



21 世纪大学新型参考教材系列

电气数学

(日) 齐藤制海 编著

Inter University



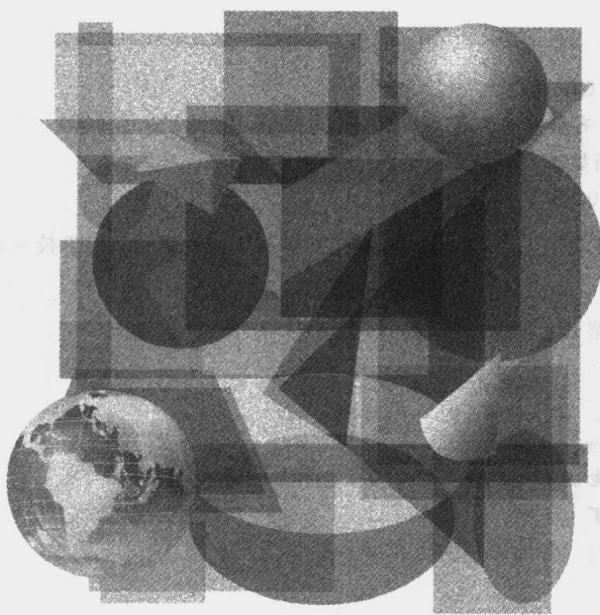
科学出版社

OHM 社

21 世纪大学新型参考教材系列

电气数学

〔日〕 齐藤制海 编著
崔东印 译



科学出版社 OHM 社
2001. 北京

图字:01-2000-3673 号

Original Japanese edition

Interuniversity Denki Suugaku

by Osami Saitou et al.

Copyright © 1997 by Osami Saitou

Published by Ohmsha, Ltd.

This Chinese language edition is co-published by Ohmsha, Ltd. and Science Press.

Copyright © 2001

All rights reserved.

本书中文版权为科学出版社和 OHM 社所共有

インターユニバーシティ

電気数学

斉藤制海 オーム社 1997

图书在版编目 (CIP) 数据

电气数学/[日]齐藤制海编著;崔东印译. -北京:科学出版社,2001
(21 世纪大学新型参考教材系列)

ISBN 7-03-009523-5

I. 电… II. ①齐… ②崔… III. 电气工程-应用数学-高等学校-教材
IV. TM

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2001)第 037958 号

科学出版社 OHM 社 出版

北京东黄城根北街 16 号 邮政编码:100717

北京东方科龙电脑图文制作有限公司 制作

中国科学院印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

2001 年 8 月第 一 版 开本: A5(890 × 1240)

2001 年 8 月第一次印刷 印张: 4 1/8

印数: 1—5 000 字数: 120 000

定 价: 12.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换〈新欣〉)

电气能源基础
等离子体电子工程学
电力系统工程学
电气电子材料
高电压/绝缘工程学
电动机器
电力电子学

电气能源

公共基础

电磁学A
电磁学B
电气电路A
电气电路B
电子电路A
电子电路B
电气数学
信息数学
程序设计

测量 · 控制

系统与amp;控制
信号分析
传感测量
柔性信息处理
机器人控制

信息通信

逻辑电路与自动机械
计算机工程学
程序语言设计
信息传送和符号的理论
信息通信工程学
信息网络



为了适应21世纪的要求

面向21世纪，日本各大学进行了系与学科的改编、研究生院的调整、导入两期制等。伴随着这些调整，现有的教材已不能适应现代学生的水平和兴趣要求。因此就要求有一套从版面到内容都更新颖的教科书。

本系列正是考虑到这种新的要求，经过不断深入考察和讨论，按照全新的整体编排形式制作完成的新型教材。曾荣获第七届日本工科教育协会奖「业绩奖」。

电子器件

电子物性
半导体工程学
电子器件
集成电路A
集成电路B
光电子学

21世纪大学新型参考教材系列 编辑委员会

主任委员：家田正之（爱知工业大学）
编 委：稻垣康善（名古屋大学）
白井支朗（丰桥技术科学大学）
梅野正义（名古屋工业大学）
大熊 繁（名古屋大学）
绳田正人（名城大学）

MAF 63/13

前 言

编辑本书最初碰到的问题是,作为电气数学都应该收编哪些内容。与电气工程相关的数学涉及许多领域,将其系统化、用一本书覆盖其全部显然是困难的。这里,就初学者为理解电气工程的必修课程所必须的基本数学内容,进行尽可能浅显易懂的讲述,此即本书的目的。

编写者经多次讨论,决定将矢量和矩阵、矢量分析、傅里叶变换与拉普拉斯变换、常微分方程、偏微分方程等五部分编入本书。一部分为一章,各章尽量做得能够独立学习。本书既可以通读学习,也可以参考第1章中简单介绍的各章内容与电气工程的关联,选择必要的章节学习以适应专科教育。

各章所涉及的领域本身就能成为一整本书的内容,事实上这种书出版的很多,但是本书的各章仅限于其基本内容。工程数学与纯数学不同,一定有应该解的问题,必须充分理解问题的解法。因此,本书避开数学的严格定义以及定理的证明等,仅以电气工程中使用的何种数学解法为中心进行讲述。对于电气工程各个领域问题的解决,计算机数值解法显得愈来愈重要,鉴于此,对数值解法也稍作讲述。希望对数学理论等进行更深入学习的读者,请参考书后所列的各章参考文献。

初学者在专业课程学习之前读一下本书,可以获得在电气工程的学习上所必须的数学基础知识。在专业课程的学习中或学习后再读此书,就会对各专业课都有何种数学背景有一个总体的了解。

本书当作教科书使用时,编写的内容量可供一学期按2学分修完。如果2学分的总学时为50分钟/学时 $\times$ 30学时,那么第2、4、5章各5学时,第3章7学时,第6章8学时,这样在半年内能够毫不困难地将其学完消化。由于仅限2学分的含量,不得已只得将概率、统计及复变函数等电气工程中很重要的内容删除。罗列许多领域的内容而要在2学分的学时内充分理解它们,必竟是非常困难的,因此本书作了现在这样的编写。课程进行中如果时间有富裕,能将上述内容补充进来则更好。

最后,代表全体编写者,对于编委会主任家田正之先生以及在本书编写过程中给予了宝贵支持的大熊繁编委,致以衷心的感谢。

齐藤制海

目 录

1 电气数学的学习方法	
1.1 为什么必须学习数学	2
1.2 各章内容与相关的电气工程课程	2
2 矢量与矩阵	
2.1 矢 量	8
2.2 矩 阵	9
2.3 线性方程组及其解法	13
2.4 行列式	19
2.5 特征值问题	22
练 习 题	24
3 矢量分析	
3.1 标量和矢量	28
3.2 矢量的内积与外积	30
3.3 矢量的微分与积分	34
3.4 梯 度	36
3.5 散 度	38
3.6 旋 度	42
练 习 题	45
4 傅里叶变换与拉普拉斯变换	
4.1 周期函数与傅里叶级数	48
4.2 傅里叶积分与傅里叶变换	57
4.3 拉普拉斯变换	59

练 习 题	61
5 常微分方程	
5.1 微分方程的建立	64
5.2 微分方程的解法	65
5.3 线性联立微分方程——状态方程	74
5.4 计算机解法——微分方程的数值解	77
练 习 题	79
6 偏微分方程	
6.1 偏微分方程	82
6.2 理工学中出现的主要偏微分方程	85
6.3 一维波动方程	89
6.4 二维波动方程	96
6.5 一维热传导方程	101
6.6 拉普拉斯方程	106
练 习 题	110
练习题解答	113
参考文献	118
附 录	119

篇外话

数学史漫话	5
逆矩阵必要吗?	21
电磁学中的矢量分析	33
试用计算机求解大学数学问题	61
微分方程的实际解法	79
振动的固有模式与驻波	94
圆膜(大鼓)的振动	100

1

电气数学的学习方法

本章简单介绍学习电气工程的学生为什么必须学习数学,以及学习电气工程专业课时如何利用本书。

1.1 为什么必须学习数学

“为什么必须辛苦地学习数学?”,“如果要学怎样学才好?”,工科学生大多都会有这样的疑问。对于这些疑问,我想还是将数学看作从事工程技术的人们的一种重要语言为好。日常生活中,如果没有语言,归纳自己的想法、描述种种情景、向他人传达自己的意见都是不可能的。也就是说,日常生活中脑力活动的基础是语言。数学可以说就是归纳理科和工科中的观点、描述情景现象、或将自己的想法传达给他人的语言。如果不懂数学这种语言,就不能进行工程领域中的脑力活动,也就不能在工程社会中生存下去。这就是工科学生必须学习数学的理由。

那么数学怎样学才好?对这个问题的回答是,请最好考虑一下日常的语言是怎么获得的。我们读、写、说的语言是从出生不久花费许多时间通过反复实践才获得的。数学既然被当作一种语言,那么,学习数学也就和学习语言一样,要通过踏踏实实的持久的努力、反复实践来学习。此外别无他法。因此,学习本书时不只是读一遍,要两遍三遍地反复学习。至少对每章后的练习题要自己努力做完。所有的习题书后都附有解答,可参考以把握自己的理解程度,一次不行,可两次三次地反复试验,直至完全理解。不会说日常语言的人是没有的,笑话中说美国婴儿也会说英语,可见只要有上述踏踏实实的努力,数学也是谁都可以学懂的,这将对工程科学技术的学习和研究大有益处。

1.2 各章内容与相关的电气工程课程

本书,对于立志今后要学习电气工程的学生,尽可能简明地讲述电气工程学习中所必须的数学知识及具体问题的解法。在电气专业课程的学习前或学习中学习本书,可以加深理解专业课程的内容。

本书由6章组成。各章可单独分别学习,不一定非得从头开始顺序学

习。可以从感兴趣的章开始,也可以从与并进的专业课的课堂教学内容有关的章开始。数学的准备知识有高中程度即可。最近,工程技术各领域中计算机应用已必不可少,所以在一些章节中还列有计算机解法(算法)。对于计算机专业的学生,建议实际编一些程序来试求问题的数值解。所得数值解仅仅是数值的罗列,最好是将其结果作成图表。那样,就可以直观地看到解所具有的性质,也能感受到数学的优美。书后列有参考文献,可供希望深入学习的读者参考。下面简单介绍各章内容与电气工程专业课程的关系,可参考此开始本书的学习。

第2章讲述矢量和矩阵,这是线性代数的基础。将电气工程中的多个物理量作为一个整体来处理,即作为矢量来处理时,可以一下子将问题看透。例如,将电路中出现的电压、电流等看作一体用矢量来处理。矢量和矩阵不仅是理解电路,同时也是理解电气工程所有课程所必须的。本章对矢量和矩阵的基本问题作有简要说明,首先要把本章的内容学好。

考虑一下矢量的运算,就会明白为什么矩阵是必须的。数学中任何东西都不是突然冒出来的,而是有其存在的必要性和缘由。注意到这一点学习时自会加深理解。

第3章是矢量分析。矢量分析是学习电磁学、力学、流体力学绝对必须的。尤其是电磁学,它是电气工程的必修课,也是要学好必须付出辛苦的课程之一,但是,只要掌握了矢量分析基础,电磁学也并不怎么难。在学习电磁学之前,希望将本章内容通读一遍。

读者在高中学过的函数的微积分,是针对变量为标量的函数,而这里要学习的是,以具有大小和方向的矢量为变量的函数的微积分。另外,还要稍微学习不太熟悉的场论的知识。学习中注意整理与高中学过的以标量为变量的函数的相似点与不同点,可称得上是加深理解矢量分析的一种好方法。

第4章是傅里叶变换和拉普拉斯变换。本章的内容,与信号处理、控制工程、电力电子电路、交流理论等课程关系密切。电气工程中,讨论交流电流电压等经常使用三角函数,这是非常方便的。三角函数微分积分后,其结果仍为三角函数,后面还会详细说明其为典型的正交函数。傅里叶级数是将周期函数用三角函数正交展开,其展开方法是本章的基础,所以要牢牢抓住其要点。傅里叶变换是将任意非周期函数看成具有无限大周期而将其展开的傅里叶级数的扩展。而拉普拉斯变换则是对傅里叶变换进行数学加工,使其能够适用于范围更广泛的函数。学习过程中注意整理三者的关系,

一定能够获得更深入的理解。

第5章是常微分方程。力学、电路以及系统控制中处理的物理量许多是随时间变化的,为了描述其特性常常要使用微分方程。本章对力学、电路及系统控制工程中用到的初等线形常微分方程的导出及解法进行了讲述。在学习力学以及电路中,大概已经注意到,不同的问题会用同一微分方程来表述。即会发现,各种不同的现象用数式这种抽象的语言描述时,立即会看到其本质,说明专业课程之间亦有深刻的内在联系。希望务必通过数学重新认识不同课程,一定会有新的发现。

第6章是偏微分方程。本章以波动方程、热传导方程及拉普拉斯方程等基本的偏微分方程为重点,从高至二阶的线性偏微分方程开始,对偏微分方程的有关知识及其具体解法进行了介绍。偏微分方程是学习电磁学、量子力学以及半导体物理所必须的知识。

与常微分方程不同,偏微分方程是具有两个以上变量的微分方程。因而就会带来种种困难问题。例如,许多偏微分方程的解不能用高中为止所学的初等函数来表达,还必须理解称为特殊函数的一些新函数,也还要碰上边界值这种麻烦问题。所以,第6章的内容,与前面各章相比是比较难的,希望学习时要稍加努力。

以上,对本书的内容进行了简单的介绍。本书的内容必竟是入门知识,

如果能以本书为起点进一步学习相关领域的数学,一定能够更深入地理解电气工程的专业课程。本书编写得各章内容尽可能独立,但是在深层次各部分内容会有联系。例如,第2章的特征矢量与第4章的正交函数有何关系,可以反复思考一下看看。数学体系的完美、深奥令人惊叹,随着数学学习兴趣的增加,对于专业课程的学习也会大有裨益。那么让我们从第2章开始试试吧!



本书内容及与电气工程的关系图

数学史漫话

数学体系是在漫长的历史中经诸多天才的努力而构筑起来的。这些天才们的传记,远比那些粗俗的小说更引人入胜。本书中出现的拉普拉斯、勒让德、傅里叶、泊松、高斯、柯西、阿贝尔、黎曼等大天才的人生本身就是精彩的戏剧。特别是天才伽罗瓦,20岁零7个月,轻轻地死于决斗!倘若他至少活到40岁,数学的历史就一定会大改。有这种想法的绝不仅我一人。当然,数学的历史也绝不仅是天才的历史。在日本的神社里就敬奉着许多与数学有关的画马。大家来追寻一下世界史或日本史的教科书中不曾出现的数学的历史将是一件非常有趣的事情。



2

矢量与矩阵

在很多工程领域,往往需要将一些数据进行归纳处理才便于应用。只有确定了其归纳表示方法及相互间的运算法则,才能进行洞察本质的系统的计算。为具备这种计算能力,本章将学习作为线性代数基础的矢量与矩阵的性质及其基本变换。

2.1 矢 量

2.1.1 矢量的定义及其性质

将 n 个数纵或横排列,并用括弧括起来,即为矢量。如(n 个数时):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad (x_1 x_2 \cdots x_n)$$

以下定义和、差、数乘时,将此称为 n 维矢量,纵排称为列矢量,横排称为行矢量。排列的每一个数叫做分量, x_i 称为第 i 分量。矢量用一个数表示时,使用黑体字 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{y}$ 等来表示。下面就两个列矢量 $\mathbf{x}$ 、 $\mathbf{y}$

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{pmatrix}$$

来介绍一下基本的运算规则。

1. 矢量相等

当 $n = m$, 且 $x_1 = y_1, x_2 = y_2, \cdots, x_n = y_n$ 时, $\mathbf{x} = \mathbf{y}$ 。

2. 矢量的数乘

设 k 为非矢量的普通数时,

$$k\mathbf{x} = k \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} kx_1 \\ kx_2 \\ \vdots \\ kx_n \end{pmatrix}$$

特别是,当 $k = 0$ 时, $0\mathbf{x} = \mathbf{0}$ 。 $\mathbf{0}$ 为各分量全为 0 的矢量,称为零矢量。