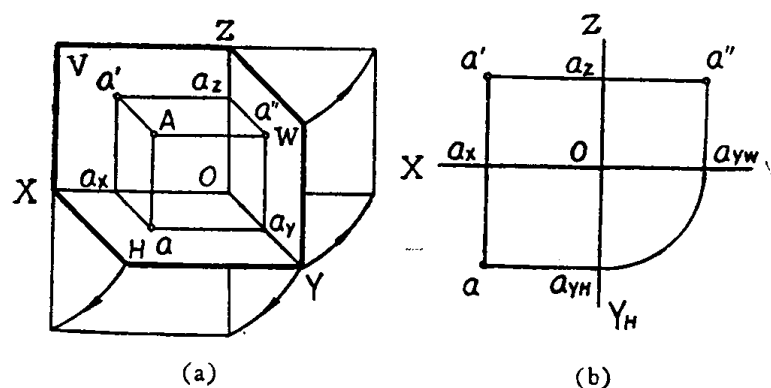


图 10 点的三面投影

点的三面投影图

将点在三投影面体系中的投影，画在一个平面上所得到的图形，称为点的三面投影图。点的三面投影图是这样形成的：在前面所述的点的两面投影图形成的基础上，再将W面绕OZ轴（前半平面向右）旋转90°与V面重合，即得到点的三面投影图（图 10、b）。

这里注意：OY轴随H面与W面绕投影轴旋转和V面重合时，有两个不同的位置，分别用OY_H与OY_W表示。

点的三面投影图的特性

(1) 点的水平投影与正面投影以及点的正面投影与侧面投影的连线，分别垂直于OX轴与OZ轴（即 $aa' \perp OX$ ， $a'a'' \perp OZ$ ）。

(2) 点的水平投影到OX轴的距离与点的侧面投影到OZ轴的距离，均等于点到V面的距离（即 $aa_x = a''a_z = Aa'$ ）。

(3) 点的正面投影到OX轴的距离与点的侧面投影到OY_W轴的距离，均等于点到H面的距离（即 $a'a_x = a''a_{yW} = Aa$ ）。

(4) 点的水平投影到OY_H轴的距离与点的正面投影到OZ轴的距离，均等于点到W面的距离（即 $aa_{yH} = a'a_z = Aa''$ ）。

根据点的三面投影图的特性，表 3 给出了已知点的两个投影求作其第三投影的作图方法。

表 4 给出了位于各卦角中的点的三面投影图。

表3

根据点的两个投影求作其第三投影

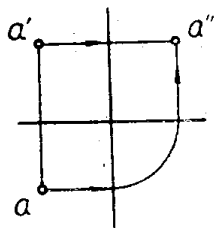
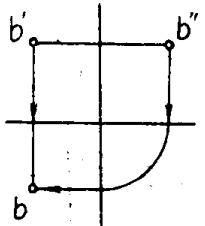
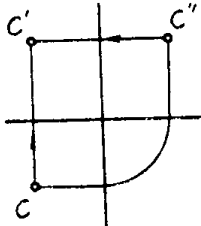
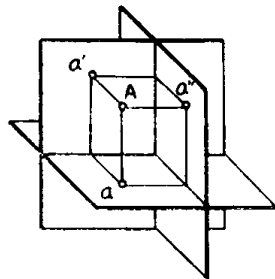
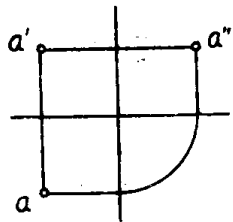
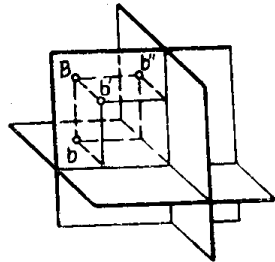
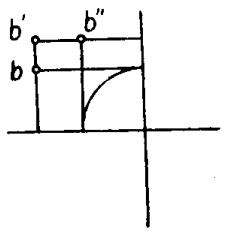
已知条件与求作	作图	作法
已知 a, a' 求作 a''		
已知 b', b'' 求作 b		如图中箭头所示
已知 c, c'' 求作 c'		

表4

各卦角中的点

点的位置	直观图	投影图
I 卦角		
II 卦角		

续表 4

点 的 位 置	直 观 图	投 影 图
I 卦 角		
IV 卦 角		
V 卦 角		
VI 卦 角		
VII 卦 角		