丛书主编：师　达

新概念

XUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI

学科竞赛完全设计

奥赛急先锋

初一数学

新概念 XUEKEJINGSAIWANQUANSHEJI 学科竞赛完全设计

奥赛急先锋

◆初一数学 ◆初二物理 ◆初一英语 ◆初中计算机信息工程 ◆初中语文基础
◆初二数学 ◆初三物理 ◆初二英语 ◆初中语文阅读
◆初三数学 ◆初三化学 ◆初三英语 ◆初中语文写作

责任编辑：惠 玮

装帧设计 徐徐一镀

ISBN 7-5007-5091-9

9 787500 750918 >

ISBN7－5007－5091－9／G·3883

定价：11.80 元

图书在版编目（CIP）数据

新概念学科竞赛完全设计手册．初一数学／师达主编．
-2版．—北京：中国少年儿童出版社，2002.6
ISBN 7—5007—5091—9

Ⅰ．新…　Ⅱ．师…　Ⅲ．数学课—初中—教学参考资料
Ⅳ．G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2002）第 032138 号

奥赛急先锋

初一数学

出版发行： 中国少年儿童出版社
出 版 人：

主　　编： 师　达
责任编辑： 惠　玮
责任校对： 刘　新
装帧设计： 钱　明
封面设计： 徐　枝
责任印务： 栾永生

社　址： 北京东四十二条二十一号
邮政编码： 100708
电　话： 010—64032266
咨询电话： 65956688 转 31

印　刷： 南京通达彩印有限公司
经　销： 全国新华书店

开　本： 850×1168　1/32
印　张： 9.5 印张
2002 年 6 月北京第 1 次修订
2002 年 7 月南京第 1 次印刷
字　数： 205 千字
印　数： 1—10000 册

ISBN 7—5007—5091—9/G·3883
定　价： 11.80 元

图书若有印装问题，请随时向本社出版科退换

前 言

国际数学奥林匹克（International Mathematical Olympiad简称IMO），是一种国际性的以中学数学为内容、以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于1959年夏天在罗马尼亚举行，当时只有保加利亚、捷克、匈牙利、波兰、罗马尼亚和前苏联派代表队参赛，竞赛活动每一年举办一次，1980年因故停办一次。以后每年的国际数学奥林匹克参赛国都在不断地增加，参赛规模都在不断地扩大，如同国际体育奥林匹克竞赛一样，国际数学奥林匹克也已深深地扎根于广大中小学师生的心田中。

在我国奥林匹克竞赛活动始于1956年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京举办了首次数学奥林匹克竞赛。“文革”后全国性及地区性的各级各类数学竞赛活动如雨后春笋，深受师生的厚爱。1986年我国首次正式派代表队参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。更为可喜的是，中学生的数学学

目　　录

第一讲　整数的基本知识……………………………………（1）
1.1　十进制整数 ……………………………………………（1）
1.2　最大公约数与最小公倍数 ……………………………（5）
1.3　质数与合数 ……………………………………………（9）
1.4　奇数与偶数 ……………………………………………（12）
第二讲　有理数……………………………………………（17）
2.1　有理数的有关概念 ……………………………………（17）
2.2　绝对值 …………………………………………………（27）
2.3　有理数的巧算 …………………………………………（34）
2.4　有理数的表示 …………………………………………（44）
2.5　有理数的应用 …………………………………………（50）
第三讲　一次方程(组)……………………………………（55）
3.1　含字母系数的一次方程 ………………………………（55）
3.2　含字母系数的一次方程组 ……………………………（59）
3.3　含有绝对值的一元一次方程和方程组 ………………（64）
3.4　一次不定方程和一次不定方程组 ……………………（69）
3.5　一次方程(组)的应用 …………………………………（74）
第四讲　一次不等式(组)…………………………………（80）
4.1　不等式的基本性质及应用 ……………………………（80）
4.2　一元一次不等式(组)的解法 …………………………（87）
4.3　含绝对值的一次不等式 ………………………………（94）
4.4　一元一次不等式的应用 ………………………………（99）

前言

国际数学奥林匹克（International Mathematical Olympiad简称IMO），是一种国际性的以中学数学为内容、以中学生为参赛对象的竞赛活动。第一届国际数学奥林匹克于1959年夏天在罗马尼亚举行，当时只有保加利亚、捷克、匈牙利、波兰、罗马尼亚和前苏联派代表队参赛，竞赛活动每一年举办一次，1980年因故停办一次。以后每年的国际数学奥林匹克参赛国都在不断地增加，参赛规模都在不断地扩大，如同国际体育奥林匹克竞赛一样，国际数学奥林匹克也已深深地扎根于广大中小学师生的心田中。

在我国奥林匹克竞赛活动始于1956年，当时在著名数学大师华罗庚教授的亲自参与并指导下，在北京举办了首次数学奥林匹克竞赛。"文革"后全国性及地区性的各级各类数学竞赛活动如雨后春笋，深受师生的厚爱。1986年我国首次正式派代表队参加国际奥林匹克数学竞赛，并取得骄人的成绩。更为可喜的是，中学生的数学学

科竞赛活动影响并带动了物理学、化学、生物学、计算机学、俄语、英语等学科的竞赛活动，在相应的国际各学科竞赛活动中，我国都取得了令世人瞩目的优异成绩，充分显示了中华民族的勤劳、智慧、也证明了改革开放后的我国基础教育在国际上是处于领先地位的。各学科竞赛活动的深入发展，也强有力地推动了课堂的学科教学，培养了大批有个性有天赋的中华学子。奥林匹克竞赛活动在40多年的历史中，形成了自己特有的人才培养模式：形成了自己特有的教材、辅导书系列；形成了一套完整的竞赛考试、评估机制。这对改变我国目前基础教育教材版本单一，人才培养模式单调，千军万马挤“普高”独木桥的状况，应该说具有很大积极意义。

奥林匹克教材及辅导图书相对于现行中学教材而言，最大的优势就在于它承认并适应学生的个体差异，在培养个人特长，开发个人潜能，造就拔尖人才方面具有独特的功能。

本书在内容编写上的主要特点有：

1、本书对近年奥林匹克竞赛活动具有集成性。这里所说的集成性含义有二：一是指书中收集到的例题、习题是近几年国内外竞赛和中高考优秀试题；二是指书中对的年奥赛解题思路、方法进行了总结归纳，具有全新的解题方略。

2、恰当处理奥赛和课内学习的关系。本书章节结构的设置既遵循奥赛的规则，同时又参照了中小学教学大纲和现行教材。从内容上讲既能保证学生在各级奥赛中取得好名次；同时又能对应课堂教学，从知识和能力的层面

上强化课内学习，帮助考生在中高考中取得优异成绩。

3、正确处理知识积累与能力培养、打好基础与研究难题的关系。知识的占有是能力形成的基础，掌握知识的速度与质量依赖于能力的发展。只有打好坚实的基础，才会具有研究难题，探究未知的能力。书中设计了一些“难题”。“难题”不同于“怪题”、“偏题”，“怪题”、“偏题”不可取。对“难题”则应下功夫研究。所谓“难题”有两种：一种是综合性强的题，另一种是与实际联系比较密切的题。解析综合性强的题需要使用多个概念、规律，需要把学过的知识有机地联系在一起，有时还需要用到其他学科的知识进行整合。解析联系实际的题需要分析研究实际问题，从大量事实中找出事物所遵循的规律，光靠对知识的死记硬背是不行的。对于这两种“难题”，必须下功夫研究，这种不间断的研究、探究，并持之以恒，就一定会形成学科特长，就一定会在不远的将来成长为拔尖人才。

本丛书含数、理、化、语文、英语、生物学、信息学（计算机）七科，跨小学、初中、高中三个阶段，共40册。

本丛书由师达总体策划并担任丛书主编，由刘汉文、周向霖、金新担任学科主编，由北京、浙江、江苏、湖北重点中小学的特级、高级老师编写，尤其是湖北黄冈市教研室的著名老师们的加盟，更使本丛书增辉。《新概念学科竞赛与题解方略》将帮助每一位学生、家长、老师实现心目中的理想与渴望，我们衷心祝愿每一位朋友成功。

书中难免有一些缺憾，望广大师生及学生家长指正，以便再版时订正。

好学生终于有了训练本

·本·书·特·色·

着眼于课本　落脚于奥赛

把握基础知识　培养创新能力

解题层层递进　另辟提高蹊径

好学生不能不读的训练本

目　录

第一讲　整数的基本知识……………………………………（1）

1.1　十进制整数 ……………………………………（1）

1.2　最大公约数与最小公倍数 ……………………（5）

1.3　质数与合数 ……………………………………（9）

1.4　奇数与偶数 ……………………………………（12）

第二讲　有理数……………………………………（17）

2.1　有理数的有关概念 ……………………………（17）

2.2　绝对值 …………………………………………（27）

2.3　有理数的巧算 …………………………………（34）

2.4　有理数的表示 …………………………………（44）

2.5　有理数的应用 …………………………………（50）

第三讲　一次方程(组)……………………………………（55）

3.1　含字母系数的一次方程 ………………………（55）

3.2　含字母系数的一次方程组 ……………………（59）

3.3　含有绝对值的一元一次方程和方程组 ………（64）

3.4　一次不定方程和一次不定方程组 ……………（69）

3.5　一次方程(组)的应用 …………………………（74）

第四讲　一次不等式(组)……………………………………（80）

4.1　不等式的基本性质及应用 ……………………（80）

4.2　一元一次不等式(组)的解法 …………………（87）

4.3　含绝对值的一次不等式 ………………………（94）

4.4　一元一次不等式的应用 ………………………（99）

第五讲 整式……………………………………………（108）
5.1 整式的加减 ……………………………………（108）
5.2 整式的乘除 ……………………………………（115）
5.3 乘法公式 ………………………………………（122）
第六讲 应用题选讲……………………………………（130）
6.1 直接设未知数法 ………………………………（130）
6.2 设间接未知数法 ………………………………（133）
6.3 设辅助未知数法 ………………………………（136）
6.4 逆推法 …………………………………………（139）
6.5 整体处理法 ……………………………………（143）
6.6 图形图表法 ……………………………………（145）
6.7 其他方法 ………………………………………（149）
第七讲 数的整除性……………………………………（153）
7.1 整除的基本性质 ………………………………（153）
7.2 整数整除性的特征 ……………………………（157）
7.3 剩余分类及其应用 ……………………………（162）
第八讲 简单的几何图形………………………………（169）
8.1 线段和角 ………………………………………（169）
8.2 相交线与平行线 ………………………………（175）
8.3 图形的计数 ……………………………………（180）
8.4 几何图形面积的巧算 …………………………（188）
第九讲 几种重要的数学思想方法……………………（197）
9.1 整体思想 ………………………………………（197）
9.2 奇偶分析法 ……………………………………（202）
9.3 归纳与猜想 ……………………………………（207）
9.4 逻辑推理 ………………………………………（212）
答案与提示……………………………………………（220）

第一讲　整数的基本知识

1.1　十进制整数

数的进位制有很多种，最常用的是十进制的．例如，1892 表示有 1 个千，8 个百，9 个十及 2 个一，可记为 $1892=1\times10^3+8\times10^2+9\times10+2$．对于两位整数，我们可以表示为$\overline{ab}$或 $10a+b$；三位整数，可以表示为$\overline{abc}$或 $100a+10b+c$，其中 a,b,c 是 0，1，2，…，9 中的数，且 $a\neq0$．

一般地，十进制中的 n 位自然数 N 可表示成

$N=\overline{a_na_{n-1}\cdots a_1}=a_n\times10^{n-1}+a_{n-1}\times10^{n-2}+\cdots+a_1$，

其中 $a_1,\cdots,a_{n-1},a_n$ 称为数码，它们均为整数，且 $a_n\neq0$，$0\leqslant a_i\leqslant9(i=1,2,\cdots,n)$．

这种表示法称为自然数的多项式表示法，自然数 N 最左边的一位数 a_n 称为首位数字，最右边的一位数字 a_1 叫做末位数字，且 $10^n<N<10^{n+1}$．

在整数范围内，显然有下列性质：

(1)整数＋整数＝整数；

(2)整数－整数＝整数；

(3)整数×整数＝整数．

【典型范例】

●**例 1**　a,b,c,d 是小于 10 的正整数，且$\overline{abcd}+\overline{abc}+\overline{ab}+a=2005$．则 $a=$______，$b=$______，$c=$______，$d=$______．

分析　由题意可知，$1\leqslant a\leqslant2$，但当 $a=2$ 时，$\overline{2bcd}+\overline{2bc}+\overline{2b}+2>2005$，$\therefore a\neq2$．

从而 $a=1$，此时$\overline{bcd}+\overline{bc}+\overline{b}=2005-1111=894$，$\therefore b=8$ 或 7．

当 $b=8$ 时，$\overline{cd}+\overline{c}=894-888=6$，有 $c=0,d=6$；

当 $b=7$ 时，$\overline{cd}+\overline{c}=894-777=117$，若 c 取最大值 9，则 $d=18$，不符合题意.

解 $a=1,b=8,c=0,d=6$.

●**例 2** 从 1990 到 8790 的整数，十位与个位是相同的数字（如××22，××55）的有多少个？

解 从 1990 到 2000，十位数字和个位数字相同的数有 2 个，2001～8000，十位数字和个位数字相同的数有 600 个；8001～8790，十位数字和个位数字相同的数有 78 个.

所以，从 1990～8790，十位数字和个位数字相同的数共有

$$(2+600+78)=680 \text{ 个}.$$

说明 分类记数问题，应注意不要漏记，也不要重记.

●**例 3** 四个连续自然数的乘积是 3024，问这四个自然数是什么？

解 这四个连续自然数中不存在 10，否则积的个位就有 0 出现；

若这四个数都是大于 10，那么乘积最少是 5 位数.

由此判断，这四个数都是小于 10 的数；且这四个数中不包括 5，因为 5 与任何一个偶数的乘积的个位数都是 0.

通过三步推理，在 10 以内的四个连续自然数是 6，7，8，9.

●**例 4** 把 1，2，3，…，100 这 100 个数顺次连接成一个数：$Z=12345678910111213\cdots99100$.

(1)Z 是多少位数？

(2)从数 Z 中划去 100 个数字，把剩下的数字顺次写成一个数 Z'，并要求 Z' 尽可能大，应当划去哪些数字？

解 (1)1，2，3，4，…，100 中间共有一位数 9 个，二位数 90 个，三位数 1 个. 因此，Z 共有 $1\times9+2\times90+3\times1=192$ 位.

(2)数 Z 有 192 位，划去 100 个数字后，剩下 92 个数，所以 Z'

只有 92 个数位.

对于两个同为 92 位的数来说,前面的数字都是 9 的数位多的那个数显然比较大.按照本题的要求,Z'前面应当尽可能多的数字是 9.

在数 Z 中划去第一个数字"9"前面的 8 个数字,再划去第 2 个"9"前面的 19 个数字,再分别划去第三个,第四个和第五个"9"前面的 19 个数字,这时,从数 Z 中已经划去了$(8+19\times4)=84$ 个数字,以后还要划去 16 个数字.划去 84 个数字后得到的数是 $99999505152535455565758596061\cdots99100$.

此数第 6 个数字"9"前面有 19 个小于 9 的数字,所以不能把它们全部划去.如果保留"8",那么前面要划去 17 个数字,因此,Z'的第六位只能选取数字"7",前面划去 15 个数字,再划去"7"后面的一个数字"5".这样总共划去 16 个数字,加上前面划去的 84 个,共计划去 100 个数字,最后得出的数是

$Z'=999997859606162\cdots99100$.

【练习 1.1】

1. a 表示一个两位数,b 表示一个四位数,把 a 放在 b 的左边组成一个六位数,那么这个六位数应表示为　(　　)*

A. ab　　B. $10000a+b$

C. $100a+10000b$　　D. $100a+b$

2. 在十进制表示的数中,找出个位数和百位数互换时,该数不变的最大的偶三位数,这个偶三位数的数字之和是　(　　)

A. 23　　B. 24　　C. 25　　D. 26

3. 五个连续自然数的和是 270,其中最小的一个是　(　　)

A. 50　　B. 52　　C. 54　　D. 55

4. 已知一个三位数的十位数字是 m,个位数字比 m 小 2,百

* 本书中的选择题,均只有一个正确的选择项.

位数字是 m 的 2 倍,用代数式表示这个三位数是______.

5.一个两位数,加上 2 以后的各位数字之和只有原数字和的一半,这个两位数是______.

6.$975\times935\times972\times$ ______,要使连乘积最后四个数字都是0,在横线上填上合适条件的最小值是______.

7.数 $N=2^{12}\times5^{8}$ 的数字位数是 ( )

A.9 B.10 C.11 D.12

8.如果前 $3n$ 个正整数的和比前 n 个正整数的和多 150,那么前 $4n$ 个正整数的和是 ( )

A.300 B.350 C.400 D.450

9.从 1985 到 4891 的整数中,十位数字与个位数字相同的数的个数有 ( )

A.270 B.280 C.291 D.292

10.一个三位数,个位数字是 3,如果个位数字移作百位数字,原百位数字移作十位数字,原十位数字移作个位数字,那么所成的数比原数少 171,原数是______.

11.若一个六位数$\overline{1abcde}$乘以 3 后积为$\overline{abcde1}$,求原来的六位数.

12.若 A,B,C,D,E,F 表示不同的十进制数码,且整数$\overline{ABCEFD}$的 3 倍等于整数$\overline{EFDABC}$的 4 倍,求这六个数码.

13.一个六位数,如果它的前三位数码与后三位数码完全相同,顺序也相同,则此六位数同时是 7、11、13 的倍数吗?为什么?

14.将一个三位数的数字重新排列后所得的最大的三位数减去最小的三位数正好等于原数,求这个三位数.

15.有一个若干位的正整数,它的前两位数字相同,将它的数字倒排得一新数,新数与原数之和为 10879,试求原数.

1.2　最大公约数与最小公倍数

若正整数 a、b,存在一个整数 q,使得 $a=bq$,则 a 称为 b 的倍数,b 称为 a 的约数(因数).

几个整数公有的约数,叫做这几个数的公约数.若 d 是正整数 a,b 的所有公约数中最大的一个,则 d 叫做整数 a,b 的最大公约数,记作 $(a,b)=d$,几个整数的最大公约数总是存在的.特别地,当 $d=1$ 时,我们称 a,b 互质.

几个整数公有的倍数叫做这几个整数的公倍数.若 m 是正整数 a,b 的公倍数中最小的一个,叫做 a,b 的最小公倍数,记作

$$[a,b]=m.$$

最大公约数与最小公倍数有下列性质:

性质 1　两个正整数的最小公倍数能整除这两个数的任一公倍数.

性质 2　两个正整数的全体约数的最小公倍数就是这两个数的最大公约数.

推论　两个正整数的最大公约数的全体约数就是这两个数的全体约数.

性质 3　两个正整数 a,b 的最大公约数与最小公倍数的乘积等于这两个数的乘积,即 $(a,b)[a,b]=ab$.

推论　如果 $(a,b)=1$,那么 $[a,b]=ab$.

性质 4　设正整数 $a>b$,且 $a=bq+r(0\leqslant r\leqslant b-1)$,其中 q 和 r 都是整数,则 $(a,b)=(b,r)$.

求最大公约数与最小公倍数的常用方法是分解质因数法.下面通过具体实例说明其求法.

【典型范例】

●**例 1**　已知两个正整数之和为 104055,它们的最大公约数是 6937,求这两个数.

解 设这两个数为 x、y，

由已知得 $(x,y)=6937$，

令 $x=6937a$，$y=6937b$，

$\because$ $x+y=104055$，

$\therefore$ $6937a+6937b=104055$，

$\therefore$ $a+b=15$.

由于 a、b 互质，所以只有以下四种情况：

$\begin{cases}a=1,\\b=14;\end{cases}$ $\begin{cases}a=2,\\b=13;\end{cases}$ $\begin{cases}a=4,\\b=11;\end{cases}$ $\begin{cases}a=7,\\b=8.\end{cases}$

分别代入 x、y 的表达式，得

$\begin{cases}x=6937,\\y=97118;\end{cases}$ $\begin{cases}x=13874,\\y=90181;\end{cases}$ $\begin{cases}x=27748,\\y=76307;\end{cases}$ $\begin{cases}x=48559,\\y=55496.\end{cases}$

●**例 2** 有三根圆木材，其中第一根的长度是第二根的 1.2 倍，是第三根的一半，第三根比第二根长 280 厘米. 现在把三根圆木截成尽可能长而又相等的小段，可截成多少小段？

分析 要求共截的段数，所截圆木尽可能长，并且每一根都刚好分成相等的若干段，所以必为三根圆木长度的最大公约数.

解 设第二根圆木长为 x 厘米，则第一根圆木长为 $1.2x$ 厘米，第三根圆木长为 $(x+280)$ 厘米，从而有 $1.2x\times2=x+280$，解得 $x=200$.

所以，第二根圆木长为 200 厘米，第一根圆木长为 240 厘米，第三根圆木长为 480 厘米.

而 200，240，480 的最大公约数为 40，所以每小段长度为 40 厘米.

因而，可截成的小段总数为 $(200+240+480)\div40=23$（段）.

●**例 3** 用数码 1，2，3，4，5，6 各十个，随意排成一个 60 位数 n，那么 n 一定是 3 的倍数吗？为什么？