工程力学题解

GONGCHENG LIXUE TIJIE

〔日〕宫入武夫 著　北京钢铁学院 金建国 程春芳 等 译

工 程 力 学 题 解

〔日〕宫入武夫 著

北京钢铁学院 金建国 程春芳 等 译

*

冶 金 工 业 出 版 社 出 版

（北京灯市口74号）

新 华 书 店 北京 发 行 所 发行

冶金工业 出版 社印 刷 厂印刷

*

850×1168 1/32 印张 12 1/2 字数 332 千字

1981年 2 月第一版 1981年 2 月第一次印刷

印数00,001～42,000册

统一书号：15062·3614 定价 1.60 元

译 者 序

为适应工科院校学生和广大科技人员学习工程力学的需要，我们将〔日〕宫入武夫著《工业力学演习》一书1978年第五版译出，供读者参考或自学之用。

原书收集了大量生产实际问题，用力学的抽象简化，利用力学分析问题的方法加以解答。选题比较齐全，解题的方法也比较多样，对学习工程力学，培养用力学方法分析解决问题的能力是有帮助的。

参加本书翻译工作的有：北京钢铁学院屈革、金建国、迟恩田、钱仁根、程春芳、宫心喜、高福家、张春蕴、靳东来、马安禧等同志。初稿译出后由程春芳同志整理和总校。我们请杨熙冲同志对全书进行了审核，对原书的错、漏及不妥之处作了必要的修改和调整，无需说明的，已列表附在书后，需要说明的，则在页下加注。

由于时间仓促、译者水平有限，译文中难免还有不少错误和缺点，热诚欢迎批评指正。

一九七九年四月

序

科学的进步是无止境的，特别是近来科学的发展更使人眼花缭乱。当我们看到像今天这样的科学尖端时，对本书静力学篇的发表，或许有人抱有落后于时代之感。然而，著者深切感到，由于基础科学的重要性，由于作为一般技术者的常识的必要性，本书仍有必要出版。当然，本书的着眼点是力学的灵活运用，重点放在关于力的应用的素养。为此，搜集了各种各样的习题，并全部给予解答，通过分析解决这些习题，使读者更加充分理解定理、公式等的内容和意义。这固然说不上是研究学问的正道，然而，用这样的方法来达到本书的目的，其效果是确凿无疑的。诸位读者通过本书的内容，对著者微薄的用意如能有所了解，则幸甚。

通过对本书的学习，可以对平衡方程式的运用达到纯熟。也就是说，当遇到初看很复杂的问题时，就能将其分解；由于分解，就能够辨别出什么样的平衡方程式的组合可以成立。这种考虑似极简单，然而，实际问题是很复杂的，对列出组合平衡方程式，常常会感到困难。对此，进一步体会许多问题的不同解法是必要的。因此，希望注意，应该尽可能自己努力求解，不要依赖解答。否则，将会适得其反。不仅解题时应该如此，即使是看解答的时候，如能立足于上述观点，确信也会加深一层理解。

由于著者才疏学浅，水平有限，因此，理论上的暧昧之处以及解答上的不完备和谬误等也在所难免，望读者宽宥并指正。

在执笔时，引用了许多著作中的习题，蒙受先辈著者们的教益甚大，在此，郑重地表示敬意。

此外，对多年的指导恩师大阪大学教授太田友弥博士表示感谢。对在出版过程中始终给予协助的金原出版社的吉川元章氏致以敬礼。

著　者

目　　录

概　　论

Ⅰ. 前　　言

本书的内容是按力学原理的记述和习题的解法这一顺序编排的。然而，在学习时莫如与此相反，先选做一些习题，通过解题，进一步加深对原理内容和意义的理解，通过各种解题方法，达到掌握原理的应用和掌握解法的目的。这种灵活的方法，或许有人认为是非正统的方法，然而，对读者来说，这样的方法是掌握力学的捷径。本书，如其内容所示。是供学习专业技术用的力学，再深入一步就进入了下述各专门领域。总之，工程力学好比骨骼，专门领域则好比附在骨骼上的肌肉，这是著者的解释。

1. 工程力学的意义

力学的原理都是相同的，只是在工业方面，为技术人员使用方便，将力学恰当地归拢，叫做工程力学。这一点，由本书的内容即可知道。同时，通过本书可更进一步认识力学所完成的任务。其次，在叙述工程力学如何向工程的各领域发展之前，首先从力学的观点来阐明。我们所谓力学是物理学的一分科，它还可作如下的分类，即

$$\text{力学}\begin{cases}\text{A. 运动学}\\ \text{B. 运动力学}\begin{cases}\text{a. 静力学}\\ \text{b. 动力学}\end{cases}\end{cases}$$

对这些稍加说明：A.运动学是论述物体的几何学的形状（质量、力等不考虑）的运动，即研究物体的位置状态（x、y、z坐标）和时间（t）的关系的学问。与此相对，B.运动力学是考虑物体的质量，引入力的概念以后论述运动情况的学问。为了方便起见，运动力学还可进一步分为a和b来考虑。前者是论述物体的静平衡，后者是考虑惯性力动平衡的状态。而前者在内

容上是后者动力学的特殊情况。至于力学在工业方面的应用，有详细的分科，对于以下各种专门分科❶来说，将各种学问横向联系起来的基础就是工程力学。由此可见，工程力学的使命、任务是很清楚的。

在这里把分科的名称和内容粗略叙述如下。

（1）机构学：是运动学在机械分支方面的应用。

（2）材料力学：是静力学在工业材料方面的应用，考虑材料的弹性、应力、变形等。

（3）机械力学：是全部力学在机械分支方面的应用，主要是动力学的应用。从机械部分的速度、加速度、惯性力等问题开始，一直到机械振动、调速机的原理和回转体的平衡等机械诸问题。

（4）机械设计：决定机械各部分在承受一定的载荷时的形状和尺寸，因此，主要以静力学为基础，材料力学负担的面多些。

（5）结构力学：以静力学为主体，涉及结构方面的各分支，应用在土木、建筑、造船、航空、机械等方面，在各方面的应用都只是负荷状态不同，原理是相同的。

（6）其他如流体力学、水力学等是动力学和静力学的应用。

本书论述了以上各分科所共同的静力学原理，通过解析法和图解法来解决工业中实用的问题。

Ⅱ．静力学的诸法则

1．基本法则❷

（1）力具有大小、方向和作用点。力作为向量，可用图表示。因此，已知其作用线或作用点的一个力具有一个或两个未知

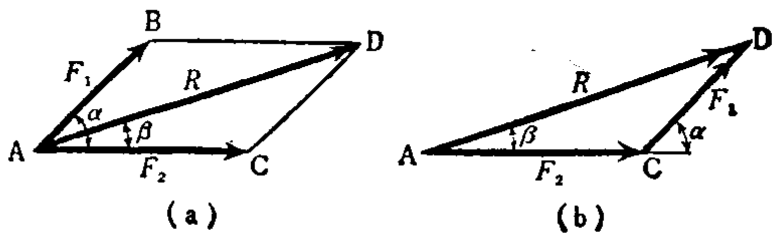
❶原注：此处，力学的分科仅限于本书所论及的范围，涉及工业各分支的不在内。

❷原注：本书除预先说明外，物体均假定为刚体。

数。

（2）作用在刚体上的力，若大小、方向不变，则作用点可沿其作用线移动到任意点。这叫做力的可传性原理。

（3）交于一点A的两个力（$\vec{F_1}$，$\vec{F_2}$），可用一个力（$\vec{R}$）取代。这一个力（$\vec{R}$）的大小、方向，由上边两个力（$\vec{F_1}$，$\vec{F_2}$）所形成的平行四边形的对角线来表示（如1图）。这叫做力的平行四边形原理。



第1图

又如(b)图，由三角形ACD代替平行四边形求合力。这个△ACD叫做力的三角形。

因此，其大小：

$$R=\sqrt{F_1^2+F_2^2-2F_1F_2\cos(\pi-\alpha)}$$
$$=\sqrt{F_1^2+F_2^2+2F_1F_2\cos\alpha}$$

方向：

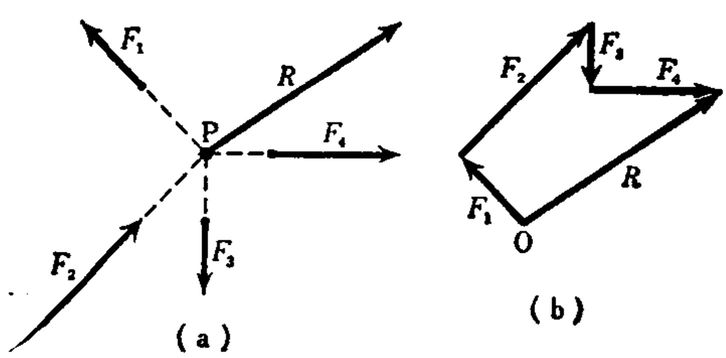
$$\sin\beta=\frac{F_1}{R}\sin\alpha$$

（4）物体A对物体B施加力时，物体B也对物体A施加一作用线和大小相同，方向相反的力。这叫做作用与反作用法则。

Ⅲ．平面静力学

1．共线力系的合成

共线力系的合力的大小等于它们的代数和，作用在共同的作用线上，方向以其符号来表示。



第2图

2．共点力系的合成

（1）用图解法求共点力系（2图（a））的合力，合力等于力系各

力的向量和，如2图(b)所示，从原点O到最后的力的箭头处引向量（$\overrightarrow{R}$）表示合力。其合力通过交点P(2图（a))。（b）图叫做力的多边形或力图。

（2）用解析法求共点力系（3图）的合力，首先将力系中任意一力F_i沿坐标轴方向分解为两个力X_i、Y_i。分解后的X_i、Y_i叫做F_i的直角分量，其值为

$$X_i = F_i \cos\alpha_i$$

$$Y_i = F_i \sin\alpha_i$$

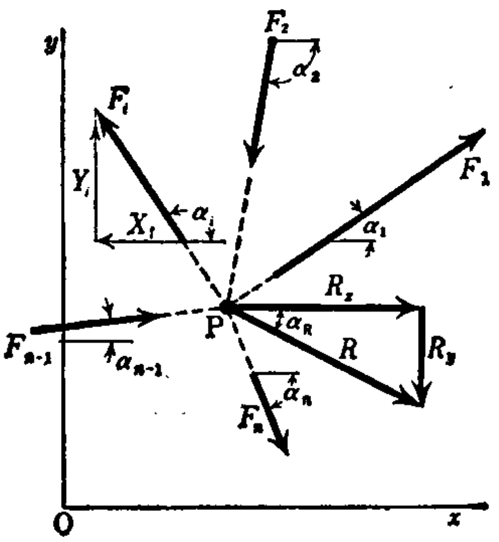
同样，对力系中其他的力也沿X、Y分解成分力，则有

$$R_x = \Sigma X_i$$

$$R_y = \Sigma Y_i$$

合力的大小为R，方向为α_R，用下式表示。

$$R = \sqrt{(\Sigma X_i)^2 + (\Sigma Y_i)^2}$$



第3图

$$\tan\alpha_R = \frac{\Sigma Y_i}{\Sigma X_i}$$

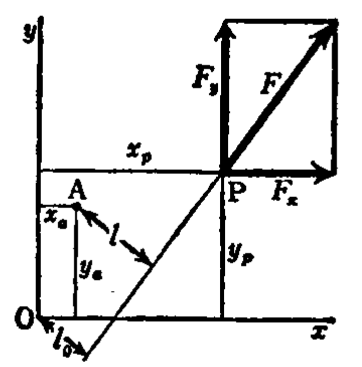
或
$$\alpha_R = \tan^{-1}\frac{\Sigma Y_i}{\Sigma X_i}$$

此时，从x轴的正向反时针方向α取正值。若将各力沿作用线移动到P点，则判断α较简便。

（3）共点力系在下述情况下处于平衡

1）在图解法中为力多边形闭合。

2）在解析法中，一般力与x、y轴不平行，其与x、y轴平行的分力的和均为零。



第4图

即　　$\Sigma X_i = 0$，$\Sigma Y_i = 0$❶

❶原注：此二式可换成力矩式$M_1 = 0$，$M_2 = 0$，其中1、2两点和P不在一直线上。

特别是三个共面力，其中若有二力相交，平衡的必要条件是其力系交于一点（共点力系）。

3. 力矩

（1）力F对A点的力矩（如4图）设反时针旋转为正，则

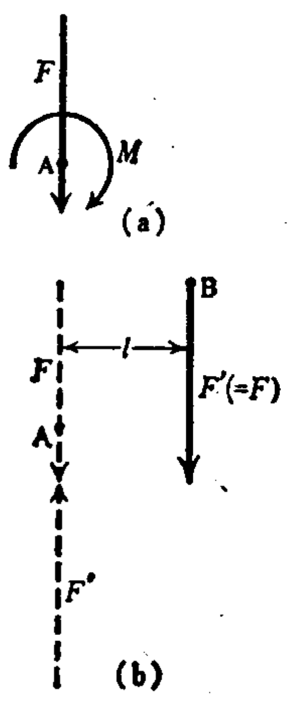
$$M_a = F\times l = F_y\times(x_p - x_a) - F_x\times(y_p - y_a)$$

又 $$M_0 = F\times l_0 = F_y\times x_p - F_x\times y_p$$

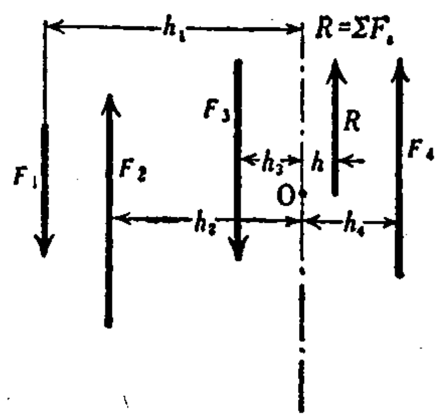
（在上式中$x_a=0$，$y_a=0$）

（2）作用于A点的力F和力偶矩为M的力偶所构成的力系，可以用一个力F'置换，该力F'必须与力F平行且相等，其作用点B为任意取的，且B到力F的距离 $l=\dfrac{M}{F}$。其逆定理也成立（由5图（b）明显看出）。其中

$$F'\times l = M$$



第5图



第6图

4. 平行力系的合成

平行力系的合力（R）等于力系各力的代数和，方向以其符号来表示，作用线由力矩定理而定（如6图）

$$\Sigma M_0 = h\cdot R$$

得到 $$h=\frac{\Sigma M_0}{R}$$

此处 $$R=\Sigma F=F_2+F_4-F_3-F_1$$

对O点的力矩是 $$\Sigma M_0=F_1h_1-F_2h_2+F_3h_3+F_4h_4$$

因此平衡条件是$\Sigma F=0$及$\Sigma M=0$。若$\Sigma F=0$而$\Sigma M\neq0$，则合成为力偶。平衡条件又可写成与前边脚注中相同的方程，即$M_1=0$，$M_2=0$。但是，选择的1与2点其连线不得与诸力平行。

5. 平面一般力系的合成

平面一般力系的合成，可根据投影定理求得，合力（R）向任意直角坐标轴的正投影（直角分量）等于分力向同一坐标轴的投影（各直角分量）的代数和。即，对于直角坐标轴（x、y）应用上述定理，则

$$R_x=\Sigma F_x,\quad R_y=\Sigma F_y,\quad \therefore R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$$

$$\tan\alpha_R=\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}\quad 或 \quad \alpha_R=\tan^{-1}\frac{\Sigma F_y}{\Sigma F_x}$$

R的作用线可由力矩定理得到

$$R\cdot l_a=\Sigma M_a \quad (对A点的力矩)$$

$$\therefore \quad l_a=\frac{\Sigma M_a}{R}$$

若选O为原点，则力系$F_1(x_1、y_1)$，$F_2(x_2、y_2)$，……对O点的力矩M_0为 $$M_0=(F_{1y}x_1-F_{1x}y_1)+(F_{2y}x_2-F_{2x}y_2)+\cdots\cdots$$

$$\therefore \quad l_0=\frac{M_0}{R}$$

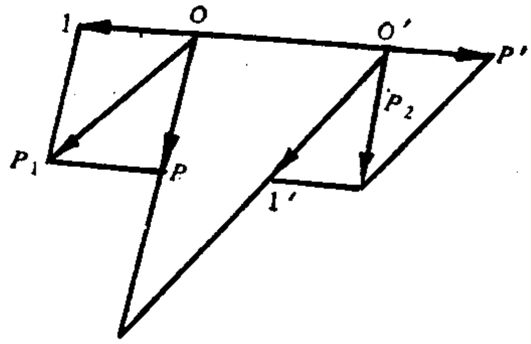
因此，合成的结果用通过A点的一个力（R）和力偶M_a来表示。根据力矩定理2）力R对平面内所有的点都是一定的，而M_a则随A而异。若$R=0$，则力偶M_a与A点的位置无关。

因此，平衡条件为$\Sigma F_x=0$，$\Sigma F_y=0$，$\Sigma M_a=0$。或$\Sigma M_1=0$，$\Sigma M_2=0$，$\Sigma M_3=0$。但是，三点（1、2、3）不在同一直线上。

6. 平面一般力系合成的图解法

力的合成归结为如下的两个问题：1）合力（包括力偶）的方向及其大小；2）其作用点的位置。

1）项可由力的多边形求得，2）项可由索多边形求得。以下是关于其原理及诸性质的叙述。



第7图

（1）索多边形❶的原理

用以说明索多边形的原理，如7图所示。求P_1和P_2的合力的位置。将P_1和P_2分解为

$$P_1=\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{O1}$$
$$P_2=\overrightarrow{O'P'}+\overrightarrow{O'1'}$$

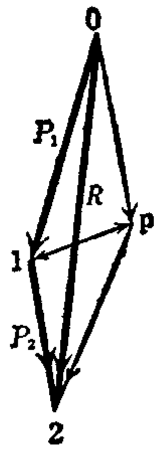
且$\overrightarrow{O1}$和$\overrightarrow{O'P'}$具有任意的大小及方向，选此二力大小相等方向相反。因此，P_1和P_2的合力的位置，可从$\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{O'1'}$的位置求出，即通过$\overrightarrow{OP}$和$\overrightarrow{O'1'}$的交点。

巧妙地应用这个原理求出合力位置的方法就是索多边形。为此，如8图，选择任意点p，将力P_1及P_2进行分解，使$\overrightarrow{p1}$和$\overrightarrow{1p}$相互抵消，成为$P_1+P_2=\overrightarrow{0p}+\overrightarrow{p2}$。于是能够作出如9图所示的索多边形。即$P_1$及$P_2$分解后，其分力为$\overrightarrow{0p}$、$\overrightarrow{p1}$及$\overrightarrow{1p}$、$\overrightarrow{p2}$，且$\overrightarrow{p1}+\overrightarrow{1p}=0$，所以$P_1+P_2=\overrightarrow{0p}+\overrightarrow{p2}$，即$P_1$、$P_2$的合力等于$\overrightarrow{0p}$和$\overrightarrow{p2}$的合力，合力的位置通过$\overrightarrow{0p}$和$\overrightarrow{p2}$的交点。合力的方向和大小是8图力的三角形的一边$\overrightarrow{02}$（$=R$）。

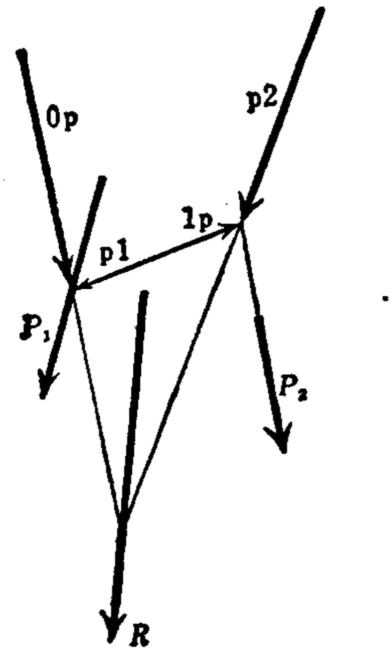
即使P_1、P_2平行，在多数情况下也可以用这一方法。以上就是索多边形的原理。

以10图所示为例。（a）图的P_1和P_2是平行的两个力，其合力（R）的位置，由索多边形的ab线和cd线的交点求得，R的大小由（b）图$\overrightarrow{02}$决定。（b）图的p点是任意选择的，称为极

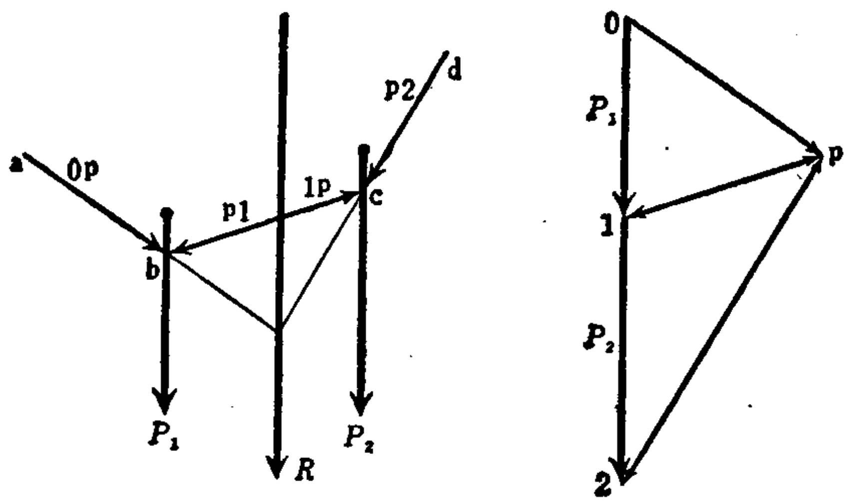
❶ 原注：索多边形用于求平行力系合力的作用线效果显著。



第 8 图



第 9 图



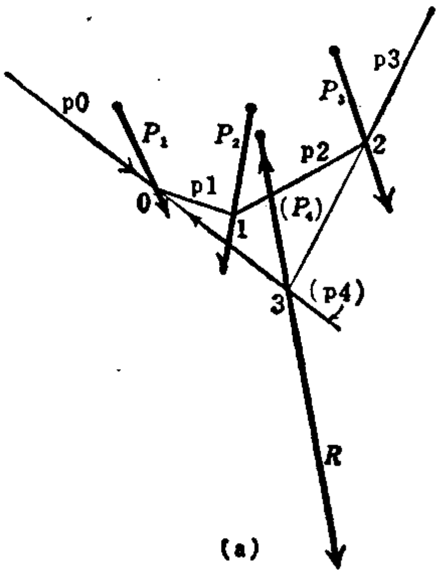
(a)　　(b)

第10图

点。直线012为力多边形。（a）图的abcd为索多边形。在（b）图中线p0、p1和p2是极点和力的多边形中各力的端点所联结的射线，在索多边形中与其对应平行的线称为索线。而始线（ab）和终线（cd）称为端边。

其次，如果考虑力系平衡的几何条件，首先力的多边形必须闭合。即$\Sigma F_x=0$，$\Sigma F_y=0$。而且索多边形中的索线也必须闭合。否则，始线和终线平行，合成结果为力偶。即由力的多边形闭合得到$\Sigma F_x=0$，$\Sigma F_y=0$，由索多边形的闭合得到$\Sigma M=0$。

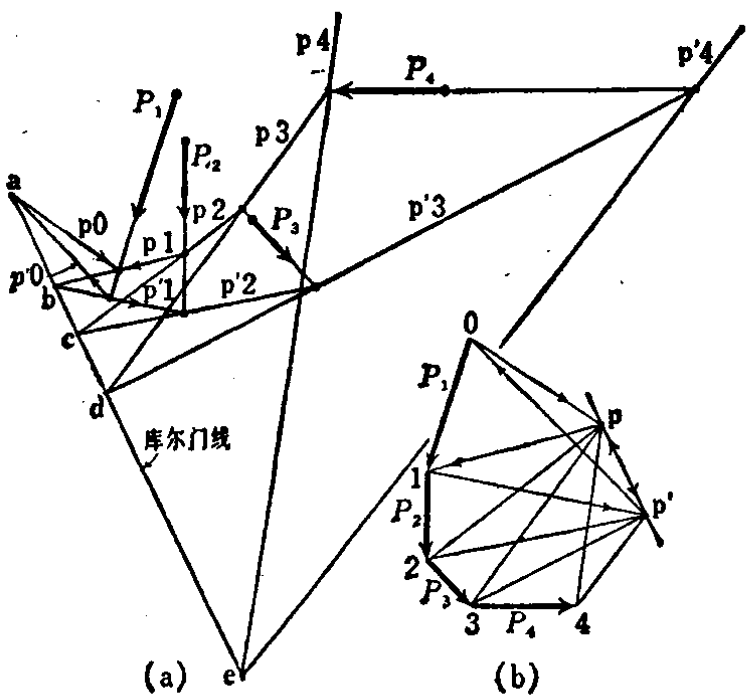
更一般的平面力系的合成例子如11图所示。求得P_1、P_2、P_3的合力R，如实线所示。又P_1、P_2、P_3（P_4）平衡时，则力多边形及索多边形均为闭合（如多边形01230）。



第11图

（2）库尔门（Culmann）线

下面叙述索多边形的重要性质。在力的多边形中，对于任意两个极点p及p′，有两个索多边形，在索多边形中相对应的索线的诸交点同在一平行于pp′线的直线上。这条直线称为库尔门线。



第12图

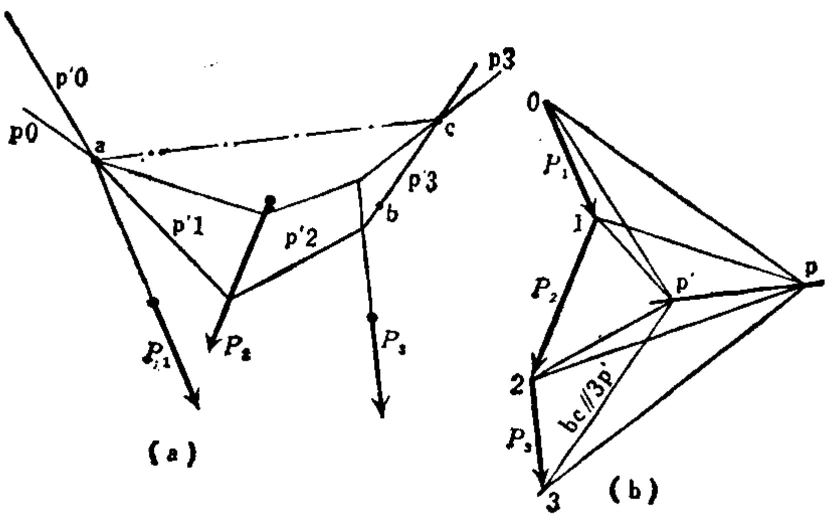
用12图所示的情形加以证明。极点p及p′，四个力P_1、P_2、P_3、P_4。将力P_1分解成两个分力$\overrightarrow{0p}$和$\overrightarrow{p1}$，又P_1与两个分力$\overrightarrow{1p'}$和$\overrightarrow{p'0}$平衡（P_1和平衡力要区分开）。即$\overrightarrow{0p}+\overrightarrow{p1}+\overrightarrow{1p'}+\overrightarrow{p'0}=0$，（如（b）图）。或$(\overrightarrow{0p}+\overrightarrow{p'0})+(\overrightarrow{p1}+\overrightarrow{1p'})=0$，即$\overrightarrow{0p}$和$\overrightarrow{p'0}$的合力与$\overrightarrow{p1}$和$\overrightarrow{1p'}$的合力大小相等方向相反，互相平衡。

然而合力$\overrightarrow{0p}+\overrightarrow{p'0}=\overrightarrow{p'p}$通过索线p0和p′0的交点a。

又合力$\overrightarrow{p1}+\overrightarrow{1p'}=\overrightarrow{pp'}$通过索线p1和p′1的交点b。而两个合力因为作用在一直线上，所以平衡，这两个合力作用在ab线上，其方向与力多边形（b）的$\overrightarrow{pp'}$平行。同样，$\overrightarrow{p1}$和$\overrightarrow{1p'}$的合力，$\overrightarrow{p'2}$和$\overrightarrow{2p}$的合力也作用在同一直线上，且方向相反。因为$\overrightarrow{2p}$和$\overrightarrow{p'2}$的合力通过索线p2和p′2的交点c，在ab线上，其方向也平行pp′。同样作下去，所有的相对应索线的交点均在ab线上，至此命题得到了证明。

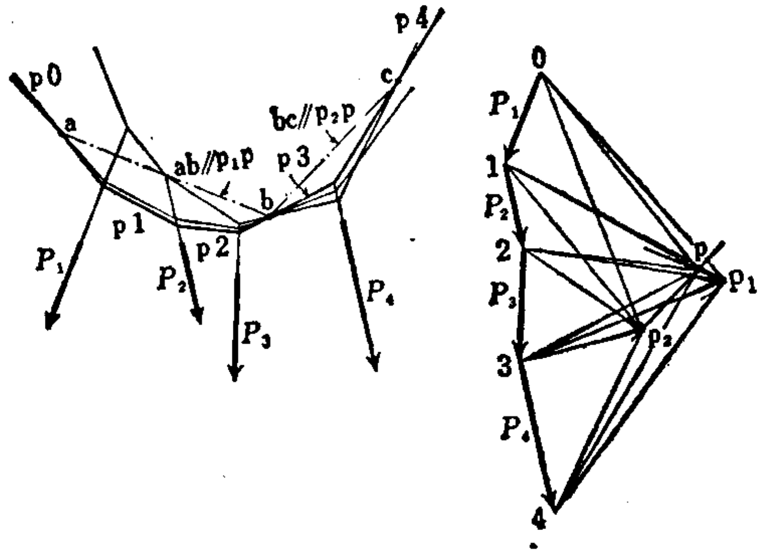
（3）库尔门线的应用

1）画出过已知两点a、b的索多边形。如13图，（b）图为具有任意极点p的力多边形，通过a点画出对应的索多边形。这个索多边形一般不通过b点。其次在终线上取任意点c，连接ac线，在力多边形上通过极点p画出平行于ac的直线，凡是极点在此直线上的力多边形，其对应的索多边形的终线若均通过c点，则根据库尔门线其始线必通过a点。因此，在力多边形上引3p′平行于c和b的连线，若得到3p′与pp′线的交点p′，则p′点



第13图

所对应的索多边形显然通过a、b两点。因为c点是任意选择的，所以可以得知，通过a、b两点的索多边形存在无数个。



第14图

2）画出过已知三点a、b、c的索多边形，如14图。（根据13图a）可设过a、b两点的索多边形的极点为p_1，过b、c两点的索多边形的极点为p_2，画出过p_1点平行于ab的直线和过p_2点平行于bc的直线，两条线的交点为p，以此点p为极点的索多边形始线通过a点，则索多边形也通过其他两点b、c。

证明：设有极点为p_1及p_2的索多边形。极点在平行于ab且通过p_1点的直线上的索多边形，其始线通过a点，则该索多边形必然通过b点；又极点在平行于bc且通过p_2点的直线上的索多边形，对应的索线通过b点，其终线通过c点。上述二直线的交点显然满足两方的条件，因此能作出符合题意的索多边形。

此处，因为二直线的交点只有一个，所以要画的索多边形也仅存在一个。

（4）由索多边形求力矩

由已知力系（P_1、P_2、P_3）画出的索多边形及力多边形如15图（a)(b)。现在，在（a）图中过a点引P_1的平行线与索线的交点为m_1和m_1'由索多边形和力多边形求P_1对a点的力矩。

$\triangle 1m_1m_1' \backsim \triangle p01$（因为各对应边互相平行）