

北京市城近郊区

主编 郭健康

小学数学 奥林匹克讲义

(六年级分册)

● 北京科学技术出版社



北京市城近郊区

小学数学奥林匹克讲义

(六年级分册)

郭健康 主编

北京科学技术出版社

1993

图书在版编目(CIP)数据

小学数学奥林匹克讲义:六年级分册/郭健康主编. —北京:北京科学技术出版社,2001.7 重印

ISBN 7-5304-1400-3

I. 小… II. 郭… III. 数学课-小学-补充教材 IV. G62
4.502

中国版本图书馆 CIP 数据核字(96)第 05922 号

北京科学技术出版社出版
(北京西直门南大街16号)
邮政编码 100035

各地新华书店经销
北京市飞龙印刷厂印刷
787×1092 毫米 32 开本 7.25 印张 155 千字
1993 年 5 月第 1 版 2001 年 7 月第 10 次印刷
印数: 89001—93000

定价: 8.50 元

前 言

把课上教学与学科课外活动有机地结合起来,是当前教学改革的一个重要课题。为此,我们编写了《小学数学奥林匹克讲义》这套书,供北京市城近郊区小学数学奥林匹克班的学生作教材使用及其他学生课外阅读参考。本套书分三、四、五、六年级分册共四册。

本套书本着与课上知识同步,源于教材、又高于教材的原则,力求使学生掌握一些基本的数学方法,培养学生学习数学的兴趣,开发智力。

本套书内容是根据小学数学竞赛大纲的要求编排的。通过典型的例题,对小学数学知识范围内所涉及的数学思维方法做了深入浅出的分析,并配有适当的练习题,供同学们练习思考,书后附有练习答案。

参加本套书编写的同志都是长期从事小学数学奥林匹克竞赛训练、辅导工作的老教师及北京部分城近郊区小学数学教研室的教研员,本套书是他们多年心血的结晶。

参加本册书(六年级分册)编写的有:郭健康、刘尔毅、李树德、张德勤、李异芳、孙玉茹、张玉山。因时间仓促,书中难免有不妥之处,欢迎读者批评指正。

编 者

1994年4月

编委会名单

(按姓氏笔画为序)

王盛富

刘玉兰

张德勤

杨树华

石翠花

刘尔毅

李异芳

郭健康

史雁群

吉启平

李树德

目 录

一、数的运算	(1)
1. 分数、小数四则混合运算	(1)
2. 繁分数	(4)
3. 速算和巧算	(7)
4. 定义新运算	(12)
二、应用题	(19)
1. 分数、百分数应用题	(19)
2. 工程问题	(28)
3. 比和比例应用题	(36)
4. 列方程组解应用题	(43)
5. 简单的不定方程	(54)
三、找规律	(66)
四、图形问题	(76)
1. 圆和扇形	(76)
2. 圆柱体和圆锥体	(87)
五、包含与排除	(95)
六、枚举与筛选	(107)
七、抽屉原则问题	(114)
八、最大最小问题	(120)
九、综合练习 1~10	(132)
十、竞赛题精选	(160)
十一、练习题参考答案	(168)

一、数的运算

1. 分数、小数四则混合运算

做计算题时一定要认真审题，要根据题目的特点，合理、灵活地选择计算方法，计算起来才能又准又快。

例 1 计算 $3\frac{17}{45} \div [(10\frac{4}{5} - 0.3) \times \frac{2}{35} + 10 \times \frac{5}{18}]$

解 $3\frac{17}{45} \div [(10\frac{4}{5} - 0.3) \times \frac{2}{35} + 10 \times \frac{5}{18}]$
 $= 3\frac{17}{45} \div [10.5 \times \frac{2}{35} + 10 \times \frac{5}{18}]$
 $= 3\frac{17}{45} \div [0.6 + 2\frac{7}{9}]$
 $= 3\frac{17}{45} \div [\frac{3}{5} + 2\frac{7}{9}]$
 $= 3\frac{17}{45} \div 3\frac{17}{45}$
 $= 1$

例 2 计算 $32.25 - 5\frac{5}{8} + 4\frac{3}{4} - 4.375$

分析与解答 这道题要运用加法交换律改变运算顺序，使运算简便。

$$32.25 - 5\frac{5}{8} + 4\frac{3}{4} - 4.375$$

$$\begin{aligned}
&= 32.25 + 4\frac{3}{4} - 5\frac{5}{8} - 4.375 \\
&= (32.25 + 4\frac{3}{4}) - (5\frac{5}{8} + 4.375) \\
&= 37 - 10 \\
&= 27
\end{aligned}$$

例 3 计算 $\frac{1}{4} \times (4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3\frac{3}{5}) - 1\frac{5}{6}$

分析与解答 这道题中小括号里的 $4.85 \div \frac{5}{18}$ 可以写成 $4.85 \times \frac{18}{5}$, $\frac{18}{5}$ 就是 3.6, 这样运用加法交换律和乘法分配律, 便能使运算简便。

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{4} \times (4.85 \div \frac{5}{18} - 3.6 + 6.15 \times 3\frac{3}{5}) - 1\frac{5}{6} \\
&= \frac{1}{4} \times (4.85 \times 3.6 - 3.6 + 6.15 \times 3.6) - 1\frac{5}{6} \\
&= \frac{1}{4} \times [3.6 \times (4.85 + 6.15 - 1)] - 1\frac{5}{6} \\
&= \frac{1}{4} \times 36 - 1\frac{5}{6} \\
&= 9 - 1\frac{5}{6} \\
&= 7\frac{1}{6}
\end{aligned}$$

例 4 计算 $4824 \div 12 \times 65 \div 26 \times 46 \div 23$

分析与解答 根据分数与除法的关系将原题转化为连乘的形式, 可使计算简便。

$$\begin{aligned}
 \text{解} \quad & 4824 \div 12 \times 65 \div 26 \times 46 \div 23 \\
 &= 4824 \times \frac{1}{12} \times 65 \times \frac{1}{26} \times 46 \times \frac{1}{23} \\
 &= 402 \times 5 \\
 &= 2010
 \end{aligned}$$

$$\text{例 5} \quad \left(\frac{2}{59} + \frac{4}{59} + \frac{6}{59} + \cdots + \frac{58}{59}\right) - \left(\frac{1}{59} + \frac{3}{59} + \frac{5}{59} + \cdots + \frac{55}{59}\right)$$

分析与解答 利用减法性质并适当分组结合可使运算简便。

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{2}{59} + \frac{4}{59} + \frac{6}{59} + \cdots + \frac{58}{59}\right) - \left(\frac{1}{59} + \frac{3}{59} + \frac{5}{59} + \cdots + \frac{55}{59}\right) \\
 &= \underbrace{\left(\frac{2}{59} - \frac{1}{59}\right) + \left(\frac{4}{59} - \frac{3}{59}\right) + \left(\frac{6}{59} - \frac{5}{59}\right) + \cdots + \left(\frac{56}{59} - \frac{55}{59}\right)}_{\text{共 } (55+1) \div 2 = 28 \text{ (对)}} + \frac{58}{59} \\
 &= \frac{1}{59} \times 28 + \frac{58}{59} \\
 &= 1 \frac{27}{59}
 \end{aligned}$$

练习一

$$(1) \quad \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\right) \div \left(\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}\right) - \frac{3}{4} \div \frac{3}{4}$$

$$(2) \quad \left(2 \times \frac{2}{5} - 2 \times \frac{2}{5}\right) + \left(2 \div \frac{2}{5} - \frac{2}{5} \div 2\right)$$

$$(3) \quad \frac{1}{1990} + \frac{2}{1990} + \frac{3}{1990} + \cdots + \frac{1990}{1990}$$

$$(4) \quad \left[6 \frac{3}{5} - \left(8.5 - \frac{1}{3}\right) \div 3.5\right] \times \left(2 \frac{5}{18} + \frac{11}{12}\right)$$

$$(5) \quad 13 \frac{4}{19} + 86 \frac{15}{19} \times 0.25 + 0.625 \times 86 \frac{15}{19} + 86 \frac{15}{19} \times 0.125$$

$$(6) 7\frac{1}{4} - 4.9 \times [(10 - 2\frac{2}{5}) \div 7.6] \div 1\frac{2}{5}$$

$$(7) 8.25 + [2.85 - (3\frac{2}{5} - 10.8 \times \frac{2}{9}) \div 1\frac{1}{14}]$$

$$(8) 1.15 + [8\frac{4}{15} - (8\frac{1}{2} - 4 \times 1.875) \div \frac{1}{8}]$$

$$(9) 31 + (4\frac{2}{3} - 0.42 \times \frac{3}{10} \times 16\frac{2}{3}) \div 1\frac{1}{5}$$

$$(10) \frac{3}{4} - [4\frac{3}{4} - (18.5 - 4 \times 1\frac{7}{8}) \div 0.25]$$

2. 繁分数

把繁分数化成最简分数的过程，叫做繁分数化简。化简繁分数，一般是将繁分数的分子、分母分别化成一个数，再用分子除以分母，还应根据数据特征灵活掌握化简方法。

$$\text{例 1 化简 } \frac{(5 - 3\frac{1}{2}) \div 1\frac{1}{8}}{1 + \frac{1}{4} \times (4 + 1\frac{1}{3})}$$

$$\begin{aligned} \text{解 } & \frac{(5 - 3\frac{1}{2}) \div 1\frac{1}{8}}{1 + \frac{1}{4} \times (4 + 1\frac{1}{3})} \\ &= \frac{\frac{3}{2} \times \frac{8}{9}}{1 + \frac{1}{4} \times \frac{16}{3}} \\ &= \frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{4}{3} \times \frac{3}{7} \\
 &= \frac{4}{7}
 \end{aligned}$$

例2 化简 $1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}}$

分析与解答 当繁分数的分子、分母又含有繁分数时，应由最短的一条分数线开始逐层化简。

$$\begin{aligned}
 &1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{4}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3\frac{1}{4}}} \\
 &= 1 + \frac{1}{2\frac{4}{13}} \\
 &= 1 + \frac{13}{30} \\
 &= 1\frac{13}{30}
 \end{aligned}$$

例3 $(42 \times 7\frac{1}{5} \div 6\frac{3}{10} \times 2.7) \div (21 \div \frac{2}{5} \times 2\frac{3}{5} \times 1\frac{4}{5})$

分析与解答 这道题用繁分数的形式进行化简，便能很快得到计算结果。

$$(42 \times 7\frac{1}{5} \div 6\frac{3}{10} \times 2.7) \div (21 \div \frac{2}{5} \times 2\frac{3}{5} \times 1\frac{4}{5})$$

$$= \frac{42 \times 7.2 \times 2.7 \times 0.4}{6.3 \times 21 \times 2.6 \times 1.8}$$

$$= \frac{42 \times 72 \times 27 \times 4}{63 \times 21 \times 26 \times 18}$$

$$= \frac{48}{91}$$

练习二

化简：

$$(1) \frac{\frac{1}{110} \times 2.1 \times 0.54 \times 55}{54 \times 0.21 \times 4 \frac{1}{5}}$$

$$(2) \frac{4}{2 + \frac{1}{3 - \frac{3}{4}}}$$

$$(3) \frac{25 \times 0.3 + 0.8}{1.6 \times 1.5 + 0.9}$$

$$(4) \frac{4.2 \div 28 \times 9}{0.27 \div 0.15}$$

$$(5) 1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{2}}}}$$

$$(6) \frac{45 \frac{10}{63} - 44 \frac{25}{84}}{\frac{3}{4} - (2 \frac{1}{3} - 1 \frac{1}{9}) \div 4} \div 62$$

3. 速算与巧算

巧算就是根据题目的特点寻求既巧妙又准确的计算方法，达到速算的目的。解题的主要依据是运算定律和性质。

例 1 计算 $3.52 \times 0.68 - 1.49 \times 0.68 + 20.3 \times 0.032$

分析与解答 根据乘法分配律进行简算。

$$\begin{aligned} & 3.52 \times 0.68 - 1.49 \times 0.68 + 20.3 \times 0.032 \\ &= (3.52 - 1.49) \times 0.68 + 20.3 \times 0.032 \\ &= 2.03 \times 0.68 + 2.03 \times 0.32 \\ &= 2.03 \times (0.68 + 0.32) \\ &= 2.03 \times 1 \\ &= 2.03 \end{aligned}$$

例 2 计算 $536 \div 536 \frac{536}{537}$

分析与解答 $a \div b = \frac{1}{\frac{b}{a}}$ ，可将原式转化为 $\frac{1}{536 \frac{536}{537} \div 536}$

再进行计算。

$$\begin{aligned} & 536 \div 536 \frac{536}{537} \\ &= \frac{1}{536 \frac{536}{537} \div 536} \\ &= \frac{1}{(536 + \frac{536}{537}) \div 536} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(536 \div 536) + \frac{536}{537} \times \frac{1}{536}} \\
&= \frac{1}{1 + \frac{1}{537}} \\
&= \frac{537}{538}
\end{aligned}$$

例3 计算 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$

分析与解答 这道题的分母均可写成两个连续自然数的积，而分子均为两个连续自然数的差，即

$$\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

.....

$$\frac{1}{56} = \frac{1}{7 \times 8} = \frac{1}{7} - \frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{72} = \frac{1}{8 \times 9} = \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

所以 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}$

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) +$$

$$\left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right)$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - \frac{1}{7} +$$

$$\frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{7}{18}$$

$$\begin{aligned} \text{例 4} \quad & \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots \\ & + \frac{1}{1+2+3+\cdots+48+49} + \frac{1}{1+2+3+\cdots+49+50} \end{aligned}$$

分析与解答 题中每个分数的分母分别是自 1 开始的连续的自然数列。根据等差数列的求和公式，可作如下变化：

$$\frac{1}{1+2} = \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} = \frac{2}{2 \times 3} = 2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\frac{1}{1+2+3} = \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} = \frac{2}{3 \times 4} = 2 \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right)$$

$$\frac{1}{1+2+3+4} = \frac{1}{\frac{(1+4) \times 4}{2}} = \frac{2}{4 \times 5} = 2 \times \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5} \right)$$

.....

$$\frac{1}{1+2+3+\cdots+48+49} = \frac{1}{\frac{(1+49) \times 49}{2}} = \frac{2}{49 \times 50} = 2 \times$$

$$\left(\frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right)$$

$$\frac{1}{1+2+3+\cdots+49+50} = \frac{1}{\frac{(1+50) \times 50}{2}} = \frac{2}{50 \times 51} = 2 \times$$

$$\left(\frac{1}{50} - \frac{1}{51} \right)$$

因此

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \frac{1}{1+2+3+4} + \cdots + \\ & \frac{1}{1+2+3+\cdots+48+49} + \frac{1}{1+2+3+\cdots+49+50} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\frac{(1+2) \times 2}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+3) \times 3}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+4) \times 4}{2}} + \cdots + \\
&\quad \frac{1}{\frac{(1+49) \times 49}{2}} + \frac{1}{\frac{(1+50) \times 50}{2}} \\
&= \frac{2}{2 \times 3} + \frac{2}{3 \times 4} + \frac{2}{4 \times 5} + \cdots + \frac{2}{49 \times 50} + \frac{2}{50 \times 51} \\
&= 2 \times \left(\frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{49 \times 50} + \frac{1}{50 \times 51} \right) \\
&= 2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{49} - \frac{1}{50} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{50} - \frac{1}{51} \right) \\
&= 2 \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{51} \right) \\
&= 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times \frac{1}{51} \\
&= 1 - \frac{2}{51} \\
&= \frac{49}{51}
\end{aligned}$$

例 5 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6 \times 7}$

分析与解答 本题中每个分数的分子均为 1，而分母则均为 3 个连续自然数的积。拆分规律如下：

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right)$$

$$\frac{1}{2 \times 3 \times 4} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right)$$

.....

$$\frac{1}{5 \times 6 \times 7} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{6 \times 7} \right)$$

$$\begin{aligned} \text{因此 } & \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \frac{1}{4 \times 5 \times 6} + \\ & \frac{1}{5 \times 6 \times 7} \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} \right) + \frac{1}{2} \times \\ & \left(\frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{4 \times 5} - \frac{1}{5 \times 6} \right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{6 \times 7} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{1 \times 2} - \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3} - \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4} - \frac{1}{4 \times 5} + \right. \\ & \left. \frac{1}{4 \times 5} - \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{5 \times 6} - \frac{1}{6 \times 7} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{42} \right) \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{10}{21} \\ &= \frac{5}{21} \end{aligned}$$

练习三

计算下列各题：

$$(1) 99 \times \frac{3}{19}$$

$$(2) 6.62 \times 45 + 3.38 \div \frac{1}{45}$$

$$\begin{aligned} (3) & \frac{1985}{1985 \times 1986} + \frac{1985}{1986 \times 1987} + \frac{1985}{1987 \times 1988} + \\ & \frac{1985}{1988 \times 1989} + \frac{1985}{1989 \times 1990} \end{aligned}$$