汉译世界学术名著丛书

财富理论的数学原理的研究

〔法〕奥古斯丹·古诺 著

汉译世界学术名著丛书

财富理论的数学原理的研究

〔法〕奥古斯丹·古诺 著
陈尚霖 译

商务印书馆
1999年·北京

汉译世界学术名著丛书

财富理论的数学原理的研究

〔法〕奥古斯丹·古诺 著

陈尚霖 译

商 务 印 书 馆 出 版

（北京王府井大街36号 邮政编码 100710）

新华书店总店北京发行所发行

民 族 印 刷 厂 印 刷

ISBN 7-100-02775-6/F·351

1994年12月第1版　　开本 850×1168 1/32

1999年3月北京第2次印刷　　字数 102千

印数 3 000册　　印张 4⅞　插页 4

定价：8.50元

汉译世界学术名著丛书
出版说明

我馆历来重视移译世界各国学术名著。从五十年代起，更致力于翻译出版马克思主义诞生以前的古典学术著作，同时适当介绍当代具有定评的各派代表作品。幸赖著译界鼎力襄助，三十年来印行不下三百余种。我们确信只有用人类创造的全部知识财富来丰富自己的头脑，才能够建成现代化的社会主义社会。这些书籍所蕴藏的思想财富和学术价值，为学人所熟知，毋需赘述。这些译本过去以单行本印行，难见系统，汇编为丛书，才能相得益彰，蔚为大观，既便于研读查考，又利于文化积累。为此，我们从 1981 年至 1997 年先后分七辑印行了名著三百种。现继续编印第八辑。到 1998 年底出版至 340 种。今后在积累单本著作的基础上仍将陆续以名著版印行。由于采用原纸型，译文未能重新校订，体例也不完全统一，凡是原来译本可用的序跋，都一仍其旧，个别序跋予以订正或删除。读书界完全懂得要用正确的分析态度去研读这些著作，汲取其对我有用的精华，剔除其不合时宜的糟粕，这一点也无需我们多说。希望海内外读书界、著译界给我们批评、建议，帮助我们把这套丛书出好。

商务印书馆编辑部

1998 年 3 月

中译本前言

安东尼·奥古斯斯丹·古诺是法国数学家，数理经济学派最重要的先驱者和奠基者。1801年8月28日生于法国上索恩省的格莱。在中学时曾接受数学专门训练，1821年到巴黎高等师范学校继续攻读数学。1831年任巴黎大学副教授，1834年任里昂大学数学教授。他在概率论、认识论和经济学三个相互联系的学术领域中作出了贡献，尤其在经济学方面的建树影响更为久远。他在经济学方面的代表作是《财富理论的数学原理的研究》。

古诺的《财富理论的数学原理的研究》出版于1838年。此书出版后近40年未受到经济学界关注。直到70年代杰文斯、瓦尔拉斯和博卡杜三人的著作发表后，古诺的这本书才为人们所重视。有人认为他在经济学方面的"主要成就是对已有的，但形态模糊的经济概念和经济命题给予严密的数学表述。他的分析方法强有力地促使经济学从文字的叙述转向形式逻辑的和数字的表达。"爱尔兰经济学家兼统计学家埃奇沃思教授认为，古诺的论著"是以数学形式把经济科学里的某些高度概括的命题，陈述得最好的"。

古诺认为某些经济现象，如供给和需求都和价格存在着函数关系，因此可以用一些函数形式来表示市场中的关系，从而也可以用数学分析的形式及符号来表达一些经济规律。该书共分12章。第1—3章论述交换价值的意义和变化以及汇价问题；第4—9章

论述交换价值，即价格的决定及其变化的理论；第10—12章分析这种价格变化对社会收入的影响；本书重心在第4—9章。第4章论述需求法则，认为它是价格理论的基础。古诺用数学方法说明需求法则的基本性质，认为它反映市场价格与需要量的客观关系。他将交换价值与所谓欲望的心理动机作了区分，但他也抛开了对价值本质的分析，集中考察了交换价值和价格。古诺最先用函数形式表述需求规律，并且实际上提出了总收益函数和边际收益函数等概念。第5—7章根据需求法则讨论垄断者如何决定其所卖商品的价格及对垄断者征税时的价格变化。第8章论述在无限竞争情况下的价格决定理论。古诺运用局部均衡分析方法，从数学上对“垄断”、“双头垄断”直到“无限竞争”等不同市场条件下的价格决定问题作了解答。第9章考察在不同的生产要素由不同的生产者供给时，生产要素的价值是如何决定的。在此，古诺通过对供给函数，即商品成本状况的分析，实际上提出了边际成本的概念。

古诺在本书序言中反复强调在财富理论上运用数学的必要性、重要性。他说:“数学的用处并非单纯是计算出数值结果，它还可以用来发现不能用数字表达的量之间的关系，以及不能用代数表达式来说明其形式的函数之间的关系。例如，尽管不借助于经验就不可能给出偶然事件的数字值，……概率论仍可为极重要的命题提供证明。”他又说:“那些在使用常规语言的作者笔下，表达得不确定而又晦涩难懂的分析”可以“用自己熟悉的符号加以确定化”。

古诺的这本书在数理经济学的发展史上占有重要地位，书中

提出的一些正确的公式和内涵丰富的演绎方法不仅对经济研究人员有参考价值，而且对我们在社会主义经济建设中如何使用数学工具和数学方法也有一定的借鉴作用，因而特予译出。

该书原版为法文，中译本根据纳撒尼尔·T.培根的英译本译出。

目　录

英译本再版前言

本版完全按 1897 年版本重印，但增添了数学注释，这些注释是我发表于《经济学季刊》1898 年 1 月号上《古诺与数理经济学》一文的附录。

本书是应众多数理经济学者及古诺的仰慕者之请而重印的。

自本书的英译本在 20 年前问世以来，数学方法已在经济的以及统计的研究中普遍使用，所以无需再增添可能必要的条目，使文献目录延续到当前；而且今天也不像当年那样，需要强调数学方法的重要性了，因为持异议的已经绝无仅有。

欧文·费希尔

1927 年 8 月于耶鲁大学

古诺与数理经济学

安东尼·奥古斯丹·古诺(Antoine Augustin Cournot),1801年8月28日生于法国上索恩省的格莱。早年就读于当地学校,并在贝桑松公立中学首次接受数学专门训练。1821年,他进巴黎的高等师范学校,继续研读数学。1834年,在里昂任数学教授,次年任格勒诺布尔地方高等专科学校的校长。1838年,他发表了《财富理论的数学原理的研究》(Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses),这也正是这本译著的法文原著作。同年,古诺应召赴巴黎任总督学。他在1838年被授予荣誉骑士团的爵位,并于1845年为荣誉勋位受勋者。1854年他成为第戎高等专科学校校长,但从1862年起就不再正式授课。从那时起直至去世,他一直忙于著述。他的《数学原理》(Principes Mathématiques)一书,注意者甚少,并不成功。1863年,他在《财富理论的原理》(Principes de la théorie des richesses)的标题下,以通俗的文字演算和解释上述著作,到1876年,又在《经济学说概论》(Revue sommaire des doctrines économiques)一书中作了进一步阐述。他于次年3月31日在巴黎去世。

古诺的数学著作,有1841年的《函数理论与微积分基础》,1847年的《代数与几何之间对应的根源与界限》,1843年的《机遇与概率理论的阐述》。在上述的最后一本书里,他阐述了将概率论

应用于统计学的方法。

古诺也有哲学方面的著述，例如，1861年的《科学与历史学中基本思想的连贯性》和1872年的《对当代思想与事件发展过程的思考》。他还翻译过若干英文的数学著作，其中包括约翰·赫谢尔的《天文学》。他还编辑过两卷欧拉著的著名的《致君主》，等。

古诺一生的事迹，可读里亚德在《双月评论》(法文) 1877年7月号的文章和《传记信息》(法文)。对古诺经济学方面著作的评论，可见帕尔格雷夫的《政治经济学辞典》(英文)；杰文斯《政治经济学理论》(英文)第二版的序言；瓦尔拉斯的《纯粹经济学要义》(法文)，奥斯庇兹和里本的《价格理论的研究》(德文)和马歇尔的《经济学原理》(英文)；维尔弗里杜·帕累托在《经济学家报》杂志1892年1月号上写过一篇文章《谈古诺利用数学论述政治经济学中的一个失误》(意大利文)，同一杂志的1897年7月号还登过一篇埃奇沃思的《关于纯垄断的理论》(意大利文)。本文作者即将在《经济学季刊》上，专门为既想详细领会古诺著作中的推理，又不太熟悉所需数学内容的读者，发表一篇评论与阐述《数学原理》的论文，作者也正在为同一目的撰写一本简明的微积分导论。

在将这本书译为英文时，译者(耶鲁大学1879年哲学学士，罗德岛皮斯代尔的纳撒尼尔·T.培根先生) 致力于既保持法文的古朴韵味又尽可能地流畅。他还极其细心地推演了书中的数学推导，从而发现了大量令人吃惊的差错。大部分是印刷错误，也有一部分是原作者粗心所致，还有些则令人莫明所以。除去对论述有严重影响的两条之外，其余都已经纠正。一条是第114页上的算式(6)，另一条则是第140页的最后一个不等式。算式中的错误都

不难改正：重抄第 114 页的算式(6)，但用零替换式中的 ε；第 140 页的不等式则应该将不等号转换方向。问题在于紧随在算式后面的结论都必须作实质性的修改。

经济学界漠视《数学原理》一书近 40 年之久。杰文斯、瓦尔拉斯和博卡杜三人的著作对这本书的获得新生，起了主要作用。尽管目前阅读数理经济学著作的人还不广泛，但已经有人在勤奋钻研古诺的论著，他的论著也已经对经济学界产生了肯定而且有力的影响。埃奇沃思教授在帕尔格雷夫的《辞典》里就说过，古诺的论著“是以数学形式，把经济科学里的某些高度概括的命题，陈述得最好的”；而马歇尔教授则在其《原理》的序言中宣称“古诺的天才必然会给予阅读其著作的每一个人以新的精神力量。”

数理经济学的文献目录(中译本略)，自然是在杰文斯的《政治经济学理论》一书附录的基础上完成的。不过，那份附录忽略了有些没有使用符号的文献。即使是与杰文斯和瓦尔拉斯共享独立开发边际效用理论之荣誉的门格尔，他的《国民经济理论》，也因为必须把它归属于用文字而不是数学方法一类，而没有收进那份目录。在此，杰文斯的文献目录已经小心地修订和更正过了，并且一直编写到 1897 年。

文献目录自然地划分为分别由塞瓦、古诺、杰文斯和马歇尔的论著居首的四个阶段。塞瓦享有将数学方法首先用于经济问题的盛誉；古诺显然是应用数学方法获得巨大成功的第一个人；杰文斯(还有几乎是同时的瓦尔拉斯)引起了经济学界对这种方法认真的关注；而马歇尔则使它(或者至少是使更为简单的图象法)得到了广泛的运用。四个阶段经历的时间，持续缩短，分别为 127，33，19

和 8 年，但每个阶段中文献的书名、篇名的数目却不断增多。还有一个现象，应用数学方法的课题种类在迅速增加，纯经济学的论文数量的增长，相对而言要少些，关于运输的文献，一度发表得很多，后来却又少下去了。

耶鲁大学研究生约翰·M. 盖恩斯先生为本书付梓出了不少力；耶鲁学生托马斯·G. 巴恩斯先生，詹姆斯·O. 穆尔先生，尤其是威廉·B. 贝利先生，在编撰文献目录方面都大有贡献。作者对提供文献资料的许多人谨致谢忱，尤其是对潘塔里奥尼教授、瓦尔拉斯教授、帕累托教授和埃奇沃思教授。

欧文·费希尔

1898 年 1 月

附录：古诺所用数学的注释①

（据《经济学季刊》1898 年 1 月号重印）

1. 第 42 页最后一个方程式，根据第 41 页方程(c) 中的第二行，用$c_{2,1}$的值去除 $c_{3,1}$ 的值，得 $c_{3,2}$。$c_{2,1}$ 和 $c_{3,1}$ 的值，自然是解它们上面的两个方程求得的。（数学界的读者会注意到，古诺肯定不熟悉在当时尚未广泛使用的行列式。否则几乎可以肯定他会表达(d)的一般解，而不会局限于三个中心的特例；第 104 和 108 页的Q 与 R，也同样可用行列式来说明。）

① 在准备这些注释时，费希尔先生得到了耶鲁大学研究生院约翰·M. 盖恩斯先生的许多有价值的意见和建议。（每条注释的页码则是中译文的页码——译者）

2. 第 44 页 I，中心(1)的净进口金额 I 是所有方面欠(1)的总债务与(1)欠人家债务的差额而不仅是(2)欠(1)和(1)欠人家的差额。E 也类似。要证明方程(e)，把它写完全；亦即代入 E 与 I 的值。每侧都有两项可消去(记住 $\gamma_{1,2}\gamma_{2,1}=1$)；得到的结果全同于将($d$)中除头两个外其他方程相加的结果，但要记住 $c_{2,1}$ 现在是 $\gamma_{2,1}$ 而 $e_{3,2}\gamma_{2,1}=c_{3,1}$ 等。

3. 第 53 页方程(1)，会使 $pF(p)$ 为极大的 p 值是令 $pF(p)$ 的微系数即 $F(p)+pF'(p)$ 为零所得方程的根。

4. 第 57 页图一，pD 极大的几何解释是使矩阵 On 极大，因为这一矩形的面积是它的底 Oq，或 p，与它的高 qn 或 D 的乘积。几何学的一个命题说，当 n 的位置使 $Oq=qt$ 时，On 极大。事实上 $Oq=qt$ 这个方程是方程(1)的几何形式，方程(1)可写成 $p=\dfrac{F(p)}{-F'(p)}$，在此，左侧由 Oq 代表而右侧正是 qt (因为 $F(p)$ 是 nq 而曲线在 n 点的斜率 $F'(p)$ 是 $\dfrac{nq}{-qt}$，故 $\dfrac{F(p)}{-F'(p)}=\dfrac{nq}{\frac{nq}{qt}}=qt$)。

5. 第 58 页 §25，要区分 $pF(p)$ 之为极大或极小，必须求助于 $pF(p)$ 的二阶导数，亦即 $F(p)+pF'(p)$ 的微系数，或：$2F'(p)+pF''(p)$。根据它的为负为正，可断定与 p 值对应的是极大还是极小。用第 57 页(1)中得到的 p 值 $-\dfrac{F(p)}{F'(p)}$ 代入这个二阶导数，加以变换。如此得到的不等式同乘以 $F'(p)$ 去掉分母，但因 $F'(p)$ 是负的，故要改变不等号的方向。最后的结果就是第 58 页的第二个不等式。考虑这个结果可知，第一项必然是正的，第二项 $-F(p)F''(p)$ 如果 $F''(p)$ 是负的，就也成为正的了。

6. 第 60 页方程(1)，给出 $p=\frac{F(p)}{-F'(p)}$ 两边乘以 $F(p)$，得 $pF(p)=\frac{[F(p)]^2}{-F'(p)}$。

7. 第 61 页方程(2)，要使净收入 $pF(p)-\phi(D)$ 极大，它的微系数必须为零；亦即 $F(p)+pF'(p)-\frac{d\phi(D)}{dp}=0$。古诺的结果(2)也是一样的，他用 D 代替了 $F(p)$，$\frac{dD}{dp}$ 代替了 $F'(p)$，$\frac{d\phi(D)}{dD}\times\frac{dD}{dp}$ 代替了 $\frac{d\phi(D)}{dp}$。第 62 页的方程(3)则接近于本注的表达形式。

8. 第 64—65 页，设 $\psi(p)$ 用 $\psi(p)+u$ 代替，方程(3)即

$$F(p)+F'(p)[p-\psi(p)]=0 \qquad (3)$$

变成 $$F(p)+F'(p)[p-\psi(p)-u]=0 \qquad (3)'$$

若(3)的根是 p_0，(3)′ 的根称作 $p_0+\delta$，(3)可写成

$$F(p_0)+F'(p_0)[p_0-\psi(p_0)]=0,$$

而(3)′则写成 $F(p_0+\delta)+F'(p_0+\delta)[p_0+\delta-\psi(p_0+\delta)-u]=0$；根据泰勒定理 $F(p_0+\delta)=F(p_0)+\delta F'(p_0)+$[含有 δ 之二次及高次幂的项]，方括弧中的项，在 δ 足够小和泰勒定理可应用的假设下，都可忽略。用这个值代替 $F(p_0+\delta)$，而且，同样地，用 $F'(p_0)+\delta F''(p_0)$ 代替 $F'(p_0+\delta)$，和用 $\psi(p_0)+\delta\psi'(p_0)$ 代替 $\psi(p_0+\delta)$，就得到(3)′的另一形式。由该式减去(3)，结果为(4)，这是已经略去仍含有二次增量如 δ^2, du 等项的(1)。这是一个古诺在本书中反复运用过多次的过程，旨在导出微小的原因如 u 与其结果如 δ 之间的关系。我们在本注中作了推导，细心的读者宜在此一次就把握住。

9．第 65 页，紧接在 § 34 前面的式子如下推导：由(3)得到 $p_0-\psi(p_0)$的值，即$-\dfrac{F(p_0)}{F'(p_0)}$，代入前面的式子，再同乘以负的量 $F'(p_0)$，于是不等号改变方向。

10．第 71 页，$p'-p_0$ 值的推导与第 64 页中方程 (4) 的完全一样。事实上，第 64 页的(4)和此处的方程，除去形式之外完全相同。此处的税金 i 取代了增加的成本 u；增加的价格 $p'-p_0$ 也与 δ 同样大小。由第 64 页的 (4) 求出 δ 值，用 $F'(p_0)$ 乘分子分母，由 § 38 的第一式 $F'(p_0)[p_0-\psi(p_0)]=-F(p_0)$，用右侧的 $-F(p_0)$ 代替分母中的 $F'(p_0)[p_0-\psi(p_0)]$，就可看清第 64 页的(4) 与此处的全同。

11．第 71 页最后一个公式，亦即损失为价格 p_0 时的净收入与价格 p' 时的净收入之差。后一净收入中已扣除了税金 $iF(p')$。

12．第 72 页第 3 行，右侧的是上二行中函数的极大值，它必定大于右侧的同一函数的其他值。

13．第 72 页第 10 行，这个不等式是将随后的两个不等式相加得到的。

14．第 72 页第 8 行，见注释 3。

15．第 74 页第一个方程，见注释 11。

16．第 75 页，§ 42 第一段的最后一句。这里所说的第二个情况，始于第 76 页中“另一方面”这一段，而不是始于第 76 页中“其次”这一段，它不过是第一种情况中的一个细分。

17．第 80 页倒3行，在方程(1)中令 $D_1=0$ 相当于提这样的问题：在什么条件下，生产者(1)认为使 $D_1=0$，亦即完全停止生产，

是有利的？回答则是：在$f(D_2)=0$的时候。由于$D=D_1+D_2=D_2$，$f(D_2)$成为$f(D)$或p（见第78页末段）。所以$p=0$。事实上，不言而喻，生产者(1)只有在他对手的产出量大得足以使价格为零时，才会停止生产。另一方面，在方程(2)中令$D_1=0$，相当于提出问题：如果生产者(1)撤出这个领域，生产者(2)会做什么？回答是，他成了单一的垄断者，他会使pD_2极大化。要做到这一点，p不能为零。亦即，在两种情况下D_2都代表总产出；但在第一种情况，这一产出大得足以使价格降为零，而在第二种情况则否。所以第一种情况中的D_2大于第二种情况中的D_2。

18．第81页，方程(3)得自前面一式，用p代替$f(D)$，用$\frac{dp}{dD}$（这与$\frac{df(D)}{dD}$是一样的）代替$f'(D)$，然后全除以$\frac{dp}{dD}$。

19．第82页§45，在此x代替了p，y则没有专门的经济意义。两根曲线的交点所以对应着方程(3)的根，是因为交点的x相等于满足(3)的p值。理由在于在交点处两根曲线的坐标相等，而且，由于一个的y等于$2x$，而另一个的则等于$-\frac{F(x)}{F'(x)}$，所以有$2x=\frac{F(x)}{-F'(x)}$。由于这个方程显然与(3)有相同形式，满足这个式子的x就等于满足(3)的p。

20．第82页10—11行，在此，为了得到规定的结果，还没有完备地说清曲线必须满足的条件。还必须加上：$x=0$时（与$x>0$时一样）函数值必为正。

21．第83页，方程(5)不过是第79页上适用于两位生产者的方程(1)和(2)，推广为有n位生产者的一般情况。

22．第83页，方程(6)是使每位生产者的利润都达到极大的