高等教育自学考试、函授大学等辅导用书

画法几何及机械制图解题指导

徐伯康　主编

（机械类、近机类各专业适用）

机械工业出版社

高等教育自学考试、函授大学等辅导用书

画法几何及机械制图解题指导

机械类、近机类各专业适用

徐伯康　杨自力
高　镇　虞洪述　编著

机　械　工　业　出　版　社

(京)新登字054号

全书共分12章。每章由内容提要、典型题例的解题方法及示例和自检题三部分组成。全书共编入300题。画法几何与机械制图各占一半。其中140题结合解题，指出分析思考方法和作图步骤；其余部分只给出题解或答案，可看图自明。本书可供电大、夜大、函大和自学的学员，在学习画法几何及机械制图课程时配合教材使用，也可供高等工业院校和中专师生参考。

图书在版编目（CIP）数据

画法几何及机械制图解题指导/徐伯康主编．一北京：机械工业出版社，1994.12
高等教育自学考试、函授大学等辅导用书 机械类、近机类各专业适用
ISBN 7-111-04215-8

Ⅰ．画… Ⅱ．徐… Ⅲ．①画法几何-高等教育-问题解答-自学参考资料②机械制图-高等教育-问题解答-自学参考资料 Ⅳ．①TH126②O185.2

中国版本图书馆CIP数据核字（94）第01326号

出 版 人：马九荣（北京市百万庄南街1号 邮政编码100037）
责任编辑：刘小慧 版式设计：王颖 责任校对：姚培新
封面设计：郭景云 责任印制：王国光
机械工业出版社京丰印刷厂印刷·新华书店北京发行所发行
1994年11月第1版·1994年11月第1次印刷
787mm×1092mm 1/16·18.75印张·335千字
0 001—1950册
定价：15.00元

前　　言

画法几何及机械制图是一门实践性很强的技术基础课，在学习过程中须通过大量做题和作业训练，才能掌握其基本理论、基本知识、基本技能和提高空间想象能力。根据作者多年的教学实践，不少学生在学习本课程时存在着“课堂听得懂，教材能看懂，独立作题难”的情况，特别是电大、夜大、函大以及自学的学员，由于教学条件的限制，问题就更为突出。为此，我们根据国家教委于1987年批准印发的高等工业学校《画法几何及机械制图课程教学基本要求》（机械类专业适用）和自己长期积累的教学经验编写了本书，旨在帮助学员克服学习本课程的困难，开拓解题思路，提高解题能力。

本书共分12章。每章对有关的基本概念、基本理论和基本方法作了扼要的归纳，以便学员掌握课程内容的重点。在此基础上，用较多的篇幅，通过典型题例，介绍解题或画图的分析思考方法和作图步骤，概括各部分题目类型和解题方法，同时指出容易出现的错误和需要注意的问题，使学员在理解教学基本内容的基础上，逐步提高分析、解决实际问题的能力和空间想象能力。每章还提供一些自检题，以培养独立分析和作题的能力。书末附有一套模拟试题，供学员根据本课程的教学大纲检查自己的水平。全部自检题和模拟试题，书后均附有题解或答案，读者可根据自己的情况，作自我检查。

本书选用的题例和自检题，一部分是在参考国内外常见的画法几何及机械制图习题集的基础上筛选出来的，题型有一定的代表性；还有一部分选自中央电大、各地高等自学考试以及个别院校的历届试题，题目有一定的难度。因此，本书不仅可供电大、夜大、函大和自学等学员使用，也可供高等工业院校的师生参考。

本书由徐伯康主编。参加编写的有：虞洪述（第四、七、十一章），高镇（第五、六、九、十章），杨自力（第二、三、八章），徐伯康（第一、十二章）。虞国华、顾锦洁参加了部分描图工作。

由于编者水平有限，书中一定存在缺点和错误，我们诚恳希望读者批评指正。

编者

1993年8月于西安

目　录

第一章 点、直线和平面的投影

一、内容提要

图解空间几何问题及绘制工程图样的基本方法是正投影法。它是一种多面投影，常采用三个互相垂直的平面V（正立面）、H（水平面）和W（侧立面）组成三投影面体系，用直角投影分别在各投影面上获得同一空间形体的投影，并规定V面保持不动，而把H面和W面分别向下和向后旋转至与V面重合，由此所得的图称为正投影图，简称投影图。

所建三面体系将整个空间划分为八个部分，其中在W面之左、V面之前、H面之上的那部分空间称为第一分角。按国家标准《机械制图》规定，本书采用第一角画法。

1．点

（1）点的三面投影规律：a．点的正面投影与水平投影的连线垂直于OX轴；b．点的正面投影与侧面投影的连线垂直于OZ轴；c．点的水平投影至OX轴的距离等于点的侧面投影至OZ轴的距离。

（2）点的投影与直角坐标的关系。设A点的坐标为x_A、y_A、z_A，则A点的水平投影a由x_A、y_A确定；正面投影a'由x_A、z_A确定；侧面投影a''由y_A、z_A确定。因此，点的任两个投影即反映出该点的x、y、z坐标而唯一确定了空间位置。根据点的投影规律，也可由点的任两个投影唯一确定其第三投影。

（3）两点间的相对位置。空间两点的相对位置，由它们的坐标差所确定。在投影图中，两点的正面投影反映它们的上下、左右关系，水平投影反映它们的左右、前后关系，侧面投影反映它们的前后、上下关系。由已知两点的相对位置求作其投影时，可省略投影轴，直接按一点对另一点的坐标差作出。

2．直线

直线上任意两点同面投影的连线，即为直线在该投影面上的投影。

（1）直线在三面体系中的各种位置及其投影特性。直线在三面体系中的位置可分为三类：

1）投影面平行线——与一个投影面平行而与另两个投影面倾斜的直线。由于所平行的投影面的不同，又分正平线、水平线、侧平线三种。

投影面平行线在所平行的那个投影面上的投影，反映线段实长及其对另两个投影面的倾角；其它两个投影分别平行于相应的投影轴，但均小于线段实长。

2）投影面垂直线——与一个投影面垂直且必与另两个投影面平行的直线。由于所垂直的投影面的不同，又分铅垂线、正垂线、侧垂线三种。

投影面垂直线在所垂直的那个投影面上的投影积聚成一点；其它两个投影反映线段实长，且分别垂直于相应的投影轴。

投影面平行线和投影面垂直线统称为特殊位置直线。特殊位置直线的三个投影中，至少

有一个投影能反映线段的实长及其对投影面的倾角，且有两个投影处于水平或铅垂位置。

3）一般位置直线——与三个投影面都倾斜的直线。它的三个投影均为倾斜位置。

（2）用直角三角形法求作线段的实长及其对投影面的倾角。一般位置直线的投影不反映线段的实长及其对投影面的倾角，但如给出了线段的两个投影，则可用直角三角形法求出。其作法是：以线段在某投影面上的投影为一直角边，以线段两端点对该投影面的坐标差为另一直角边，由此构成的直角三角形的斜边即等于线段的实长，斜边与线段投影的夹角即等于线段对该投影面的倾角。直角三直形法中的四个参数（线段的实长、投影、坐标差和倾角），只要知道其中任两个参数即可作出直角三角形而求出其它两个参数。在应用直角三角形法解题时，要注意线段实长外另三个参数之间的对应关系。以线段AB为例，它们构成直角三角形的组合必须是：ab、Δz、α；$a'b'$、Δy、β；$a''b''$、Δx、γ。

（3）直线上的点。若点在直线上，则点的各投影必在直线的同面投影上，且点分割线段之比等于点的投影分割线段的同面投影之比。反之亦然。

（4）两直线的相对位置。空间两直线的相对位置有平行、相交和交叉三种。前两种属同平面内两直线，后一种为异面两直线。

1）两直线平行。若空间两直线互相平行，则其同面投影必互相平行，且平行两线段长度之比等于其投影长度之比。反之亦然。

2）两直线相交。若空间两直线相交，则其同面投影必相交，且各投影的交点必符合空间一点的投影规律。反之亦然。

3）两直线交叉。交叉两直线在空间既不平行又不相交。它们的同面投影可能互相平行，但不可能各个同面投影都平行；它们的同面投影也可能相交，但各个投影的交点不符合点的投影规律。交叉两直线在某一投影面上的投影交点，是分别位于两条直线上的两个点的投影重合（简称重影），这两点称为该投影面的重影点。凡重影点必有两对同向坐标值相等。重影点重合投影的可见性，由它们另一对不等的坐标值确定，坐标值大者的点为可见，小者为不可见。利用重影点可便于分析两直线在空间的相互位置关系。

由投影图判别两直线的相对位置，一般只要根据给出的任意两个投影即可容易地确定。但如两直线中有一条（或两条）直线平行于某一投影面，则须检查此两线在该投影面上的投影才能确定其相对位置。此外，还可利用定比分割的性质进行判别。

5）一边平行于投影面的直角的投影。两直线垂直相交或垂直交叉，若其中的一直线平行于某一投影面，则其在该投影面上的投影仍为直角。反之亦然。

3．平面

（1）平面在投影图上的表示法。平面通常用一组几何元素如平行或相交两直线、平面图形等的投影来表示，有时也用平面与投影面的交线即平面的迹线表示。用以表示平面的两迹线，其实也是一组几何元素，所不同的只是迹线位于相应的投影面内，它的一个投影与迹线本身重合，其余投影则与投影轴重合。在投影图上用迹线表示平面时，只画出并标记迹线本身，而它的其余投影，则不画出，也不标记。平面的各种表示形式可以互相转换。

（2）平面在三面体系中的各种位置及其投影特性。平面在三面体系中的位置可分为三类：

1）投影面垂直面——与一个投影面垂直而与另两个投影面倾斜的平面。由于所垂直的投影面的不同，又分铅垂面、正垂面、侧垂面三种。

投影面垂直面在所垂直的那个投影面上的投影，积聚成一条倾斜的直线，并反映平面对其它两个投影面的倾角。而另外两个投影，如是非迹平面，则都是类似形；如是迹线平面，则其迹线垂直于相应投影轴。

2）投影面平行面——与一个投影面平行且必与另两个投影面垂直的平面。由于所平行的投影面的不同，又分水平面、正平面、侧平面三种。

投影面平行面在所平行的那个投影面上的投影，如为非迹平面，则反映实形；如为迹线平面，则无迹线。而另外两个投影，都积聚成一条直线，且平行于相应投影轴。

投影面垂直面和投影面平行面统称为特殊位置平面，它们的三个投影总有些特殊情况，例如非迹平面的几何元素积聚成一直线，或迹线平面的迹线垂直于投影轴等，而且其相应投影能反映空间平面对投影面的倾角。投影面平行面（非迹平面）的投影，还能反映其实形。

3）一般位置平面——与三个投影面均倾斜的平面。一般位置平面的投影无任何特殊情况，如为非迹平面，它的三个投影都是类似形；如为迹线平面，它的三条迹线都倾斜于投影轴。

（3）平面内的点和直线。点和直线在平面内的几何条件是：

1）若点位于平面内的任一直线上，则此点必在该平面内。

2）若一直线通过平面内的两点，或通过平面内的一点且平行于平面内的一直线，则此直线必在该平面内。

上述几何条件，是解决有关平面内点或直线的作图和判别等问题的依据。但对特殊位置平面内的点和直线，可直接利用积聚性求解。

（4）平面内的特殊位置直线：

1）平面内的投影面平行线。平面内的投影面平行线有平面内的水平线、平面内的正平线和平面内的侧平线三种。平面内的投影面平行线既应符合平面内直线的几何条件，又须具有投影面平行线的投影特性。平面内对某一投影面的平行线有无穷多条，它们必互相平行（除投影面平行面外）。平面内的投影面平行线常用来作辅助线。

2）平面内对投影面的最大斜度线——垂直于平面内投影面平行线的直线。平面内的最大斜度线有对H面的最大斜度线、对V面的最大斜度线和对W面的最大斜度线三种。平面内对某一投影面的最大斜度线，是平面内对该投影面倾角最大的直线，它的倾角等于平面对该投影面的倾角。平面内对某一投影面的最大斜度线有无穷多条，它们必互相平行。最大斜度线主要用来图解平面对投影面的倾角。

在定平面内作对某一投影面的最大斜度线时，一般先在定平面内取该投影面的平行线，然后在定平面内作此平行线的垂线即是。

二、题目类型、解题方法及示例

1. 题目类型

（1）由给定的条件和要求作出点、直线、平面的投影；或由点、直线、平面的已知两投影求作第三投影；或根据点、直线、平面的投影判定它们对投影面的相对位置。

（2）直线上的点、两直线的各种相对位置以及平面内点线的作图和判别。

（3）由直线的投影求线段的实长及其对投影面的倾角；或由给出线段的实长或倾角完

成线段的投影。

（4）过定点作投影面平行线的垂线，或求其距离，或完成与其相关的正方形、矩形、菱形、直角三角形、等腰三角形等平面图形的投影。

（5）在给定平面内求作指定要求的点、线。

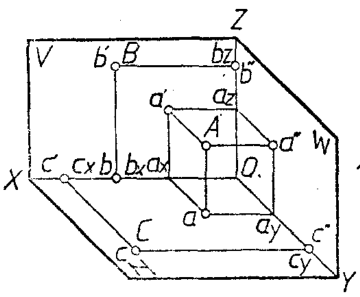
（6）求一般位置平面对投影面的倾角。

2. 解题方法

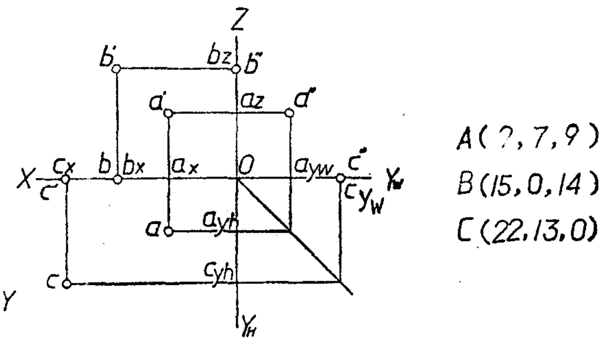
解题时，首先应明确题意，弄清已知条件(包括其中有无处于特殊位置的几何元素)和求解要求。其次，根据已知条件和求解要求想象各几何元素在空间的相互关系，并分析它们所具有的投影特性，以确定解题的具体方法和步骤。然后应用投影规律、有关投影特性和作图方法解题。最后，按题目要求检查解答。

3. 解题示例

【例1-1】 已知轴测图中A、B、C三点，作出其三面投影图，并量出各点的坐标值填入括弧内(图1-1 a)。



a)



b)

图 1-1

解：(1) 分析：由图1-1a可知：A点到W、V、H面的距离分别为Aa''、Aa'、Aa；B点在V面内，即它到V面的距离为零，而到W、H面的距离分别为Bb''、Bb；C点在H面内，即它到H面的距离为零，而到W、V面的距离分别为Cc''、Cc'。由此可从图中按1：1量得各点的坐标分别为A(9，7，9)；B(15，0，14)；C(22，13，0)。各点的空间位置既已给定，便可根据点的投影规律和投影与坐标的关系确定它们的投影。

（2）作图(图1-1b)：

1）画出投影轴O—XYZ，并在X轴上自原点O向左量取$X_A=9$、$X_B=15$、$X_c=22$得a_x、b_x、c_x诸点。

2）过a_x作OX轴的垂线，并自a_x向下量取$y_A=7$得点a，向上量取$z_A=9$得点a'；过a'作OZ轴的垂线，并自a_z向右量取$a_za''=aa_x$得点a''，则a、a'、a''即为A点的三面投影。自b_x沿OX轴的垂线向上量取$z_B=14$得点b'，在OX轴上的b_x处得点b；过b'作OZ轴的垂线，在与OZ轴的交点b_z处得b''，则b、b'、b''即为B点的三面投影。自c_x沿OX轴的垂线向下量取$y_c=13$得点c，在OX轴上的c_x处得点c'，在OY_W轴上按$Oc''=cc_x$得点c''，则c、c'、c''即为C点的三面投影。

从本题作B、C两点的投影中可知，若空间点位于某一投影面内，则它的一个投影与该点本身重合，而另两个投影分别位于相应的投影轴上。其中在作C点的侧面投影c''时，要特

别注意：由于c''是在W面上，故c''随W面绕OZ轴向右旋转至与V面重合后应位于OY_W轴上。因此，如把c''画在OY_H轴上则是错误的。

初学阶段在作多个点的投影时，为避免差错，可先按点的坐标作出它的两个投影，然后如图中利用直角Y_HOY_W的分角线来确定其另一投影的位置。

【例1-2】已知A点的正面投影a'和侧面投影a''，又知B点在A点左方20mm、后方6mm、下方10mm，求作A点的水平投影和B点的三面投影（图1-2a）。

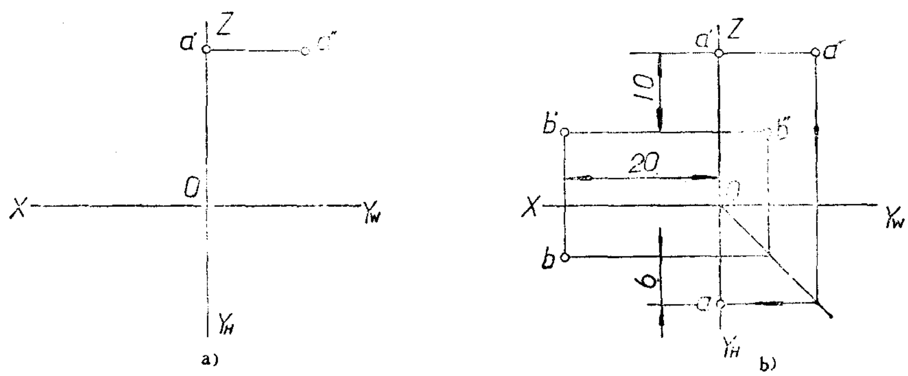


图 1-2

解：（1）分析：由于一点的两个投影即已确定该点的空间位置，因而它的第三投影也唯一确定。由图1-2a可知，A点位于W面内（因a'在OZ轴上，$x_A=0$）。A点本身与a''重合，而另一投影a必在OY_H上，其具体位置可利用投影规律求得。又按题意，可知B点与A点的坐标差为：x_B比x_A大20mm，y_B比y_A小6mm，z_B比z_A小10mm。由于A点的空间位置以及B点对A点的相对位置都已确定，因而可以A为参考点，按它们的坐标差及投影规律即可作出B点的三面投影。

（2）作图：其作法如图1-2b所示。

【例1-3】在无轴投影图中，已知A点的三面投影和B点的两投影b'、b''，求b，并将A、B两点连成直线，完成其三面投影（图1-3a）。

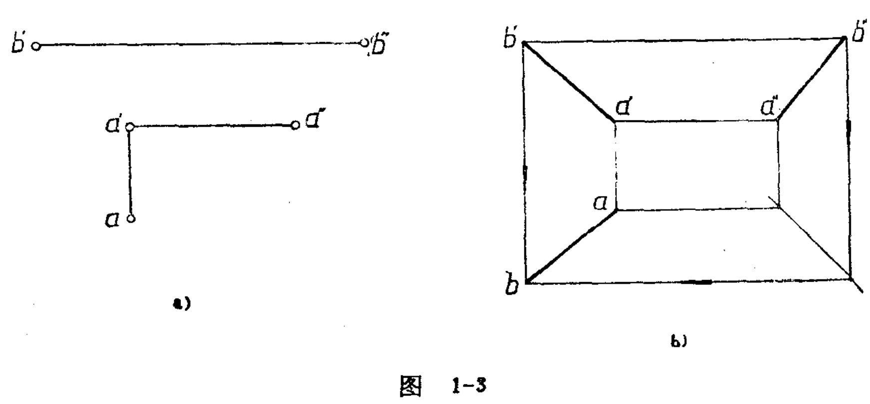


图 1-3

解：（1）分析：由给出的图1-3a可知，A点的位置及A、B两点的相对位置已经确定。本题虽无投影轴，但依据点的投影规律，B点的b必在过b'的铅垂方向投影连线上，且A、B两点的侧面投影与水平投影所反映的y坐标差应相等，由此即可求得b（为从侧面投影上将y坐标差移置到水平投影上，可利用45°斜线作图）。然后用直线连接A、B两点的同面投

影即完成本题。

（2）作图(图1-3b)：

1）过 a 和a''分别引水平方向线和铅垂方向线得交点，并过交点画45°斜线。

2）过b''作铅垂方向线与45°斜线相交，再过该交点引水平方向线与自b'作出的铅垂方向线相交，其交点即为 b 。

3）用直线连接的ab、$a'b'$、$a''b''$即为直线AB的三面投影。

【例1-4】已知三棱锥的三投影，试判断该棱锥上直线SA、SB、AB、AC对投影面的相对位置（图1-4）。

解：(1) 分析：三棱锥上各直线的投影已经给出，因此根据直线两投影对投影轴的相对位置，即可按各种位置直线的投影特性判定该直线对投影面的相对位置。

（2）判断：因sa和$s'a'$都倾斜于投影轴，故SA为一般位置直线。因$s'b'$平行于投影轴，$s''b''$倾斜于投影轴，故SB为侧平线。因$a'b'$平行于投影轴，ab倾斜于投影轴，故AB为水平线。$a'c'$垂直于投影轴，$a''c''$积聚成一点，故AC为侧垂线。

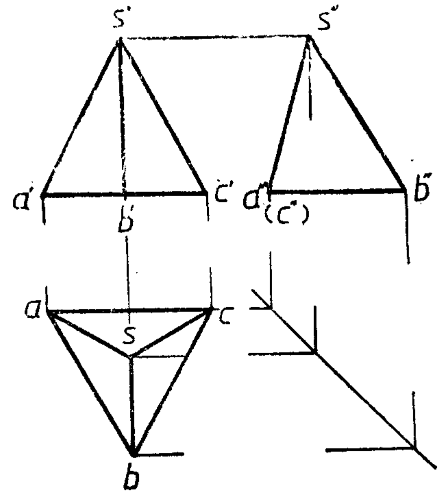


图 1-4
SA是一般位置直线 SB是侧平线
AB是水平线 AC是侧垂线

【例1-5】在直线AB上取点C，使C点与V面和H面的距离相等（图1-5a）。

解：(1) 分析：由给出投影可知AB为一般位置直线。一般位置直线上各点的坐标均不等。给出的每个投影都能反映出该直线上各点相应的两个坐标，例如侧面投影就能反映直线上各点的y、z坐标。根据题目要求，所求C点的投影应在直线AB的同面投影上，且c''应与OY_W和OZ轴等距。为此过原点O作直角ZOY_W的分角线（此线是与OY_W和OZ轴等距点的轨迹）并交$a''b''$于c''，再由c''作出 c 和c'即为所求。

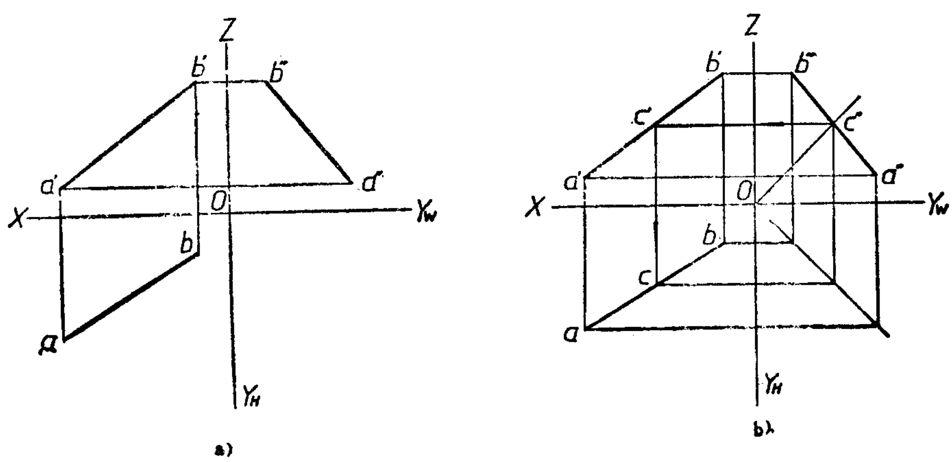


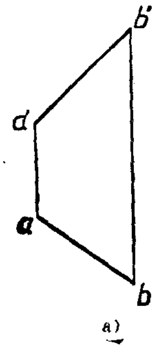
图 1-5

（2）作图（图1-5b)：

1）作直角ZOY_W的分角线交$a''b''$于c''。

2）由c''分别在$a'b'$和ab上求得c'和c。

【例1-6】求直线AB对W面的倾角γ，并在直线AB上取点C，使$AC=15\text{mm}$（图1-6a）。



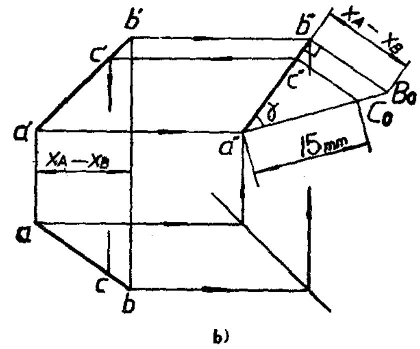


图 1-6

解：（1）分析：用直角三角形法可求直线对投影面的倾角。由于所求的是直线对W面的倾角γ，故构成直角三角形的一条直角边应为线段的侧面投影，它可由给出的两投影求出；另一直角边应为线段两端点的x坐标差，它也可由给出的投影中量取。按此作出直角三角形，即求得γ角，同时也求出了线段的实长。在等于线段实长的斜边上，按题要求定出C点的位置，并根据直线上点的投影特性即可确定其投影。

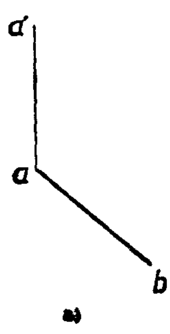
（2）作图（图1-6b）：

1）设以A为参考点，其侧面投影a''可在过a'的水平线上任意选定，作45°斜线求得b''，并连接$a''b''$。

2）由b''作$a''b''$的垂线$b''B_0$，并使$b''B_0=x_A-x_B$，连接$a''B_0$即为线段AB的实长，$a''B_0$与$a''b''$的夹角即为γ角。

3）在$a''B_0$上定出点C_0，使$a''C_0=15\text{mm}$，并过C_0引$b''B_0$的平行线交$a''b''$得点c''，再由c''求得c'和c，即完成本题。

【例1-7】已知线段AB对V面的倾角$\beta=30°$，试完成线段AB的正面投影（图1-7a）。



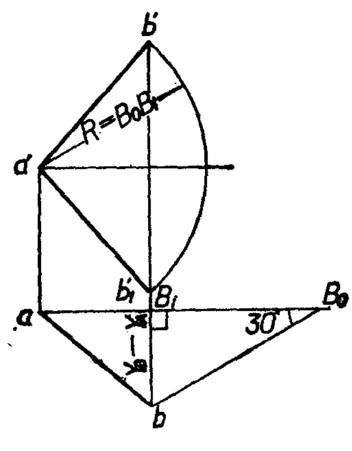


图 1-7

解：（1）分析：ab和a'已给出，欲完成线段AB的正面投影$a'b'$，只需求出$a'b'$的长度即能确定。$a'b'$的长度可由已知条件用直角三角形法求得。由a'按$a'b'$的长度在过b的铅垂线上

确定b'时可有两个位置，故本题有两解。

（2）作图（图1-7b）：

1）以y_B-y_A为直角边、$\beta=30°$为该边所对的锐角作直角三角形，则另一直角边B_1B_0即为线段AB正面投影$a'b'$的长度。

2）以a'为圆心，B_1B_0为半径作圆弧并与过b的铅垂线交得b'和b'_1。

3）连$a'b'$和$a'b'_1$即为所求的两解。

【例1-8】试在图1-8所示的四个备选图形中，选出两直线AB、CD相交的正确图形。

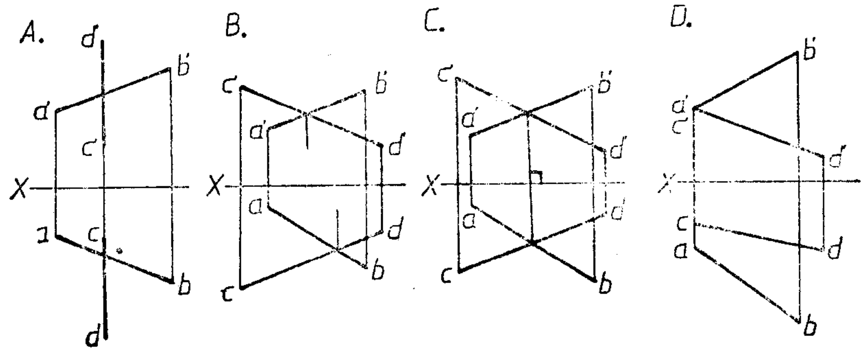


图 1-8

解：根据两直线的两个投影，一般容易判别它们是否相交。但如有直线处于特殊位置时，则还需利用两直线的交点具有定比分割的性质进行判别。在给出的四个备选图形中，（C）是两直线AB、CD相交的正确图形。其它三个图形都是两直线交叉。

【例1-9】已知等腰△ABC的高在直线AD上，且长度等于25mm，一腰AB平行于直线EF，试作出此等腰△ABC的两投影（图1-9a）。

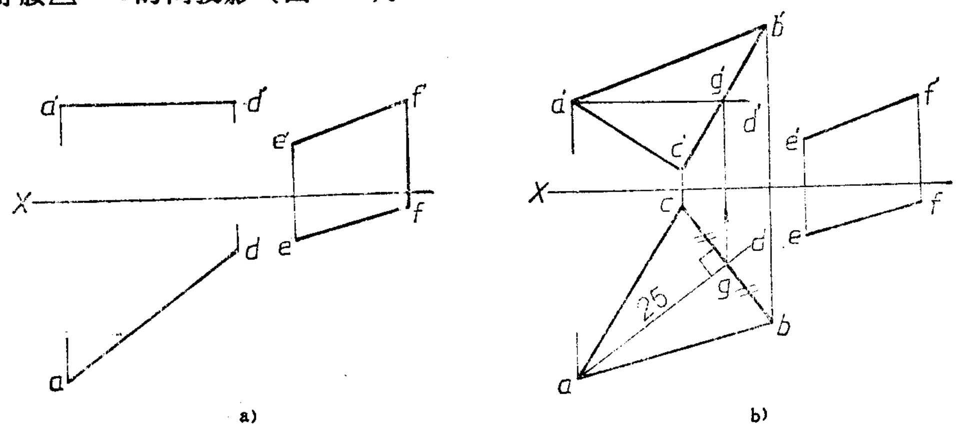


图 1-9

解：（1）分析：由给出投影可知直线AD为水平线。等腰三角形的高为底边的中垂线。根据直角的投影原理和已知条件，即可作出该等腰△ABC的两投影。

（2）作图（图1-9b）：

1）自a在ad上量取25mm得点g，即为底边中点G的水平投影。

2）过g作ad的垂线与自a作ef的平行线相交于b，并在bg的延长线上取点c，使$gc=gb$，△abc即为等腰△ABC的水平投影。

3）自a'作$e'f'$的平行线与过b的铅垂方向线交得b'；由g在$a'd'$上定出g'，由c在$b'g'$的延长线上求得c'。$\triangle a'b'c'$即为等腰$\triangle ABC$的正面投影。

【例1-10】判别$\triangle ABC$和$\triangle DEF$两平面对投影面的相对位置(图1-10)。

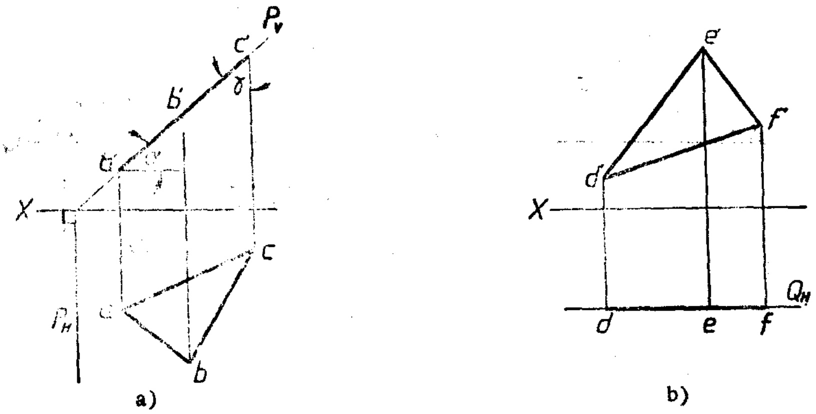


图 1-10

解：利用各种位置平面的投影特性，即可判别平面对投影面的相对位置。图1-10a所示的$\triangle ABC$，因其正面投影$a'b'c'$积聚成一直线，且处于倾斜位置，故$\triangle ABC$为一正垂面。它的正面投影反映平面的α和γ角，$\beta=90°$；水平投影$\triangle abc$是类似形，不反映$\triangle ABC$的实形。图1-10b所示的$\triangle DEF$，因其水平投影def积聚成一直线，且平行于OX轴，故$\triangle DEF$为一正平面。它的正面投影$\triangle d'e'f'$反映$\triangle DEF$的实形。$\triangle DEF$平面既平行于V面，必然垂直于H面和W面，故$\beta=0°$，$\alpha=\gamma=90°$。

如果图1-10所示的平面用迹线表示，设$\triangle ABC$为平面P，则其正面迹线P_V通过$a'b'c'$直线，水平迹线$P_H\perp OX$轴。设$\triangle DEF$为平面Q，则水平迹线Q_H通过def直线，平行于OX轴，它没有正面迹线。

【例1-11】作包含直线AB且用迹线表示的铅垂面P、正垂面Q（图1-11a)。

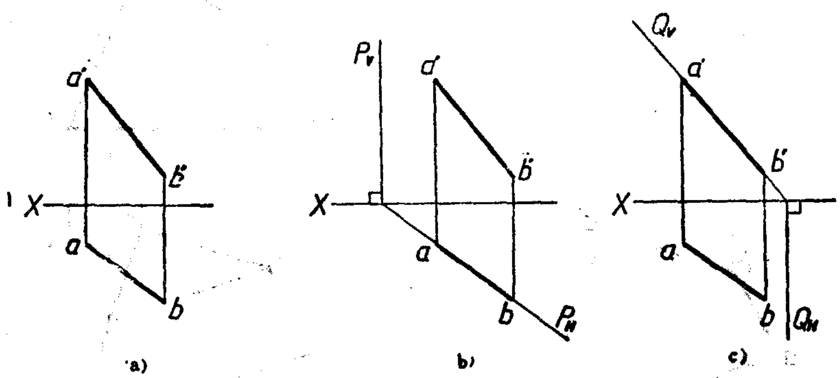


图 1-11

解：投影面垂直面在所垂直的投影面上的迹线，具有积聚性，而其它迹线垂直于相应的投影轴。故铅垂面P的水平迹线P_H必通过直线AB的水平投影ab，$P_V\perp OX$（图1-11b)。正垂面Q的正面迹线Q_V必通过直线AB的正面投影$a'b'$，$Q_H\perp OX$（图1-11c)。

如果是无轴投影图，当画投影面垂直面时，一般只画出具有积聚性的迹线。

【例1-12】已知△ABC为一侧垂面，其对H面的倾角$\alpha=45°$，试完成△ABC的水平投影（图1-12a）。

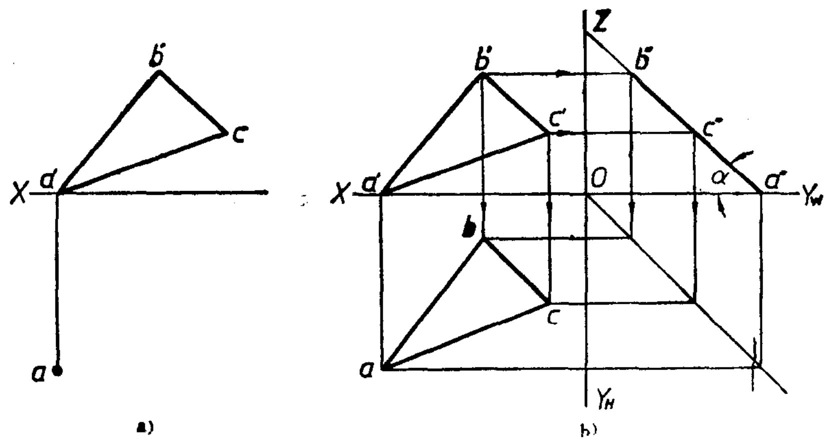


图 1-12

解：(1) 分析：△ABC为一侧垂面，它的侧面投影积聚成一直线，并反映对投影面的倾角，故本题可利用侧面投影求解。

(2) 作图（图1-12b）：

1) 添加OZ、OY轴，由a、a'求出a''，并过a''作一直线与OY_W轴成45°。

2) 由b'、c'求得b''、c''。

3) 由b'、c'和b''、c''求得b、c，△abc即为所求。

由于过a''与OY_W轴成45°的直线可作两条，故本题有两解，图中只作出一解。

【例1-13】已知四边形$ABCD$的AD边为水平线，试完成四边形$ABCD$的正面投影（图1-13a）。

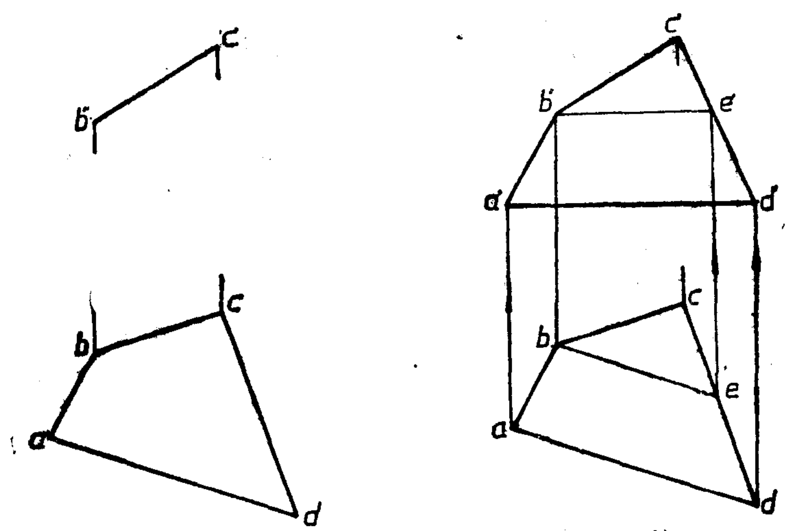


图 1-13

解：(1) 分析：平面内对同一投影面的一切平行线都互相平行，因而它们的同面投影必互相平行。已知AD边为水平线，故可在四边形$ABCD$内取水平线作为辅助线求解。

（2）作图（图1-13b）：

1）过 b 作 $be \parallel ad$ 交 cd 于 e，并由 e 在过 b' 的水平直线上定出 e'，连接 $c'e'$。

2）由 d 在 $c'e'$ 的延长线上求得 d'。

3）过 d' 作水平直线，并在此线上由 a 求得 a'。四边形 $a'b'c'd'$ 即为所求。

【例1-14】在△ABC平面内求作一点K，使K点在A点下方9mm，在V面前方12mm（图1-14a）。

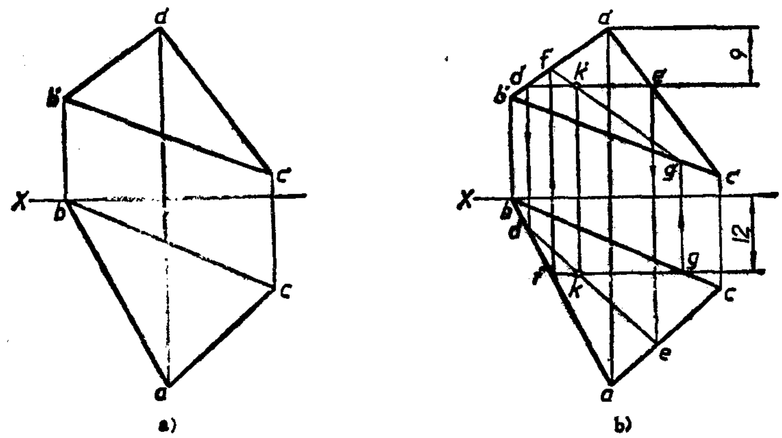


图 1-14

解 （1）分析：平面内的投影面平行线是该平面内对相应投影面等距点的轨迹。故本题可按题意在△ABC内作投影面平行线求解。

（2）作图（图1-14b）：

1）在 a' 下方9mm处作水平直线 $d'e'$，并由 $d'e'$ 作出 de。DE即为△ABC平面内的一条水平线。水平线DE上所有的点都在△ABC平面内，且在A点下方9mm。

2）在OX轴下方12mm处作一水平直线 fg，并由 fg 作出 $f'g'$，FG即为△ABC平面内的一条正平线。正平线FG上所有的点都在△ABC平面内，且在V面前方12mm。

水平线DE与正平线FG的交点K即为所求。

【例1-15】求作△ABC平面对H的倾角α和对V面的倾角β（图1-15a）。

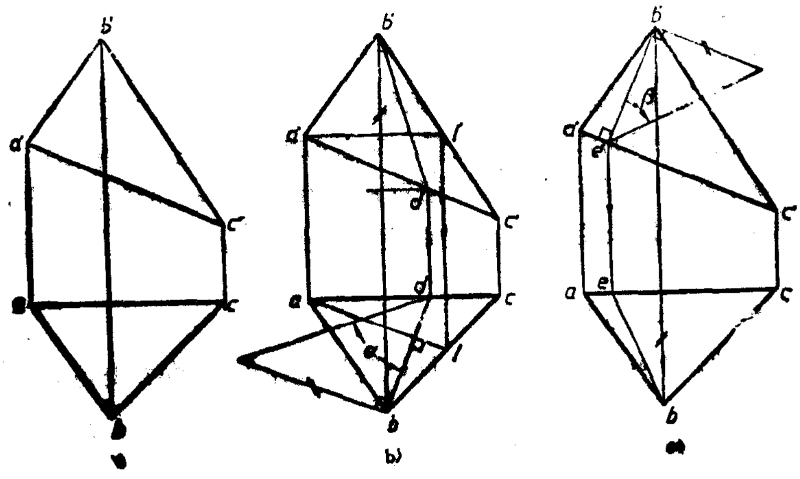


图 1-15

解：(1) 分析：△ABC为一般位置平面，其投影不反映该平面对投影面的倾角，从此可利用平面内对H面和V面的最大斜度线求解。

(2) 作图：

1) 求倾角α (图1-15b)：

a. 在△ABC平面内任作一水平线AⅠ。

b. 在△ABC平面内任作一垂直于水平线AⅠ的直线BD。BD即为△ABC平面内的一条对H面的最大斜度线。

c. 用直角三角形法求作BD直线的α角，此即△ABC平面对H面的倾角α。

(2) 求倾角β (图1-15c)：

a. 由于△ABC的AC边为一正平线，故在△ABC平面内任作一垂直于AC的直线BE，则BE即为△ABC平面内的一条对V面的最大斜度线。

b. 用直角三角形法求作BE直线的β角，此即△ABC平面对V面的倾角β。

【例1-16】 已知等腰△ABC的底边BC为水平线，其高AD等于底边长BC，该三角形平面对H面的倾角$\alpha=30°$，试完成等腰△ABC的两投影 (图1-16a)。

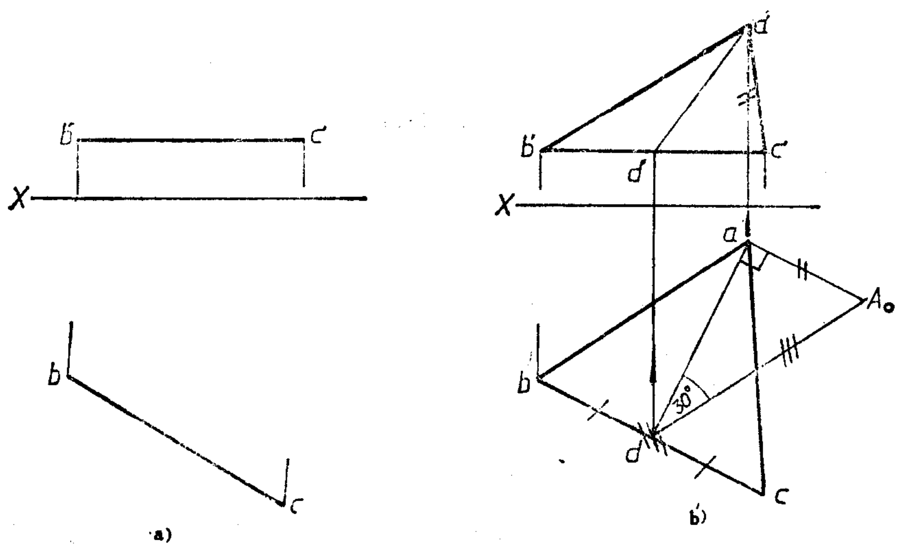


图 1-16

解：(1) 分析：本题主要是按给定条件求作顶点A的问题。由于底边BC为水平线，利用直角的投影原理可确定高AD的水平投影位置。又高AD即为该三角形平面内对H面的最大斜度线，根据高AD等于底边长BC和△ABC平面对H面的倾角$\alpha=30°$的已知条件，利用直角三角形法可确定AD的水平投影长度及A、D两点间的z坐标差，由此即可求得顶点A的两投影。

(2) 作图 (1-16b)：

1) 取BC的中点D，并过d作$da \perp bc$。

2) 过d作dA_0，使$\angle adA_0=30°$，$dA_0=bc$；再过A_0作$A_0a \perp da$并交得a，则ad即为高AD的水平投影，A_0a即为A、D两点的z坐标差。

3) 用A、D两点的z坐标差在正面投影上确定a'。

4) 连成△abc和△$a'b'c'$，即为所求。