陕西师范大学《中学教学参考》杂志社
全 羽 教 育 教 学 研 究 交 流 中 心　组编

课堂内外

名师助学

主　编　贝嘉禄　姚绍相

初三几何

课前课堂课后

全程助学

兴趣方法能力

乐学易懂

未 来 出 版 社

课堂内外

名师助学

初三几何

主编　　贝嘉禄　姚绍相
编者　　贝嘉禄　姚绍相　程印蓉
　　　　张景强　马光喜　王运思
　　　　王为锋　王新华　苗　军
　　　　张若兰

未来出版社

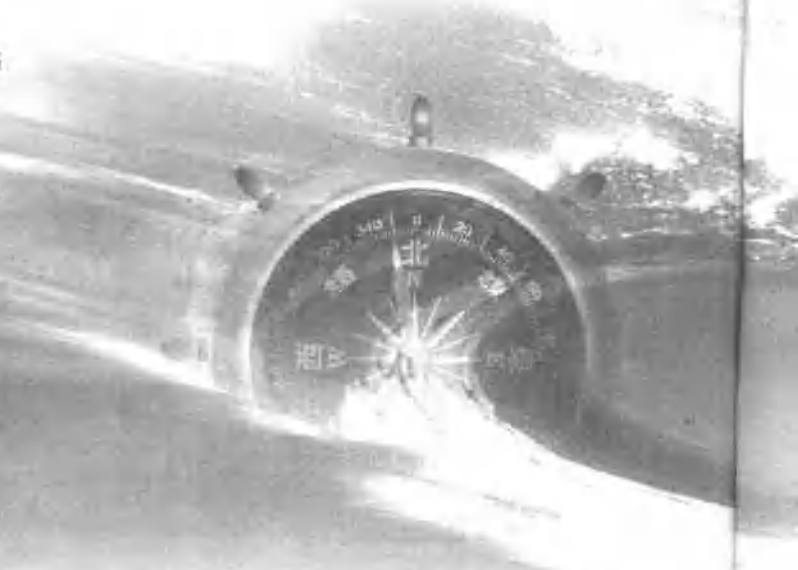
课堂内外名师助学

初三几何

未来出版社出版发行　（西安市丰庆路 91 号）
新华书店经销
五二三印厂西安分厂印刷
开本 850×1168 毫米　1/32　印张 9　字数 181200
2002 年 7 月第 1 版　2002 年 7 月第 1 次印刷

ISBN 7—5417—2481—5/G·1627
定价：11.00 元

陕西师范大学《中学教学参考》杂志社
全羽教育教学研究交流中心
组编



课前课堂课后
全程助学
兴趣方法能力
乐学易懂

总策划　邢卫荣
总主编　马小为

前言

随着教育部新课程标准的颁布和新教材在全国范围内的推广，如何帮助学生摆脱讲解繁琐和训练机械的低质读物，满足他们日益增长的阅读需求，提供给他们符合时代精神、走素质化道路的优质图书是我们义不容辞的责任。

现代社会对人才的要求是必须具备良好的人文素养和科学素养，具备科学的创新精神、合作意识和开阔的视野，具备包括阅读理解、表达交流、思维分析、动手实践等多方面的综合能力。因此，中学生课堂内外的教与学，应注重文化素养的培养和提高，使学生在生动活泼的学习氛围中逐步掌握并形成科学的学习方法和途径，从而使其综合能力得到全面的提高。

基于以上认识，我们精心组编了这套《**课堂内外名师助学**》丛书。在编写过程中，我们依据教育教学的规律，抓住预习、听讲、复习、作业、小结这五个环节，按教材分章(分单元)编写，每章(单元)前加“本章综述”，用简练的语言阐述本章的知识内容，中考、高考中的热点，学习的重点、难点，并汇总出全章的知识网络结构，使各个知识点一目了然。

每章(单元)每节(课)设置三大板块，具体如下：

第一板块　课前预习

资料卡片　选编1－2则与本节(课)知识相关的资料，有助于对本单元知识的学习和理解。

预习提示　指出本单元、本节(课)预习的重点和目标。

第二板块　课堂释疑

要点点击　指出本节(课)学习的重点、难点、热点，从梳理知识、培养能力、指导学法等多方面加以分析点拨。

典例讲析　精选与本章(节)有关的新颖综合题进行解说，在

评析中着重指出思维误区，并予以点拨。例题的类型全、形式新。

规律总结 小结学习的方法、规律。

第三板块 课后巩固

教材答案 针对课本中的习题，提供解题思路和参考答案。

新题展示 精选与本章节(课)有关的最新题型，并给以讲解。

能力训练 分两个层次设置训练题。“基础型”重在检测基础知识；“综合型”旨在激活思维，突出创新能力和动手能力的培养。

每章后设“本章综合复习”，旨在对全章知识加以复习总结。包括以下内容：

考题浏览 精选近几年以考查本章知识为主，最新颖、最典型的高(中)考题，题后均有详解。

解题方法 归纳总结重要的解题思维方法，并简要举例说明。

本章检测 给出一套本章的测试题，并赋分值。

最后安排期终自测题，并附评分标准和参考答案。

在这套丛书的编写过程中，我们得到了江苏、浙江、山东、福建、陕西等地教学一线的许多全国著名的特、高级教师、教研人员的大力支持和帮助，并参阅、借鉴了全国较成功的教辅图书和期刊，在此对他们一并表示最真挚的谢意。

目前市场的同步读物比比皆是，而真正能做到课堂内外全程帮助学生解决实际所需者，难觅其二。选择我们，没错的！

如果您在阅读本书时有什么意见、建议，请及时与我们联系，以便再版时改进。

陕西师大杂志社图书编辑室

金羽教育教学研究中心

2002 年 7 月

目　录

第6章

解直角三角形

本章综述

本章主要包括《锐角三角函数》和《解直角三角形》两大节内容.

《锐角三角函数》的主要内容是：正弦、余弦、正切、余切的定义；利用计算器求一个锐角的各三角函数值；特殊角的三角函数值；锐角三角函数的增减性以及锐角三角函数的有关计算.

《解直角三角形》部分的主要内容是：解直角三角形的意义；解直角三角形的方法；解直角三角形的应用.

本章中考的主要热点：

1. 特殊角的三角函数值以及与三角函数有关的代数式求值问题.

2. 能正确地应用 $\sin A$、$\cos A$、$\tan A$、$\cot A$（A 是直角三角形的一个锐角）表示直角三角形中两边的比，并借助直角三角形中的边角关系解证三角问题.

3. 会比较两个锐角三角函数值的大小，并会根据三角函数值的大小确定相应角的大小.

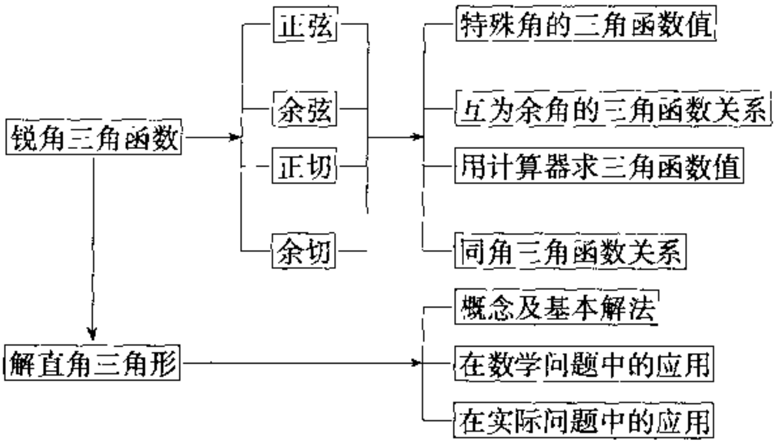
4. 运用勾股定理、直角三角形中的边角关系解直角三角形，并会用解直角三角形的有关知识解决一些较简单的实际应用问题及平面几何中有关问题的计算与证明.

学习重点、难点、关键：

本章的重点是锐角三角函数的概念和解直角三角形，也是难

点，学好本章还要注重运用数形结合思想.

知 识 网 络 结 构



本章内容属于三角学.中学数学把三角学分成两个部分：第一部分为本章的解直角三角形；第二部分是三角学内容的主体部分，包括解斜三角形、三角函数、反三角函数和三角方程，这将在高中阶段学习.第一部分是第二部分的必要基础，只有学好锐角三角函数和直角三角形的解法，才能继续学习三角函数和斜三角形的解法等高中内容.

6.1　正弦和余弦

第一板块　课前预习

资料卡片

三角板的特性

学习几何都要用三角板，不论大小如何，同学们手中的一副三角板总是两种形状：等腰直角三角形和一锐角为30°的直角三角形. 你们知道这是为什么吗？主要是因为这两种三角形有许多特性. 见下表：

类别	锐角	边与边关系	斜边上的中线
等腰直角三角形	45° 45°	(1) 两直角边相等 (2) 斜边是直角边的$\sqrt{2}$倍 (3) 三边之比为$1:1:\sqrt{2}$	(1) 等于斜边的一半 (2) 中线将原三角形分成两个全等的等腰直角三角形
一个锐角是30°的直角三角形	30° 60°	(1) 短直角边是斜边的一半 (2) 长直角边是短直角边的$\sqrt{3}$倍 (3) 三边之比为$1:\sqrt{3}:2$	(1) 等于斜边的一半 (2) 中线将原三角形分成一个等腰三角形和一个等边三角形

其中"30°角所对的直角边等于斜边的一半"还有逆定理.

若经常想到这两种特殊的直角三角形，就能帮助我们打开思路，找到解决问题的途径.

预习提示

1. 回顾直角三角形中边与边的关系、角与角的关系.

2. 阅读教材 6.1 节,思考:

(1) 一个锐角的正弦和余弦是怎样定义的?它们分别是哪些边的比?

(2) 互为余角的正弦和余弦之间存在哪些关系?用公式如何表示?

(3) 利用直角三角形的哪些知识可以得到 30°、45° 和 60° 的正弦值和余弦值?

3. 在学习时要注意数形结合,通过图形找出直角三角形中正弦和余弦所对应的边角关系,加深对概念的理解,对 30°、45°、60° 的正弦值和余弦值要熟记.

第二板块 课堂释疑

要点点击

1. 正弦和余弦的基本概念是在直角三角形中建立的,所以,各个锐角的正弦值和余弦值均为非负数.

2. 对于一些锐角,求其正弦值或余弦值时,可直接运用科学计算器.反之亦可.

3. 在本节的学习中,应注意运用数形结合的思想方法解题.

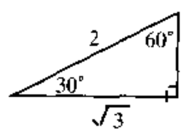


图 6-1

如图 6-1,运用此图可求得 30° 和 60° 的正弦值和余弦值.

4. 在学习这部分内容时,应当学会思考.比如同角的正弦和余弦之间有何关系;互余的两个角的正弦和余弦之间有何关系等.

典例讲析

例1　在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$AC=12$，$BC=5$. 求：(1)AB 的长；(2)$\sin A$、$\cos A$ 的值；(3)$\sin^2 A+\cos^2 A$ 的值；(4)比较 $\sin A$ 和 $\cos B$ 的大小.

分析　已知两直角边长求斜边，自然想到勾股定理. 三边都知道，再根据正、余弦的定义，可解决问题.

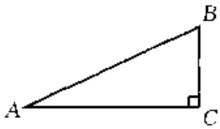


图 6－2

解　如图 6－2 所示.

(1)∵ $\angle C=90^\circ$，$AC=12$，$BC=5$，

∴ $AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{12^2+5^2}=13$.

(2)$\sin A=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，$\cos A=\dfrac{AC}{AB}=\dfrac{12}{13}$.

(3)∵ $\sin^2 A=(\dfrac{5}{13})^2=\dfrac{25}{169}$，$\cos^2 A=(\dfrac{12}{13})^2=\dfrac{144}{169}$，

∴ $\sin^2 A+\cos^2 A=\dfrac{25}{169}+\dfrac{144}{169}=1$.

(4)∵ $\cos B=\dfrac{BC}{AB}=\dfrac{5}{13}$，

∴ $\sin A=\cos B$.

点评　即使没有第(1)问求 AB 的长，也必须将 AB 的长求出来. 对于第(3)问，事实上有 $\sin^2 A=\dfrac{a^2}{c^2}$，$\cos^2 A=\dfrac{b^2}{c^2}$，所以 $\sin^2 A+\cos^2 A=\dfrac{a^2+b^2}{c^2}=1$. 这就是同角的正、余弦之间的关系. 由(4)我们还可猜想：若 $A+B=90^\circ$，则 $\sin A=\cos B$，$\cos A=\sin B$.

例2　求下列各式的值：

(1)$2\cos^2 30^\circ-2\sin 60^\circ\cdot\cos 45^\circ$；

(2)$\cos^2 45^\circ-\dfrac{1}{\cos 60^\circ}+\dfrac{1}{\sin 90^\circ}+\cos^2 30^\circ-\sin^2 45^\circ$.

解 (1) $\frac{3-\sqrt{6}}{2}$； (2) $\frac{3}{4}$.

点评 本例是考查特殊角的正弦值和余弦值，解答过程由读者自己完成.

例3 已知 $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$，且 $\angle B = 90^\circ - \angle A$，求 $\sin B$ 的值.

分析 显然 $\angle B$ 与 $\angle A$ 互为余角，由此可以考虑利用互为余角的正、余弦关系进行转化；当然，也可根据正弦值、余弦值与角的对应关系，先求出角的大小.

解法一 $\because \angle B = 90^\circ - \angle A, \therefore \angle A = 90^\circ - \angle B$,

$\therefore \sin B = \cos(90^\circ - \angle B) = \cos A$.

$\because \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

解法二 $\because \cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore \angle A = 30^\circ$,

$\therefore \angle B = 90^\circ - \angle A = 60^\circ$.

$\therefore \sin B = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

例4 已知$2+\sqrt{3}$ 是方程 $x^2 - 5x\sin\theta - 1 = 0$ 的一个根，求 $\cos\theta$ 的值（θ 为锐角）.

解 设方程另一根为 t，由根与系数关系得$(2+\sqrt{3})t = 1$.

$\therefore t = 2-\sqrt{3}$.

而$(2+\sqrt{3}) + t = 5\sin\theta$.

$\therefore \sin\theta = \frac{4}{5}$.

$\therefore \cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta} = \sqrt{1-(\frac{4}{5})^2} = \frac{3}{5}$.

点评 本题综合考查了正、余弦与一元二次方程相结合的有关知识.也可将 $x = 2+\sqrt{3}$ 直接代入原方程求 $\sin\theta$，求出 $\sin\theta$ 后，也可以运用“数形结合法”求得 $\cos\theta$.

例 5　已知 $\triangle ABC$ 中，$\angle C = 90°$，$CD \perp AB$ 点于 D. 求证：
$\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{CD^2}$.

证明　如图 6 - 3 所示.

$\sin A = \frac{CD}{AC}$，$\sin B = \frac{CD}{BC}$.

$\because \angle A + \angle B = 90°$，

$\therefore \sin B = \cos A$.

$\because \sin^2 A + \cos^2 A = 1$，

$\therefore (\frac{CD}{AC})^2 + (\frac{CD}{BC})^2 = 1$.

即 $\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{BC^2} = \frac{1}{CD^2}$.

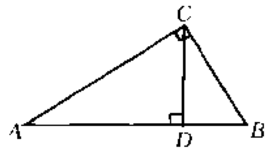


图 6 - 3

点评　因为三角函数建立了几何图形中的线段比值与角之间的关系，故可采用三角函数进行几何证明与计算.

例 6　已知方程 $4x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 的两个根恰好是一直角三角形两个锐角的正弦，求 m 的值.

解　设该直角三角形两锐角分别为 $\angle A$、$\angle B$，由根与系数关系得

$$\begin{cases} \sin A + \sin B = \frac{m+1}{2}, \\ \sin A \cdot \sin B = \frac{m}{4}. \end{cases}$$

$\because A + B = 90°$，$\therefore \sin B = \cos A$.

$$\therefore \begin{cases} \sin A + \cos A = \frac{m+1}{2}, & ① \\ \sin A \cdot \cos A = \frac{m}{4}. & ② \end{cases}$$

①^2 − 2 × ② 得

$\sin^2 A + \cos^2 A = (\frac{m+1}{2})^2 - \frac{m}{2}$，

即 $1=(\frac{m+1}{2})^2-\frac{m}{2}$.

解之得 $m=\pm\sqrt{3}$.

由于 $m=4\sin A\cdot\cos A>0,\Delta=4(m+1)^2-16m\geqslant 0$,

$\therefore\ m=\sqrt{3}$.

点评　有关综合题的解题基本思想方法是:分析综合,化整为零,各个击破.

规律总结

1. 两个定义:正弦是对边与斜边的比,而余弦是邻边与斜边的比.

2. 30°、45°、60°的正弦值和余弦值.

3. 两种关系式:

(1)$\sin A=\cos(90^\circ-A),\cos A=\sin(90^\circ-A)$;

(2)$\sin^2A+\cos^2A=1$.

第三板块　课后巩固

教材答案

习题 6.1(第 10 页)

A　组

1. 由于锐角三角函数是边与边的比值问题,所以,每一个锐角的正弦值和余弦值,只与角的大小有关.只要这个角的大小确定,其正弦值和余弦值也随之确定.

B　组

2. 利用关系式 $\sin^2A+\cos^2A=1$ 的变式:$\sin A=\sqrt{1-\cos^2A},\cos A=\sqrt{1-\sin^2A}$.

新题展示

题1　(2001年青海)在$\triangle ABC$中,已知$\angle A = 74°37'$,$\angle B = 60°23'$,那么$\sin C + \cos C =$ ______.

解　显然有$\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 45°$,

$\therefore \sin C + \cos C = \sin 45° + \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

题2　(2001年甘肃)若α为锐角,且$\sin\alpha = \cos 50°$,则α等于 (　　).

A.20°　　B.30°　　C.40°　　D.50°

解　由互余关系知$\alpha = 90° - 50° = 40°$.选C.

题3　(2000年杭州)当$x = 4\sin 30° + 2\sin 60° - (-1)^0$,化简$\frac{4x^3 - 9x}{x - 3 + 2x^2}$.

解　$x = 4\sin 30° + 2\sin 60° - (-1)^0$

$= 4 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 1 = \sqrt{3} + 1$.

$\frac{4x^3 - 9x}{(x - 3) + 2x^2} = \frac{x(2x + 3)(2x - 3)}{(x - 1)(2x + 3)} = \frac{x(2x - 3)}{x - 1}$.

当$x = \sqrt{3} + 1$时,

原式$= \frac{(\sqrt{3} + 1)[2(\sqrt{3} + 1) - 3]}{\sqrt{3} + 1 - 1} = \frac{5\sqrt{3}}{3} + 1$.

能力训练

【基础型】

1.(2001年陕西)在$\triangle ABC$中,$\angle C = 90°$,若$3AC = \sqrt{3}BC$,则$\angle A$的度数等于________,$\cos B$的值是______.

2.$\cos 30° \cdot \sin 50° \cdot \cos 40° + \cos 50° \cdot \sin 40° \cdot \sin 60° =$ ____.