

掌握一个解题方法 比做一百道题更重要



主编 陆宇鑫 景 山

分册主编

陆宇鑫 乔 宏

小学数学

奥林匹克竞赛

解题方法

大全

(六年级)

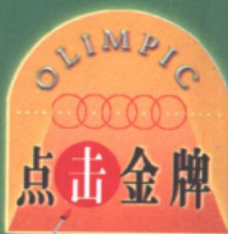


山西教育出版社

掌握一个解题方法
比做一百道题更重要

中国学生奥林匹克竞赛解题方法大全系列

——掌握巧思妙解的最佳方法
——攻克奥赛难题的最新武器



小学分册

点击金牌·小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全(三年级)
点击金牌·小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全(四年级)
点击金牌·小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全(五年级)
点击金牌·小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全(六年级)

初中分册

点击金牌·初中英语奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·初中数学奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·初中物理奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·初中化学奥林匹克竞赛解题方法大全

高中分册

点击金牌·高中英语奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·高中数学奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·高中物理奥林匹克竞赛解题方法大全
点击金牌·高中化学奥林匹克竞赛解题方法大全

OLIMPIC

ISBN 7-5440-2311-7



9 787544 023115 >

ISBN 7-5440-2311-7
G·2037 定价: 10.50元



点击金牌

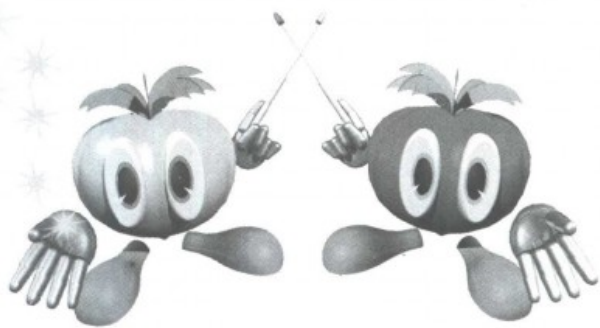
(六年级)

小学数学 奥林匹克竞赛

顾	问	周国镇	周春荔
主	编	陆宇鑫	景山
分册	主编	陆宇鑫	乔宏
编	委	王连英	乔宏
		丽华	余金
		陆宇鑫	杨志勇
		郝丽梅	健飞
		景山	

(以上按姓氏笔划为序)

解题 方法



山西教育出版社

图书在版编目(C I P)数据

小学数学奥林匹克解题方法大全. 六年级/陆宇鑫, 乔宏编. —太原: 山西教育出版社, 2002. 6

(点击金牌)

ISBN 7-5440-2311-7

I. 小… II. ①陆…②乔… III. 数学课—小学—解题
IV. G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2002)第 023822 号

山西教育出版社出版发行

(太原市迎泽园小区 2 号楼)

山西晋财印刷厂印刷 新华书店经销

2002 年 6 月第 1 版 2002 年 6 月山西第 1 次印刷

开本: 850×1168 毫米 1/32 印张: 10.125

字数: 249 千字 印数: 1—10000 册

定价: 10.50 元

前言

小松树,快长大,
成为“实现中华民族伟大复兴”的有用之才

——祝贺《点击金牌·小学数学奥林匹克解题方法大全》出版

在基础教育中数学是一门主课,世界各国都是如此。每个人在他的青少年时代至少要学十年的数学,为什么大家这样重视数学呢?原因在于,数学是锻炼思维的体操,数学是打开科学大门的钥匙,数学是引导人们进行理性探索的工具。数学是一种文化,数学文化是不同于艺术、技术的一类文化。数学文化属于科学文化,是一种理性文化。它的内容、思想、方法和语言是现代文明的重要组成部分。通过学数学,所形成的能力,所领悟的数学的精神、思想和方法,凝铸为个人的素质,成为一个人终生受用的财富。

数学文化有着与时俱进、适应时代发展要求的育人功能。为了更好地发挥数学教育的育人功能,实现育人目标,就必须充分发挥数学的文化功能,重视文化观念教育,增强文化气息,提高文化品位。把数学的严谨求实的精神和推理意识;勇于创新的精神和探索意识;善抓本质的精神和抽象意识;联系实际的精神和应用意识等渗透到数学的教与学的全过程。要提高数学教与学的文化品位,以“润物细无声”的方式,渗透数学文化,促进学生人格品质的升华和全面素质的提高。

我国的基础教育,在相当长的一段时间是实行九年义务教育,使全体适龄儿童都得到全面的发展。由于每个人的个性爱好存在差异,理所当然地要在《课程标准》要求的基础上,需要因材施教,鼓励学生自由发展自己的爱好和特长。因此,丰富多彩的高质量

MAAE 20/4 8

的家庭教育、业余教育成为正规学校教育的重要补充。其中,数学学校、数学竞赛活动、优质的数学课外读物,尤为受到青少年的欢迎。

奥林匹克数学的形成与发展,是20世纪中叶以来的一种世界性的文化现象。她作为一种学习载体,对青少年的发展一直起着积极向上的导向作用。她的积极影响,只有在“做数学”的过程中才能领悟并逐步地变为现实。江泽民主席视察澳门濠江中学时谈到:解答数学题,最重要的是培养一个人的钻研精神。从数学文化的高度,揭示了“做数学”的素质教育的内涵。

《点击金牌·小学数学奥林匹克解题方法大全》以一种清新、朴实的面目呈现给全国的少年读者。其中精选的例题、习题有一定的文化品位。大家常说:不想当将军的士兵不是好的士兵。从这个意义上说:作为一个数学爱好者,从小就要有“点击金牌”的勇气,树立为国争光的志向,长大才能有较大的作为。我们俩人毕生从事数学教育工作,始终不渝地挚爱着数学教育及数学普及事业,愿意成为青少年成长道路上的铺路石子。希望同学们能从本书中汲取养分,在学习这些有趣的数学的同时,逐步树立刻苦、求实、奋斗、进取的钻研精神,锻炼百折不挠的毅力。期望着“小松树,快长大”,成为“实现中华民族伟大复兴”的有用之才。

周国镇 周春荔 谨识

2002年4月20日

周国镇 著名数学教育专家,发起和组织了有数百万中学生参加的“希望杯”全国数学邀请赛,创办了深受中学生欢迎的《数理天地》杂志。

周春荔 著名数学教育专家,首都师范大学教授,中国数学奥林匹克高级教练,是周国镇的真诚合作者。

内 容 提 要

本书的内容编排与现行小学数学课本同步,知识点不超前,把小学数学全部知识点分成数学计算、文字应用题、算式之谜、图形思考、解题方法、思路分析六类。例题通过精选,分别代表一种类型、一个知识点,具有一定的文化品位。每道例题按思路分析(重思维方法)、解答、点评或点拨顺序进行讲解。之后,针对性地配以一定数量(少而精)练习题(附答案)供练习。所讲所练虽源于教材,但高于教材,向奥林匹克竞赛题靠近。

选题策划 王宇鸿 徐亚东
责任编辑 徐亚东
特约编辑 文 熙
复 审 张大同
终 审 王宇鸿
内文设计 荷 屏
封面设计 王耀斌

中国学生解题方法大全系列

小学数学解题思维方法大全
小学数学奥林匹克竞赛解题方法大全
小学数学应用题解题方法大全

初中代数解题方法大全
初中几何解题方法大全
初中数学解题思维方法大全
初中数学典型错误诊疗大全
中学语文学习方法大全

高中数学解题思维方法大全(高一)
高中数学解题思维方法大全(高二)
高中数学解题思维方法大全(高三)
高中物理解题思维方法大全(高一)
高中物理解题思维方法大全(高二)
高中物理解题思维方法大全(高三)
高中化学解题思维方法大全(高一)
高中化学解题思维方法大全(高二)
高中化学解题思维方法大全(高三)
高中物理典型错误诊疗大全
高中化学典型错误诊疗大全

出版宣言



掌握一个解题方法
比做一百道题更重要

我们常常会看到这样一种现象：不少同学整天忙着做作业，什么“竞赛辅导”、“升学练兵”，手头资料一大堆，习题做了好几本，但学习成绩就是提不高，竞赛成绩不理想，这是为什么？

究其原因，就是没有吃透教材的基本原理，没有掌握解题的科学方法。吃透原理，是学好各门功课的根本保证；掌握方法，是攻克奥赛难题的有力武器。只有弄清原理，才能思路清晰，从容对答；只有掌握方法，才能触类旁通，举一反三。不管遇到什么难题，都能得心应手，迎刃而解；不管参加何种竞赛，都能超水平发挥，一举夺标！

我们精心策划出版的这套《点击金牌·中国学生奥林匹克竞赛解题方法大全》就是期望为同学们提供最为全面、最为系统、最为实用、最为完备的奥赛解题方法。它以新教学大纲为指导，以“突出素质教育、激发创新思维、增强实践应用、培养解题技能”为宗旨，按照新教材的全部知识点和奥赛的测试范围分类编写。书中既有方法点拨，思维开拓；又有例题分析，针对性的训练。方法灵活巧妙，题型系统全面，思路清晰顺畅，点评恰到好处。所讲所练虽源于教材，但高于教材，能使你在通向奥赛的路上取得成功。

一、分数加减法	1
二、分数乘除法	21
三、谁大谁小	35
四、分数应用题	46
五、百分数应用题	69
六、比和比例	83
七、有趣的数阵	98
八、工程问题	109
九、时钟问题	124
十、估计与计算	135
十一、抽屉原理	146
十二、判断与推理	155
十三、包含与排除	169
十四、列方程解题	182
十五、不定方程	196

Ao

点击金牌 DIANJIJINPAI

十六、推向极端	206
十七、斗智的策略	218
十八、排列问题	227
十九、图形与面积	238
二十、简单几何体	251
二十一、名人趣题	262
二十二、检验效果	275
参考答案	293



一、分数加减法

在小学,大家学习的最后一类数就是分数。而在分数的加减运算过程中。虽然掌握运算法则是关键。但是由于习题的类型较多,特点不一,因此在解题时,还要通过观察和分析,找出题目中数的特点,合理、有效地进行计算。

【例 1】 计算下面各题:

$$(1) 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6};$$

$$(2) \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{7} \right) - \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{3} \right).$$

【分析】 (1) 因为一个数连续减去几个数,等于该数减去那几个数的和,所给三个减数 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{6}$ 的和恰为整数 1,所以运用上述性质能简化运算。

(2) 因为一个数减去几个数的和,等于该数连续减去各个加数,所以原式可化为 $1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{5}{7} - \frac{2}{3}$ 。加 $\frac{5}{7}$ 与减 $\frac{5}{7}$ 可以相互抵消,先减去 $\frac{1}{3}$ 再减去 $\frac{2}{3}$ 可以凑成减去 1。

$$\begin{aligned} \text{【解】} (1) \quad & 2 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\ & = 2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \\ & = 2 - 1 \\ & = 1. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad & \left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{7}\right) - \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{3}\right) \\
 &= 1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{5}{7} - \frac{5}{7} - \frac{2}{3} \\
 &= 1\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \\
 &= 1\frac{1}{2} - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) \\
 &= 1\frac{1}{2} - 1 \\
 &= \frac{1}{2}.
 \end{aligned}$$

【说明】在分数加减法运算中，“凑整”仍是简算的一条有效途径。

【例2】 计算： $1994 + \frac{1}{2} - 1\frac{1}{3} + 2\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + 4\frac{1}{2} - 5\frac{1}{3} + \cdots + 1992\frac{1}{2} - 1993\frac{1}{3}$ 。

(第六届《小学生数学报》数学竞赛决赛试题)

【分析】 本题可以把带分数的整数部分与分数部分分开，分别求和。

【解】 原式 = $(1994 - 1 + 2 - 3 + 4 - \cdots + 1992 - 1993)$
 $+ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)。$

上述两个括号中各有 1994 个数。

$$\begin{aligned}
 & 1994 - 1 + 2 - 3 + 4 - \cdots + 1992 - 1993 \\
 &= (2 - 1) + (4 - 3) + \cdots + (1994 - 1993) \\
 &= 1 \times (1994 \div 2) \\
 &= 997;
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}& \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\&= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \times 997 \\&= 166 \frac{1}{6}.\end{aligned}$$

所以 原式 $= 997 + 166 \frac{1}{6} = 1163 \frac{1}{6}$ 。

【评注】 在求解这类数学问题时,把一个假分数拆成一个整数和真分数,就能开拓思路,迅速求解。

【例3】 计算: $\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \cdots + \frac{58}{60} + \frac{59}{60} \right)$ 。

【分析】 可以看出在每个括号内与首尾等距离的数相加,和为1,因此可把括号内各项颠倒次序排列后相加。

【解】 设 $S = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \right) + \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{60} + \frac{2}{60} + \cdots + \frac{58}{60} + \frac{59}{60} \right)$, 则

$$\begin{aligned}S &= \frac{1}{2} + \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{4} + \frac{1}{4} \right) + \cdots \\&\quad + \left(\frac{59}{60} + \frac{58}{60} + \cdots + \frac{2}{60} + \frac{1}{60} \right).\end{aligned}$$

上下两式等号右端括号内同分母的分数分别对应相加,得

$$\begin{aligned}2S &= 1 + 2 + 3 + \cdots + 59 \\&= \frac{59 \times (1 + 59)}{2} \\&= 1770.\end{aligned}$$

所以 $S = 885$ 。

【评注】 这种方法叫“倒序求和法”。另外本题也可把括号内分数个数分为奇数个和偶数个,直接求出每个括号内的和进行求

解。

【例4】 计算： $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496}$ 。

(1993年小学数学奥林匹克总决赛计算竞赛试题)

【分析】 在2、4、8和31、62、124、248、496两组数(题中分数的分母)中,每组数中后一个数是前一个数的2倍,因此在原式的2倍中与原式有6项是相等的,这就为我们解答本题找到了突破口。

【解】 设 $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248} + \frac{1}{496}$, ①

则 $2S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{2}{31} + \frac{1}{31} + \frac{1}{62} + \frac{1}{124} + \frac{1}{248}$ 。 ②

②式减①式得

$$\begin{aligned} S &= 1 + \frac{2}{31} - \frac{1}{8} - \frac{1}{496} \\ &= \frac{496 + 2 \times 16 - 62 - 1}{496} \\ &= \frac{465}{496} \\ &= \frac{3 \times 5 \times 31}{16 \times 31} \\ &= \frac{15}{16} \end{aligned}$$

【评注】 这种方法称为“错位相减法”,对一系列分数相加,如果这列数后一项与前一项的比是常数,那么常采用这一方法。

【例5】 计算： $1 + \frac{1}{1992} + \frac{2}{1992} + \frac{3}{1992} + \frac{4}{1992} - \frac{5}{1992} - \frac{6}{1992}$
 $- \frac{7}{1992} - \frac{8}{1992} + \frac{9}{1992} + \frac{10}{1992} + \frac{11}{1992} + \frac{12}{1992} - \frac{13}{1992} - \frac{14}{1992} - \frac{15}{1992}$
 $- \frac{16}{1992} + \frac{17}{1992} + \frac{18}{1992} + \cdots + \frac{1979}{1992} + \frac{1980}{1992} - \frac{1981}{1992} - \frac{1982}{1992} - \frac{1983}{1992}$
 $- \frac{1984}{1992} + \frac{1985}{1992} + \frac{1986}{1992}$ 。

【分析】 此题直接计算太麻烦了,通过观察,发现从第三个分

数 $\frac{3}{1992}$ 开始,往后数到 $\frac{10}{1992}$,这八个分数计算结果正好是0,如果从 $\frac{11}{1992}$ 再往后数八个数,其计算结果也是0,那么从 $\frac{3}{1992}$ 开始到 $\frac{1986}{1992}$ 止,中间1984个分数,每八个分数为一组,正好248组,因这248组每组计算结果都是0,由此有如下简捷解法。

【解】 原式 $= 1 + \frac{1}{1992} + \frac{2}{1992} = 1 + \frac{3}{1992} = 1 + \frac{1}{664}。$

【评注】 像这类计算题一般都不宜直接硬算,而应当充分挖掘题目中数据之间的内在联系,达到化繁为简的目的。

【例6】 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}。$

【分析】 这一组分数之间的关系十分特殊,因此解答方法也与众不同。先给原式借上一个数,使原式的计算十分简便,最后结果要减去(还)借上的一个数。这题可先借 $\frac{1}{128}$ 。2个 $\frac{1}{128}$ 等于 $\frac{1}{64}$,2个 $\frac{1}{64}$ 等于 $\frac{1}{32}$,2个 $\frac{1}{32}$ 等于 $\frac{1}{16}$,2个 $\frac{1}{16}$ 等于 $\frac{1}{8}$,2个 $\frac{1}{8}$ 等于 $\frac{1}{4}$,2个 $\frac{1}{4}$ 等于 $\frac{1}{2}$,2个 $\frac{1}{2}$ 等于1,最后用1减去所借的 $\frac{1}{128}$,则原式等于 $\frac{127}{128}。$

【解】 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$
 $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128} + \frac{1}{128} \right) - \frac{1}{128}$
 $= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{64} \right) - \frac{1}{128}$
 $\dots\dots$
 $= 1 - \frac{1}{128}$
 $= \frac{127}{128}。$

【评注】 本例巧用“ $0 = a - a$ ”进行加减配凑,此法为我们在

解决计算问题时选择恰当的灵感思维方法和技巧,提供了游刃有余的广阔天地。

【例7】 计算: $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 。

【分析】 本题按常规方法计算显然相当麻烦,并且不易算出正确结果。除了常规方法,还有没有较简单的方法呢?下面我们来分析一下:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{2-1}{1 \times 2} = \frac{2}{1 \times 2} - \frac{1}{1 \times 2} = 1 - \frac{1}{2},$$

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{3-2}{2 \times 3} = \frac{3}{2 \times 3} - \frac{2}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3},$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{4-3}{3 \times 4} = \frac{4}{3 \times 4} - \frac{3}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4},$$

$$\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5} = \frac{5-4}{4 \times 5} = \frac{5}{4 \times 5} - \frac{4}{4 \times 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5},$$

$$\frac{1}{30} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{6-5}{5 \times 6} = \frac{6}{5 \times 6} - \frac{5}{5 \times 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}。$$

由此不难得出如下解法。

$$\begin{aligned} \text{【解】} & \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} \\ &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} \\ &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \\ &= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}。 \end{aligned}$$

【评注】 (1)在做分数的计算题时,如果把分数加法中的一些分数适当拆开,使得拆开后的分数在运算过程中可以互相抵消,则可大大简化运算。这种思维方法叫做拆项相消法。

(2)根据以上解法,我们不难得出求这类题的一般公式:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{(n+1)-n}{n(n+1)} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1};$$