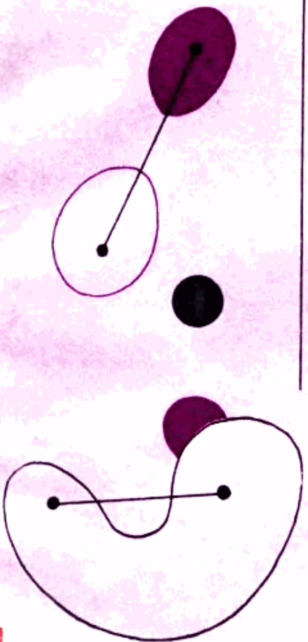
管理规划

主编 朱绍范

高等学校试用教材



云南教育出版社

责任编辑：王林艺
封面设计：鞠洪深

高等学校试用教材

管　理　规　划

朱绍范　主编

云南教育出版社出版　（昆明市书林街100号）
云南新华印刷厂印装　云南省新华书店发行

开本：850×1168 1/32　印张：12　字数：290,000
1989年4月第1版　1989年4月第1次印刷
印数：1—2,000

ISBN 7-5415-0178-6/G·216　定价：4.45元

前　　言

一九八五年初，由北京大学、中国人民大学、南京大学、复旦大学、厦门大学、中山大学、武汉大学和南开大学等八所综合大学发起，并得到国家教委高等教育一司支持，成立了《综合大学管理类专业教育协作组》，全国三十多所综合大学有关院系参与了协作。在“协作组”第一次全体会议上（1985年5月）决定由南开大学牵头，组织各校力量开展管理类专业系列教材建设。在各校的共同努力下，这项工作取得了长足的进展，系列教材即将陆续出版，供各方面的管理类专业使用。

这套管理类专业系列教材共计二十多本，包括管理学科的六大部分：

1.管理数学。包括微积分、线性代数、管理统计、管理规划、系统科学导引等五本书，系统地讲授计量管理的基础、理论、方法和应用；

2.管理信息系统。包括管理信息系统、管理数据处理与BASIC语言、系统分析与设计、数据结构与程序设计、数据库管理系统等五本书，讲授计算机参与现代化管理的理论、手段和方法；

3.管外科学原理。包括管理学概论、管理学原理、管理心理学、经济管理思想史，环境与经济发展学等五本书，从理论上讲授管理学的产生、发展、演变过程以及与特定历史、文化、价值观、道德观和政治、经济、科学、人口、生态等环境的关系；

4.会计统计方面。包括会计原理与工业会计、统计原理与工

业统计、财政与信贷学、国际金融与贸易等四本书，全面讲授作为经营管理人员必须掌握的知识、能力基本功；

5.微观经济管理学。包括工业企业管理原理。工业企业生产管理、工业企业经营管理和市场学等四本书，系统地讲授微观经济活动领域内经营管理活动的规律，预测、决策、方法、手段和艺术；

6.宏观经济管理学。包括宏观经济管理学、宏观经济活动分析、苏联东欧经济管理、西方经济理论（宏观经济学、微观经济学）等五本书，以讲授中国宏观经济管理活动为中心，也系统地介绍东西方经济管理活动思想、理论的发展、演变过程，并加以比较、鉴别。

编写这套书的指导思想是：

1.鉴于我国管理专业教育受到上自中央、下至企业的广泛重视，各级领导机构为培养管理人才，作出了巨大的努力，积累了不少经验；综合大学普遍建立了经济管理或管理科学专业、或学院，有的还建立了研究机构，几年来，已编写了相当数量的教材和参考资料。但是，管理作为一个大的学科类别，尚没有系统的教材。我们组织编写的这套教材，将力求在马克思主义理论指导下，为建立具有中国特色的管理专业学科体系，作出应有的贡献。

2.这套教材把管理学科作为一个大系统，六个部分是服从大系统要求的各自相对独立的子系统，每本教材、又各自在子系统下负有完成教育任务的独立功能。全套教材相互呼应，避免重复、脱节和重大的遗漏。这套书既可以作为综合大学管理类本科的专业课教材，也可以部分地用作其他类型管理专业教育的教材，即把教学的普遍要求与特殊要求有机地结合起来。

3.每本教材努力结合自身所应完成的教育任务，贯彻当前政治、经济、科技、教育体制改革的要求和对外开放、搞活经济、

古为今用、洋为中用的基本政策，阐述管理科学的二重性原理与继承、借鉴、改造、开拓、创新的辩证关系。

这套教材的陆续出版是综合大学经济管理院系大力协作的主要成果之一，有二百多名具有较高学术水平的教师团结一致、通力协作，在较短的时间内在新学科的建设方面得到可喜的成果。教材采取分章编写法，取名家之长。每本教材从审定大纲到最后定稿，从体系、体例、内容到文字，都由集体讨论审定，最后由主编定稿，以保证质量。

经国家教育委员会高等教育一司批准，《协作组》成立了由北京大学等十六所综合大学的管理学教授和专家十七人组成的《综合大学管理学科教材编选协调委员会》，对教材建设进行全面的指导，负责审查、协调、组织工作，并承担推荐综合大学其他个人或集体撰写的优秀管理学科教材出版工作。

这套教材由云南人民出版社、云南教育出版社、复旦大学出版社、南开大学出版社、内蒙古大学出版社、武汉大学出版社、天津人民出版社等陆续出版。

全国综合大学管理教育协作组

1987年4月10日

序

本书是根据全国综合大学管理教育协作组的意见及1986年4月昆明会议讨论制订的教学大纲编写的.

在编写本书过程中，力图从实际问题中提出问题，导出各种类型的数学模型，给出解题方法与步骤，最后系统地进行理论研究. 在选题方面考虑到运筹学是一门新兴学科，它有许多分支，而且还处于发展阶段. 因而仅仅选取其中理论与方法比较成熟、应用又非常广泛的几个分支，适于课堂教学又和管理数学其它教材互不重复的基本内容，尽量讲深、讲透，以便加深读者对各分支内容的理解.

因为本书是为从事管理类各专业人员编写的，只需要读者具备微积分和线性代数的基本知识，因此在编写过程中尽量避免了繁琐的、难度较大的数学论证，但是对一些基本运算及逻辑推理仍给予足够的重视，这样就便于一些从事管理工作的实际工作者进行自学.

本书按教学大纲安排，周四一学期，教学时数68学时至80学时左右，第一章和第五章各占三分之一，即23学时至26学时，其余三章可占总学时三分之一，根据实际情况，可自行安排. 当然也可以选取某些章节讲述.

参加本书审稿的单位有：云南大学、辽宁大学、厦门大学、内蒙古大学、兰州大学、郑州大学、南开大学、复旦大学、武汉大学、全国综合大学管理教育协作组及云南教育出版社与复旦大学出版社等代表参加.

根据审稿会议精神又作了修改，但是由于编写人员水平有限，书中错误在所难免，恳请读者批评指正。

编者

1987年9月

目　录

第一章　线性规划

线性规划是运筹学中一个重要分支。最早研究这方面问题的是苏联数学家康托洛维奇（Konmop Buz），他在1939年就建议用数学方法来组织与管理生产。后来到了1947年，美国学者坦茨基（G.B.Dantzig）提出了单纯形算法和许多有关理论，从而为线性规划问题奠定了理论基础。

由于线性规划问题广泛地应用于工业、农业、商业、交通运输以及军事各个领域，尤其是在管理上的应用范围不断地在扩大，因此，它已成为现代化管理科学的重要基础和必要的手段。对于经济部门各类人员而言掌握这一门知识是完全必要的。

第一节　线性规划问题的提出

对于任何一个经济部门来说，其人力、物力、财力等等资源都是有限的。如何合理地利用和调配有限的资源，以便获得最大的经济效益，这是经济管理工作中的重要问题。这个问题有两方面的含意，其一是，在给定了一定数量的资源情况下，如何利用这些有效的资源，获得最大效益；其二是，给定了一定的生产任务，如何合理调配资源，使得消耗最少，成本最低。为此，首先必须建立起数学模型。

一、线性规划问题的实例

例1·1 某工厂考虑生产市场急需的产品Ⅰ和产品Ⅱ，生产一件产品Ⅰ需用车床1个工时，铣床3个工时，可获得利润3百元；生产一件产品Ⅱ需用磨床和铣床各2个工时，可获得利润5百元。而各类设备每月可利用工时数分别为：车床—40工时，磨床—120工时，铣床—180工时。如果该二种产品生产多少就能销售多少，问该厂每月生产多少Ⅰ、Ⅱ二种产品获得利润最大？

上述问题可列表如下。

表1—1

机床类型	单位产品所占用工时数		每月可利用工时数
	产品Ⅰ	产品Ⅱ	
车　　床	1	0	40
磨　　床	0	2	120
铣　　床	3	2	180
单位利润	3（百元）	5（百元）	

设产品Ⅰ和产品Ⅱ的月产量分别为x_1和x_2，则应在满足条件

$$\begin{aligned} x_1 \qquad &\leqslant 40. \\ 2x_2 &\leqslant 120. \\ 3x_1+2x_2 &\leqslant 180. \\ x_1\geqslant 0,\ x_2&\geqslant 0. \end{aligned}$$

的情况下，使得总利润

$$S=3x_1+5x_2$$

达到最大。这个问题可以写成

$$\max\ S=3x_1+5x_2. \qquad (1\cdot 1\cdot 1)$$

$$\text{s.t.}\ x_1 \leqslant 40. \qquad (1\cdot1\cdot2)$$
$$2x_2 \leqslant 120. \qquad (1\cdot1\cdot3)$$
$$3x_1+2x_2 \leqslant 180. \qquad (1\cdot1\cdot4)$$
$$x_1 \geqslant 0, x_2 \geqslant 0. \qquad (1\cdot1\cdot5)$$

这是一个简单的线性规划问题。其中，式（1·1·1）称为目标函数，记号max是英语单词“maximize”的缩写，意思是“使达到最大”。式（1·1·2）、（1·1·3）、（1·1·4）、（1·1·5）称为约束条件。记号s.t.是英语“subject to”的缩写，意思是“服从于”。x_1和x_2称为决策变量。

定义1·1 我们称求解在一定约束条件下，使目标函数达到最大或最小的数学问题为数学规划。

定义1·2 当一个数学规划的约束条件和目标函数均为决策变量的线性函数时，则称它为线性规划。

下边再举一些实例来说明线性规划数学模型。

例1·2 某种宽为200厘米的钢板，要切成宽为60厘米、75厘米和95厘米三种毛坯各为100块、200和300块，试求出浪费为最少的切割方案。

解 首先列出切割钢板的各种备选方案（浪费太多的除外）以及它们的损失，列表如下

表1—2

规格 \ 方案	1	2	3	4	5	6
60cm	3	2	1	0	0	0
75cm	0	1	0	2	1	0
95cm	0	0	1	0	1	2
损失	20	5	45	50	30	10

设各种方案切割钢板的块数为 x_j $(j=1,2,\cdots,6)$，则这个问题可归结线性规划数学模型为

$$\min^{*}\ S=20x_1+5x_2+45x_3+50x_4+30x_5+10x_6.$$

$$\text{s.t.}\quad 3x_1+2x_2+x_3\geqslant 100.$$

$$x_2+2x_4+x_5\geqslant 200.$$

$$x_3+x_5+2x_6\geqslant 300.$$

$$x_j\geqslant 0\ (j=1,2,\cdots,6).$$

例1·3 某油漆工厂的产品所需要的质量要求为

燃烧点≥250°.

比重≤1.00.

A类物质含量≤10%.

B类物质含量≤1%.

该种产品系由甲、乙、丙三种原料混合而成，这三种原料的性质及单位成本为

	甲	乙	丙
燃烧点	250°	240°	260°
比重	0.92	1.06	0.98
A类含量	10.2%	9.5%	9.5%
B类含量	0.9%	0.8%	1.0%
单位成本	0.20	0.18	0.23

如果混合后，原料的性质按线性关系分配于成品内，现要求最经济的混合方案.

解 设成品中三种原料含量百分比分别为 x_1，x_2，x_3，则求最经济的混合方案，可归结为线性规划问题如下

$$\min\quad S=0.2x_1+0.18x_2+0.23x_3.$$

$$\text{s.t.}\quad x_1+x_2+x_3=1.$$

*: min 是英文"minimize"缩写，意思为"使达到最小".

$$250x_1+240x_2+260x_3\geqslant 250.$$
$$0.92x_1+1.06x_2+0.98x_3\leqslant 1.00.$$
$$0.102x_1+0.095x_2+0.095x_3\leqslant 0.10.$$
$$0.009x_1+0.008x_2+0.01x_3\leqslant 0.01.$$
$$x_1\geqslant 0,\ x_2\geqslant 0,\ x_3\geqslant 0.$$

现在我们分析一下，建立线性规划模型时，要明确以下几点：

1.明确决策变量。每一个问题的提出都要求确定一个最优方案，而每一组方案都能用确定的数值表示，在没有确定方案即数值之前，用未知量即决策变量表示。如〔例1·1〕中，当产品Ⅰ的数量x_1达到某一个水平时，其产生的效益为$3x_1$，所占用车床的工时数为$1\cdot x_1$，占用铣床的工时数$3\cdot x_1$，而x_1是要求的决策变量，x_2也是决策变量，一般来讲，决策变量是容易确定的。

2.明确约束条件。解决每一个问题时都要受到一定条件的约束，在建立数学模型时，要把各种约束条件用数学方式表示出来，这种表示就是用决策变量的线性关系写成的等式或不等式。约束条件往往不是一个，而是一组线性函数所组成的等式或不等式组。

3.明确目标函数。每一个问题都有一个明确的目标，这个目标是用决策变量的线性函数来表示的，由于问题的不同，要求的目标也不同，有的要求达到极大值，有的要求达到极小值，总之，为了达到最优。

二、线性规划的标准形式

从上面的例题看到，线性规划的目标函数可以是

$$\max\quad S=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j. \tag{1·1·6}$$

或

$$\min \quad S=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j. \tag{1·1·7}$$

它的约束条件有的形如

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geqslant b_i \quad (i=1,2,\cdots,m). \tag{1·1·8}$$

或

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i \quad (i=1,2,\cdots,m). \tag{1·1·9}$$

也可以为

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad (i=1,2,\cdots,m). \tag{1·1·10}$$

对决策变量x_j的符号限制可以是

$$x_j \geqslant 0. \tag{1·1·11}$$

或

$$x_j \leqslant 0. \tag{1·1·12}$$

也可以没有符号的限制。

任何一个线性规划问题，不管它的目标函数和约束条件如何，只要通过适当的变换，都可以化成下面标准形式

$$\max \quad S=\sum_{j=1}^{n} c_j x_j. \tag{1·1·13}$$

$$\text{s.t.} \quad S=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad (i=1,2,\cdots,m). \tag{1·1·14}$$

$$x_j \geqslant 0 \quad (j=1,2,\cdots,n). \tag{1·1·15}$$

事实上，如果线性规划目标函数形如（1·1·7），则可把它化成等价的目标函数

$$\max \quad S' = \sum_{j=1}^{n} (-c_j) x_j.$$

如果约束条件形如（1·1·8）式，这时可以引进一组新的变量x_{n+i}（称为剩余变量），改写成

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - x_{n+i} = b_i \quad (i=1,2,\cdots,m). \qquad (1\cdot1\cdot16)$$

$$x_j \geqslant 0 \quad (j=1,2,\cdots,n+m). \qquad (1\cdot1\cdot17)$$

如果约束条件形如（1·1·9）式，可以引进一组新的变量x_{n+i}（亦称松弛变量），此时，（1·1·9）式可以写成

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j + x_{n+i} = b_i. \qquad (1\cdot1\cdot18)$$

$$x_j \geqslant 0 \quad (j=1,\ 2,\ \cdots,\ n+m). \qquad (1\cdot1\cdot19)$$

如果某个决策变量形如（1·1·12）式，则可引进新的变量x'_j，令

$$x'_j = -x_j. \qquad (1\cdot1\cdot20)$$

如果决策变量符号没有限制，则可以引进两个新的变量x'_j和x''_j，令

$$x_j = x'_j - x''_j,$$

且

$$x'_j \geqslant 0, \qquad x''_j \geqslant 0.$$

这是由于任何一个变量总可以写成两个非负变量差之故。通过以上的各种变换，总可以将任何形式的线性规划问题，都可以化成标准形式（1·1·13）——（1·1·15）。

例1·4 试把下列线性规划问题化成标准形式.

$$\min \quad S=3x_1+5x_2+6x_3. \tag{1·1·21}$$

$$\text{s.t.} \quad 6x_1+7x_2+3x_3\leqslant 5. \tag{1·1·22}$$

$$x_1 \quad +2x_3\geqslant 2. \tag{1·1·23}$$

$$x_1\leqslant 0. \tag{1·1·24}$$

$$x_2\geqslant 0. \tag{1·1·25}$$

解 将目标函数改写成

$$\max \quad S'=-3x_1-5x_2-6x_3. \tag{1·1·26}$$

引入松弛变量x_4，把约束条件（1·1·22）化成

$$6x_1+7x_2+3x_3+x_4=5. \tag{1·1·27}$$

$$x_4\geqslant 0. \tag{1·1·28}$$

引入剩余变量x_5，把约束条件（1·1·23）化成

$$x_1+2x_3-x_5=2. \tag{1·1·29}$$

$$x_5\geqslant 0. \tag{1·1·30}$$

再引入变量 x_1'，令

$$x_1'=-x_1. \tag{1·1·31}$$

于是约束条件（1·1·24）可以化成

$$x_1'\geqslant 0. \tag{1·1·32}$$

再把（1·1·31）式分别代入（1·1·26）、(1·1·27)和（1·1·29）后，得到

$$S'=3x_1'-5x_2-6x_3. \tag{1·1·33}$$

$$-6x_1'+7x_2+3x_3+x_4=5. \tag{1·1·34}$$

$$-x_1'+2x_3-x_5=2. \tag{1·1·35}$$

由于x_3的符号没有限制，引入变量x_3'和x_3''，令