

· 大学教材系列 ·

SHUXUEJIAOYUXUEDAOLUN

数学教育学导论

王子兴 主编



广西师范大学出版社

· 湖南省普通高等教育第一批“九五”重点教材立项图书 ·

数学教育学导论

王子兴 主编

广西师范大学出版社

数学教育学导论

王子兴 主编

责任编辑:覃丽梅

封面设计:杨琳

广西师范大学出版社出版发行

邮政编码:541001

(广西桂林市中华路36号)

灵川县印刷厂印刷

*

开本:850×1168 1/32

印张:12.75

字数:320千字

1996年12月第一版

1996年12月第一次印刷

印数:0001—5000册

ISBN7-5633-2364-3/G·1745

定价:12.00元

内 容 简 介

数学教育学是正在兴起和形成的一门学科。本书为这门新兴学科的论著。全书以数学为基础,以数学教学论与课程论为主线,基本上覆盖了数学教育学的主要内容,即:数学教育学研究的对象与学科性质,科学的数学与作为教学科目的数学,数学课程,数学教材中的逻辑基础,数学教学原则与过程,数学学习过程的心理分析,数学能力与数学素养,数学知识的教学,数学教与学的方法,数学教学的课外工作,数学教育评价的基本原理,计算机与数学教育,数学教师的素质与修养。

该书可作为高师数学系本(专)科必修课“中学数学教材教法”教材,硕士研究生数学教育学方向的选用教材,还可作为中学数学教师继续教育的教材或参考书。

主 编 王子兴

副主编 章光裕 陈自强 傅世球 宋秉信

编 著 (按姓氏笔画排列)

王子兴 石循忠 宋秉信 陈自强 陈庆平

昌国良 张复兴 章光裕 喻 平 傅世球

审 阅 王本午

前言

“数学教育学”是正在兴起的学科教育学的的一个分支。自从1982年我国数学教育界提出创建具有中国特色的“数学教育学”以来,经过广大数学教育工作者的辛勤耕耘,我国对“数学教育学”的研究日趋成熟,已进入理论建构的新阶段。我们正是在这一背景下编著《数学教育学导论》一书的。

数学教育过程是一个客观过程,它必然有其自身的客观规律。本书以唯物辩证法为指导,以数学为基础,以数学教学论(包括教与学两个方面,将教学论与学习论合二为一,总称为数学教学论)和数学课程论为主线,渗透和综合逻辑学、心理学、思维科学、计算机科学、系统科学、数学教育评价理论和数学教育的技术手段研究等相邻学科的有关理论,分析研究数学教育过程,发现、揭示其客观规律,形成学科体系。

“数学教育学”作为高等师范院校数学教育专业开设的一门必修课,是由“数学教学论”(或“中学数学教学论”)发展而来的,而“数学教学论”(或“中学数学教学论”)又是由“中学数学教材教法”发展而来的。本书就是在《数学教学论》(王子兴主编,广西师范大学出版社1992年12月出版)一书的基础上的

A1264/25 09

深化与拓宽,增加了数学课程论这一主线,充分反映1992年以来国内外数学教育研究的一系列最新成果,渗透了计算机等科学对数学教育的广泛影响,力图做到既有理论价值,又有实践指导意义;既有学术性,又便于教学操作。“数学教育学”的科学体系与作为教学科目的学科体系既有必然的联系,也有一定的区别。本书是一本作为高等师范院校数学教育专业本、专科的必修课教材和中学数学教师的继续教育教材而编著的。作为导论,其学科体系覆盖了“数学教育学”这个分支的主要内容。

“中国高教学会高师院校数学教育研究会湖南分会”在1995年4月岳阳会议后,决定组织八所高师院校编著此书,由湘潭师范学院王子兴教授任主编,湖南师范大学章光裕、湘潭师范学院陈自强、怀化师专傅世球、湘潭教育学院宋秉信等四位副教授任副主编。参加编著此书的还有:广西师范大学喻平、湖南师范大学昌国良两位副教授,零陵师专石循忠、娄底师专陈庆平、邵阳师专张复兴三位讲师。

各章节的作者为:绪论、第一章、第二章——王子兴;第三章——宋秉信;第四章——陈自强;第五章——昌国良;第六章、第九章§9.1——喻平;第七章——张复兴;第八章——石循忠;第十章、第十一章——章光裕;第十二章——陈庆平;第十三章、第九章§9.2——傅世球。

全书由王子兴负责总体构想,拟定编著提纲,章光裕对其编著提纲提供了富有建设性的修改意见,章光裕和王子兴分工审阅了全部初稿。1996年5月,在湘潭师院召开了审稿会。会后,各作者根据审

稿会的意见对初稿进行了修改、抄正,然后由王子兴、章光裕、陈自强、傅世球、宋秉信分工审阅。最后,由王子兴统稿、定稿。

广西师范大学数学系王本午先生仔细审阅了全部书稿,提供了宝贵的修改意见。在本书编著过程中,曾得到湘潭师范学院领导的大力支持。在此,一并向他们表示衷心的感谢。

本书还参考了大量的数学教学经验和研究成果(“主要参考文献”附于书后),使我们得以站在众人的肩膀上做了一些有益的探索,谨向他们的总结者或创造者致以敬意。

“数学教育学”毕竟是一门正在发展中的学科,其体系与风格多种多样。我们编著此书也是一种尝试。庄子曰:“始生之物,其形必丑。”由于条件与水平所限,书中难免有不当与疏漏之处,恳请同行专家和读者批评指正。

王子兴于湘潭市文庙

1996年6月

目 录

绪 论	(1)
第一章 科学的数学与作为教学科目的数学	(8)
§ 1.1 科学的数学	(8)
§ 1.2 作为教学科目的数学	(29)
习题一	(34)
第二章 数学课程	(35)
§ 2.1 数学课程的教学目的	(35)
§ 2.2 数学课程的设计	(46)
§ 2.3 数学课程的内容	(52)
§ 2.4 数学课程的改革与展望	(61)
习题二	(75)
第三章 数学教材中的逻辑基础	(76)
§ 3.1 数学概念及其定义	(76)
§ 3.2 数学判断与命题	(83)
§ 3.3 形式逻辑的基本规律	(91)
§ 3.4 数学推理	(96)
§ 3.5 数学证明	(104)
习题三	(110)
第四章 数学教学原则与教学过程	(112)
§ 4.1 数学教学原则概述	(112)
§ 4.2 数学教学原则的具体内容	(116)
§ 4.3 数学教学过程的基本因素分析	(134)

§ 4.4 数学教学过程中师生的活动	(135)
§ 4.5 从“三论”的角度考察数学教学过程	(143)
习题四	(145)
第五章 数学学习过程的心理分析	(146)
§ 5.1 数学学习的一般过程	(146)
§ 5.2 数学知识和技能的学习	(152)
§ 5.3 数学解题的学习	(162)
§ 5.4 数学学习的记忆与迁移	(170)
§ 5.5 数学学习与非智力因素	(179)
习题五	(184)
第六章 数学能力与数学素养	(185)
§ 6.1 数学能力概述	(185)
§ 6.2 数学能力的培养	(195)
§ 6.3 数学素养概述	(205)
§ 6.4 提高数学素养的思考	(209)
习题六	(214)
第七章 数学知识的教学	(215)
§ 7.1 数学概念的教学	(215)
§ 7.2 数学命题的教学	(223)
§ 7.3 数学解题的教学	(233)
习题七	(246)
第八章 数学教与学的方法	(247)
§ 8.1 数学教的方法	(247)
§ 8.2 数学学习的方法	(263)
§ 8.3 数学教法与学法的协调	(273)
习题八	(278)
第九章 数学课堂教学的语言艺术与组织形式	(279)
§ 9.1 数学课堂教学的语言艺术	(279)
§ 9.2 数学课堂教学的组织形式	(286)

习题九	(292)
第十章 数学教学的课外工作	(293)
§ 10.1 数学课外作业	(293)
§ 10.2 数学课外辅导	(297)
§ 10.3 数学课外活动	(302)
习题十	(306)
第十一章 数学教育评价的基本原理	(307)
§ 11.1 数学教育评价的一般概念	(307)
§ 11.2 数学教学评价的分类	(315)
§ 11.3 数学教育评价的一般程序	(320)
§ 11.4 数学教育评价中常用的统计量和统计方法	(333)
习题十一	(343)
第十二章 计算机与数学教育	(344)
§ 12.1 计算机和信息科学的发展对数学教育的影响	(345)
§ 12.2 计算机辅助教学(CAI)	(355)
§ 12.3 国外数学教学的一个新方式	(367)
习题十二	(370)
第十三章 数学教师的素质与修养	(371)
§ 13.1 数学教师的职能	(371)
§ 13.2 数学教师的智能结构	(377)
§ 13.3 数学教师的职业素质与修养	(389)
习题十三	(395)
主要参考文献	(396)

绪 论

学科教育学是教育科学领域内正在兴起和形成中的一门学科。在学科教育学各个分支中,数学教育学无疑是最活跃的一支。

“数学教育学”这个词,早在本世纪 50 年代就已出现(1952 年法国巴黎就出版了 Fouche 的《数学教育学》。1969 年 8 月,在法国里昂举行的第一届国际数学教育大会(ICME—1)的第一个决议中指出:“数学教育学越来越变成具有自己的课题、方法和实验的独立学科。”1982 年,中国教育学会数学教育研究会成立,在成立大会和首届年会上提出了“建立中国的数学教育学”的奋斗目标。1984 年,当丁尔陞教授等人为促进我国数学教育的学术研究,翻译出版了前苏联数学教育学斯托利亚尔在本世纪 70 年代前期写成的《数学教育学》之后,“数学教育学”的名称才不胫而走,成为我国数学教育界的共识。十多年来,经过广大数学教育工作者的努力,我国对数学教育学的研究日趋成熟,已进入理论建构的新阶段。

一、数学教育学的研究对象

作为一门新兴学科,建立它的学科体系本身就是一项科研任务。目前,国内外对它的研究对象尚未有公认的统一的认识,这是很自然的。下面列举几种有代表性的见解。

第一种：日本横地清教授在他所著的《数学教育学序说》一书中认为数学教育有七个研究领域：①关于学习者的数学的认识和实践的研究；②关于教授——学习的研究；③关于教育内容的确定和教育课程的研究；④关于公共教育机关（保育院、幼儿园、小学、初中、高中、大学）的数学教育的研究；⑤关于数学在社会中的作用的研究；⑥关于数学教育史的研究；⑦关于世界数学教育的研究。这七个方面，实际上是从不同角度提出了数学教育学的研究对象。

第二种：前苏联数学教育家斯托利亚尔在他著的《数学教育学》一书中提到：“数学教育学的对象是数学教学。”“从广义上说，数学教育学是研究数学教学过程的一门科学。”他把教学过程分解成下列要素：①教学目的（为什么教？）；②教学对象（教谁？）；③教学内容（教什么？）；④教法（如何教？）。根据斯托利亚尔的这个观点，说明他的《数学教育学》实际上是一本“中学数学教材教法”。作者在该书中认为：“数学教学是‘数学活动’（思维活动）的教学，而不仅是数学活动的结果——数学知识的教学”；“数学现代化不是要教现代数学，而是指数学的现代教学，即把学校数学建立在现代数学的思想基础上并且使用现代数学的方法和语言”。这种新的观点，对人们很有启迪。

第三种：美国学者凯伦（Tom Kieren）在一篇题为《数学教育研究——三角形》的文章中，对数学教育的对象作了形象的比喻和描述。他把西德的鲍斯费德（H. Bauersfeld）在第三届国际数学教育大会（ICME-3）上描述的数学教育的三个研究对象（课程、教学、学习）比作三角形的三个顶点，分别对应于三种人：课程设计师、教师、学生。相应地，数学教育学就有三个研究的方面，这就是课程论、教学论、学习论。这三个方面紧密相连，很难独立地研究，它们的关系就相当于三角形的三条边，研究一个顶点，对其他两个顶点的研究也会发挥作用。这个三角形有一个“兴趣中心”就是“儿童和成人实际学习数学的经验”，一切数学教育研究都“面对”这些

经验,研究者都希望自己的研究会直接或间接地提高这些经验。从拓扑学观点看,三角形应有内部和外部。有关备课、教学和分析课堂活动的研究,以及教学实验和定向的现象观察,都属于数学教育研究三角形的“内部”、数学、心理学、哲学、技术手段、符号和语言等,都属于数学教育研究的三角形“外部”。

在此基础上,曹才翰教授则进一步提出“数学教育学是以数学的课程论、教学论和学习论为主要对象的一门实践性很强的综合性科学”,这就是“三论说”。

除了上述三种具有代表性的观点外,国内外学者还提出了许多有益的见解。各种见解实质上是从不同的角度,用不同的方法刻画了数学教育学的研究对象,各种观点都丰富了人们对数学教育学的认识。

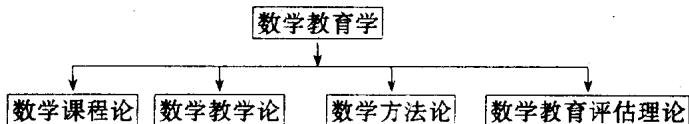
我们认为,数学教育学是研究数学教育过程客观规律及其应用的科学。数学教育过程是数学信息的传递过程,教师、学生与信息(数学知识)是其间的三个基本构成要素。因此,数学教育学以数学教学论、学习论和课程论为主要研究对象是较为合理的。但我们注意到:教学是教与学的双边活动。事实上,我国古代对教学理论的研究,就是把教学当作由“教”与“学”两个方面紧密联系在一起的统一事物去探讨的,即研究教,研究学,研究教与学的相互关系。因此,我们主张把学习论放在教学论中。这样,数学教育学的主要研究对象是数学课程论和数学教学论。前者主要解决“为什么教”及“教什么”的问题,后者主要解决“怎样教”及“怎样学”的问题。^①

除去数学课程论和数学教学论外,在这一层次上还应包括更多的内容,特别是应当包括相对独立的“问题解决”的理论和数学教育的评估理论。“问题解决”的理论主要包括下述内容:①如何综合地应用已有的数学知识、思想和方法解决实际问题,这就涉及到

① 王子兴主编:《数学教学论》,广西师范大学出版社,1992年。

各种基本的数学方法,如数学模型方法、数学公理化方法、数学化归方法、数学结构方法、数学构造方法等;②数学思维的方法,这包括数学中的逻辑思维方法和数学中的心理学方法;③数学创造发现的方法,如实验归纳法、类比推理法、美学方法等。可见,在数学教育中,“问题解决”的理论实际上是从数学教育的角度出发去研究数学问题解决的方法论问题,故可称之为“数学方法论”^①。此外,无论是数学课程论的内容还是数学教学论的内容,都有一个测量与评价的问题。

据此,我们可以构建下述数学教育学的理论框架:



二、数学教育学的学科性质

1. 数学教育学是一门边缘科学

数学教育学理论与数学、教育学、心理学、哲学、逻辑学、计算机科学、系统科学和思维科学等学科有关,但其主要理论基础来自数学与教育学两个母体。因此,就其学科性质来说,是既属于教育科学,又属于数学学科的一门交叉学科。

数学教育过程的客观规律是由数学这门科学的学科特点决定的,这正是数学教育学不同于其他学科教育学的根本所在。数学教育是一种思维素质教育,也是一种思维方法教育,还是一种思维模式教育。数学教育学研究的是数学教育的特殊规律和原理。

虽然考察和研究数学教育要用到数学知识、数学思想和数学方法,但这种工作本身实质上却是对数学教育这种现象的考察,这是不同于数学学科的根本所在。所以,数学教育学应以教育学已有的理论为指导,从数学教育自身的特殊规律出发来构建独立的、有

① 王子兴著:《问题解决的理论——数学方法论》,湘潭师范学院讲义。

针对性的数学教育理论体系;数学教育学是从教育的角度展开论述的。

数学教育学与相关学科的关系是:既要发挥一般原理的指导作用,更要突出特殊性的研究,还要从社会、科技发展的角度注重众多相关学科的有机结合。

2. 数学教育学是一门实践性很强的综合性理论科学

由于数学教育学是一门实践性很强的科学,这就决定了它的理论必须指导数学教学实践,并经得起数学教学实践的检验。

数学教育学是数学教育改革实践的理论总结。因此,要建立具有中国特色的数学教育学,就应及时反映具有中国特色的教改成果。例如,“上海青浦县中学数学教学模式”,这是上海青浦县“顾冷沅教改实验小组”经过广泛的调查研究,认真筛选数学教学经验,然后进行试验推广而总结出来的一种数学教学方法。这种教学方法不但对重点中学效果显著,对非重点中学,尤其是基础较差的农村中学效果同样显著,从而有利于大面积提高教学质量。这种教学方法以大量的行之有效的教学经验为实践基础。这些来自实践,并经过实践检验的教学经验,包含着数学教学原理和教学规律,是科学的教育思想和教育理论同青浦县数学教学实际相结合的结晶。又如中国科学院心理研究所卢仲衡创立的“数学自学辅导法”,是于本世纪 60 年代引进美国心理学家斯金纳所创立的“程序教学法”的合理因素,结合我国的实际情况而设计的,并通过了大量的实验才获得成功的,现已在全国各省、市数千所中学推广,在国外也有一定的影响。上述两种数学教学方法都有实证基础,因而能引起中学数学教师的共鸣。

3. 数学教育学是一门发展中的科学

数学教育学是社会、科技发展的必然产物。我们应该看到,数学教育的理论、方法和手段等问题,随着社会、科技的发展以及数学、教育学、心理学、哲学、逻辑学、计算机科学、系统科学和思维科

学等相关学科的发展,也在不断地发展与变革。因此,在一定的时期内,数学教育学可能有一个相对完善的模式,但不可能有一个最终完善的模式。

总之,数学教育学是一门综合性、独立性、实践性、处于不断变化的发展性的边缘交叉科学。

三、作为高师课程的数学教育学

数学教育学的科学体系是依据数学教育的客观规律和内在的逻辑关系建立起来的,必须遵循科学性、系统性、整体性原则;而作为教学科目的学科体系则须依据课程理论、教学目标、教育对象的层次特征与认识规律选取内容,并建构理论体系,主要遵循科学性、系统性、教育性与实用性等原则。因此,数学教育学的科学体系与作为教学科目的学科体系既有必然的联系,也有原则的区别。

作为高师课程的数学教育学是作为教学科目的数学教育学的一门。它受到高师培养目标、学生水平、教学时数、教学条件等多方面的限制;它只研究中学阶段的数学教育,而不研究小学或大学的数学教育。

我们认为,作为高师课程的数学教育学,其教材应体现下述四个学科特色:^①

(1)抓住数学这个背景、重视研究数学的思想和方法。

(2)突出教育这个主题,从教育的角度展开论述。

(3)加强理论的深度,要能唤起高师学生的“数学教育专业意识”。

(4)注意对实践的指导性,要能引起中学数学教师的共鸣。

作为高师课程的数学教育学,是在作为高师课程的“中学数学教材教法”或“中学数学教学论”(或“数学教学论”)的基础上发展

^① 王子兴:“论数学教育学教材的学科特色”,载《中国高教学会高师数学教育研究会 1993 年年会论文集》。

起来的,它们之间的关系是:

中学数学教材教法 $\subset$ 数学教学论 $\subset$ 数学教育学。

数学教育学作为高师院校数学系(科)的一门数学教育方面的专业基础课开设,其教学目的是:通过课堂教学、作业练习、教学观摩、微格教学、教学实习、讨论研究等教学活动,使学生明确科学的数学与作为教学科目的数学的异同,初步掌握中学数学课程论、中学数学教学论与中学数学教育评估理论的基本内容和方法;了解中学数学教学改革的历史和发展趋势,具有从事中学数学教学与研究的初步能力及理论基础。

对于数学教育学的研究与教材建设,当前并行着两种不同的方法。一种是把数学教育学看成一门综合性学科作整体性研究,另一种则把数学教育学作为一个学科群体进行专题性研究。前一种方法的成果有:曹才翰、蔡金法的《数学教育学概论》、田万海主编的《数学教育学》、张奠宙等的《数学教育学》等;而孙瑞清的《数学教育实验与教育评价概论》、王仲春等的《数学思维与数学方法论》、王鸿钧、孙宏安的《数学思想方法引论》、王子兴主编的《数学教学论》等,则是后一种方法的结晶。上述两种研究对数学教育学的建设都有着重要的现实意义。

本书是把数学教育学看成一门综合性学科作整体性研究的。它覆盖了数学教育学的主要内容:数学课程论、数学教学论(包括数学的教与学)和数学教育评估理论,但不包括数学方法论(已将数学方法论单列专题成书,称之为《问题解决的理论——数学方法论》,作为《数学教育学导论》续论教材)。