



学人教版教材
用人教版教辅

初中同步系列

(双色版)

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步

教材精析精练

几何 第三册



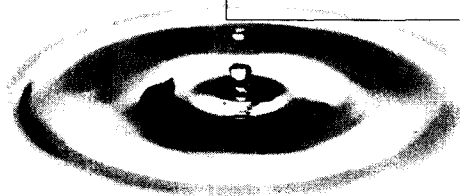
人民教育出版社

延边教育出版社

初中同步系列

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步

教材精析精练



几何 第三册

学校_____

班级_____

姓名_____

人民教育出版社 延边教育出版社

- 顾 问：顾振彪 蔡上鹤 龚亚夫
- 策 划：崔炳贤 申敬爱
- 丛书主编：周益新
- 本册主编：刘国祥
- 副 主 编：洪秀全 宋承洋
- 编 著：刘国祥 洪秀全 宋承洋 叶华英
袁晓曦 胡荣普 王敬臣 吴志华
郑巨生 石生学 袁业舒 彭秀琪
- 特邀编辑：廖康强
- 责任编辑：黄俊葵 岑 巍
- 编辑统筹：宁德伟
- 封面设计：王 唯 于文燕
- 版式设计：李 超

与人教版九年义务教育初级中学教科书同步
《教材精析精练》几何 第三册

出 版：人民教育出版社 延边教育出版社
发 行：延边教育出版社
地 址：北京市海淀区紫竹院路 88 号紫竹花园 D 座 702
邮 编：100087
网 址：<http://www.ybep.com>
电 话：010-88552311 88552651
传 真：010-88552651-11
排 版：北京民译印刷厂
印 刷：北京联华印刷厂印刷
开 本：787×1092 16 开本
印 张：10.25
字 数：273 千字
版 次：2002 年 5 月第 1 版
印 次：2002 年 5 月第 1 次印刷
书 号：ISBN 7-5437-4723-5/G·4252
定 价：(双色版) 12.00 元

如印装质量有问题，本社负责调换



前 言

为了配合人民教育出版社九年义务教育初级中学教科书的推广使用,以适应新教材课程改革、研究性学习、中考模式改革和培养学生健全的思维能力,人民教育出版社、延边教育出版社组织约请了参与人教版新教材试验并对新教材及中考改革和思维能力培养有深入研究的湖北黄冈市、北京海淀区、山西省、江苏省、广东省等国内知名教师共同编写这套丛书。

目前市场上教辅书多而杂,大多数是教材的翻版,且从内容上讲,与新教材课程改革、研究性学习、中考改革之间缺乏必要的联系。针对这种状况,我们策划了本套丛书,目的在于培养学生理性的、逻辑性的思维方式和研究、解决问题的方法。使学生在初中课程的学习中将各学科基础的、核心的、可再生的知识内容系统化,构建起学科知识体系,并掌握科学的方法和技巧,来解决学习中的思维障碍。同时,通过适当的练习,使学生了解、适应新大纲、新教材对知识范围和能力的要求。促使学生转换固有的、陈旧的思维方式,使他们拥有全面、健康、严谨、灵活的思维品质,让他们学会将社会热点、焦点问题和新科学发现、新技术的发明等问题同日常学习联系起来,使他们拥有综合的发散思维能力。

这套丛书主要有以下特点:

权威性——以国家教育部颁布的新教学大纲为纲,以人民教育出版社最新教材为依据,人民教育出版社各学科编辑室指导全书编写工作并审定丛书书稿。

新颖性——丛书根据国家教育部颁布的初中各年级课时标准编写,体现了课程改革新方案、中考改革模式和研究性学习新思路,侧重学法指导。减少陈题,不选偏题,精编活题,首创新题,启迪思维方法。将国际上流行的开发学生智力的“活性动态”版式与我国教辅版式相结合,既保护了学生视力、激活了思维,又符合中学生心理年龄层次。

前瞻性——丛书突出素质教育的要求,强调培养学生创新精神和实践能力,设计了学生自己构思答案的研究性学习案例和充分挖掘学生思维潜力的潜能测试,以培养和提高学生发散思维能力。



实用性——内容与教材紧密配套,既有教师的精辟分析和指导学生自主学习知识归纳和学法建议,又有剖析“活题”思维障碍的解题思维技巧。课后有精选精编针对性很强的知能达标训练和综合能力训练;每单元进行一次小结和能力测试;期中、期末进行阶段性测试,方便学生与人教版教材同步配套使用,可操作性极强。

科学性——丛书按学习规律和思维能力培养的规律循序渐进,突出能力升级的五步递进——知识归纳、学法建议、潜能开发、知能达标训练、综合能力训练,科学地对学生进行显能测试和潜能测试,培养和提高学生思维的敏捷性、科学性、深刻性和发散性。

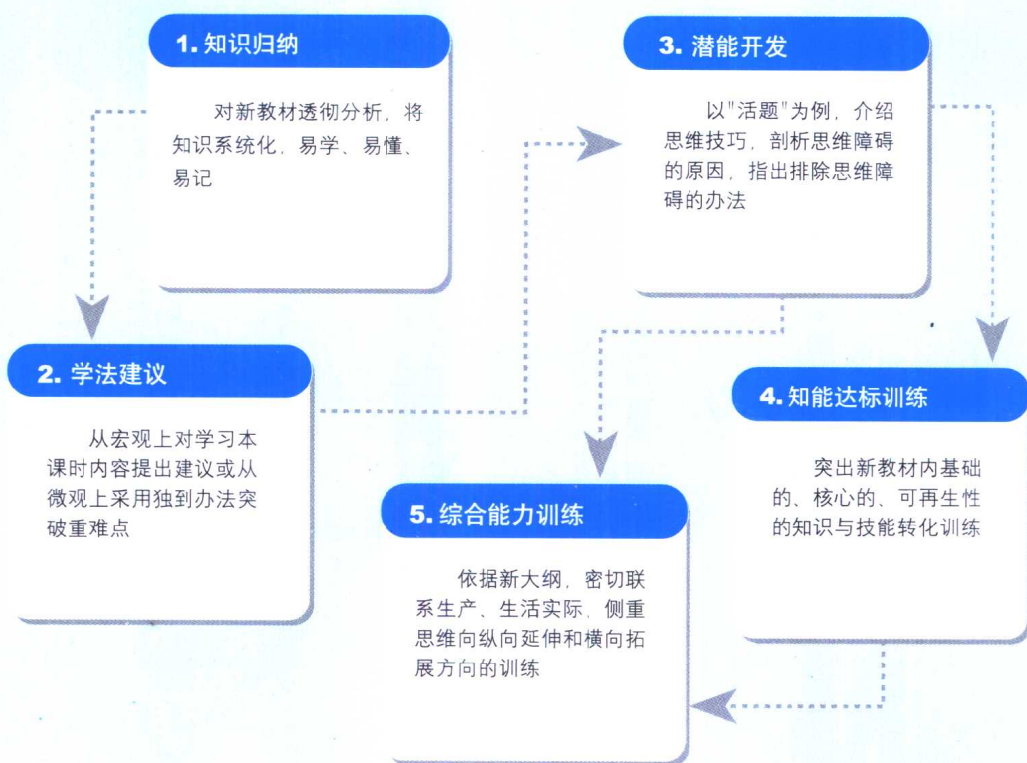
这套丛书在策划、组稿、编写、审读整个过程中,得到了人民教育出版社和延边教育出版社的支持和指导,在此一并致谢。

思维是智力的核心,思维更是能力的体现。思维的表现特征是素质教育和创新教育重要的研究课题。在我国,对中学生进行科学思维技巧训练、显能测试和潜能测试是一种新的教学尝试。尽管书中许多内容是作者长期教学实践和潜心研究的心得和成果,但仍需要不断完善,不当之处,恳请专家、读者指正。

丛书主编:周益新

2002年4月

内容结构与能力培养过程示意图（初中同步）



单元小结



1. 热点聚焦

梳理单元重点热点内容，构建学科知识体系

2. 研究性学习

提供素质教育案例，激发学生自主学习，引导学生自己设计方案、构思答案

3. 显能测试

考核新教材、新大纲知识和能力范围以内必须达到的要求，测试聚合思维能力

4. 潜能测试

考核遵循新教学大纲，不拘泥于新教材的内容，测试发散思维能力



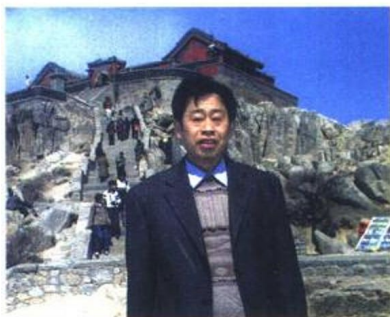
顾振彪 1965年毕业于华东师范大学中文系，人民教育出版社中学语文室编审，课程教材研究所研究员。从事中学语文教材编写、研究工作三十多年，参与或主持编写初、高中语文教材多套。与人合著《语文教材编制与使用》、《文学创作技巧七十题》、《新中国中学语文教育大典》等，并撰写论文《义务教育初中语文教材的编写与实验》、《国外文学教材管窥》等数十篇。

蔡上鹤 1964年毕业于华东师范大学数学系，人民教育出版社编审。主要从事中学数学课程、教材的理论研究和实践活动。曾编写过中学数学通用教材、中学数学教学指导书，著有《数学纵横谈》、《初中数学学习问答》等书；发表过50余篇学术论文，其中《民族素质和数学素养》一文被原国家教委评为一等奖。1983、1984年参加高考数学试卷的命题工作。曾出席国际数学教育大会和国际数学教育心理学会议。1995年10月被国务院授予有突出贡献专家称号。现兼任中国数学会《数学通报》编委、人教社《中小学教材教学（中学理科版）》副主编、北京师范大学兼职教授。



龚亚夫 全国政协第九届委员会委员，课程教材研究所研究员，人民教育出版社英语室主任，编审，现行高中英语教学大纲及新基础教育英语课程核心小组成员。加拿大约克大学教育系研究生毕业，获教育硕士学位。长期从事基础英语教育研究工作，曾在北京海淀区教师进修学校、美国威斯康辛州私立学校任教。1991—1993年在教育部基础教育司工作，主编、改编过多套大型电视英语教学片，其中较有影响的有《走遍美国》、《澳洲之旅》、《TPR儿童英语》等，参与编著英语教材、英语学习方法等各类图书，并发表文章数十篇。

周益新 中国科协国家教育专家委员会学术委员，全国优秀地理教师，《中国教育报》高考研究专家。在湖北省黄冈中学工作二十多年，潜心研究素质教育、创新教育与学生潜能开发的方法和途径。在《光明日报》、《中国教育报》等国家级报刊发表教育研究论文数十篇。指导学生撰写的研究性学习小论文获湖北省科协、湖北省教研室一等奖。策划并主编教育教研丛书多部。





◆ 第 6 章 解直角三角形	1
一 锐角三角函数	1
6.1 正弦和余弦	1
6.2 正切和余切	7
6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角	7
二 解直角三角形	14
6.4 解直角三角形	14
6.5 应用举例	20
6.6 实习作业	20
第 6 章 小 结	27
◆ 第 7 章 圆	32
一 圆的有关性质	32
7.1 圆	32
7.2 过三点的圆	36
7.3 垂直于弦的直径	40
7.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系	45
7.5 圆 周 角	49
7.6 圆的内接四边形	55
二 直线和圆的位置关系	59
7.7 直线和圆的位置关系	59
7.8 切线的判定和性质	64
7.9 三角形的内切圆	69
7.10 切线长定理	73
7.11 弦 切 角	78
7.12 和圆有关的比例线段	83
三 圆和圆的位置关系	90
7.13 圆和圆的位置关系	90
7.14 两圆的公切线	96



7.15	相切在作图中的应用	96
7.16	正多边形和圆	101
7.17	正多边形的有关计算	101
7.18	画正多边形	105
7.19	探究性活动:镶嵌	105
7.20	圆周长、弧长	107
7.21	圆、扇形、弓形的面积	107
7.22	圆柱和圆锥的侧面展开图	114
	第7章 小 结	119
◆	上学期期中测试题	125
◆	上学期期末测试题	129
◆	下学期期中测试题	133
◆	下学期期末测试题	137
◆	参 考 答 案	141

第 6 章

解直角三角形

一 锐角三角函数

6.1 正弦和余弦

知识归纳

1. 正弦、余弦的概念

如图 6-1-1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$.
我们把锐角 A 的对边与斜边之比叫做 $\angle A$ 的正弦, 记作 $\sin A$, 即

$$\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{c}$$

我们把锐角 A 的邻边与斜边之比叫做 $\angle A$ 的余弦, 记作 $\cos A$, 即

$$\cos A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}} = \frac{b}{c}$$

正弦、余弦的概念是本章的起点, 同时又是重点、难点和关键.

2. 30° 、 45° 、 60° 角的正弦、余弦值

$$(1) \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; (2) \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

3. 互余两角的正弦、余弦之间的关系

$$(1) \sin A = \cos(90^\circ - A), (2) \cos A = \sin(90^\circ - A). (\angle A \text{ 为锐角})$$

这就是说, 任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值, 任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.

4. 查正弦、余弦表

(1) 变化规律: 当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时, 正弦值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小); 余弦值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).

(2) 取值范围: 当角 α 满足 $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ 时, $0 \leq \sin \alpha \leq 1, 0 \leq \cos \alpha \leq 1$.

(3) 0° 、 90° 角的正弦、余弦值: $\sin 0^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1, \cos 0^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0$.

5. 同角的正弦、余弦之间的关系

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1.$$

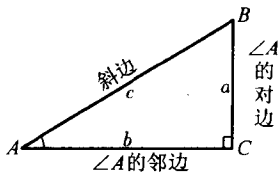
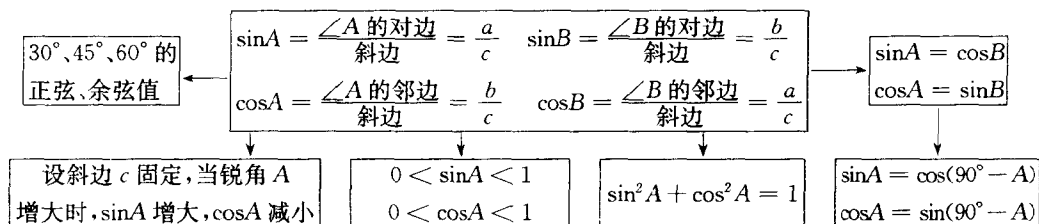


图 6-1-1



学法建议

1. 学会利用图形(直角三角形)帮助理解正弦、余弦的概念及相关知识. 如图 6-1-2, 与正弦、余弦有关的内容如下所示:



2. 关于正弦、余弦的概念, 首先应该利用相似三角形的知识, 认清在直角三角形中, 当锐角固定时, 它的对边、邻边与斜边的比值也是固定的, 然后引入正弦、余弦的定义, 理解正弦、余弦的定义应注意以下两点:

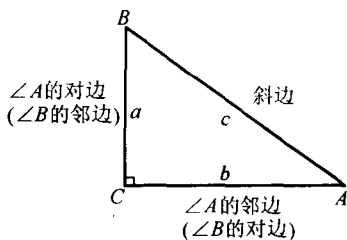


图 6-1-2

(1) $\sin A = \frac{a}{c}$ 是一个比值, 它只与锐角 A 的大小有关, 而与直角三角形的边长无关, 如: $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 中, $\angle A$ 的对边与斜边之比为 $\sqrt{3} : 2$, 并不表示 $\angle A$ 的对边长是 $\sqrt{3}$, 斜边长是 2.

(2) 不要把正弦、余弦的定义死记硬背为 $\sin A = \frac{a}{c}$, $\cos A = \frac{b}{c}$, 应该正确理解定义式中 a, b, c 的意义, 即 a 表示 $\angle A$ 的对边, b 表示 $\angle A$ 的邻边, c 表示斜边. 如: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 如果 $\angle B = 90^\circ$, $a = 1$, $b = 2$, 则 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$.



潜能开发

[例 1] (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 8$, 则 $\sin A =$ _____, $\cos A =$ _____.

(2) 计算: $2\cos 30^\circ - 2\sqrt{2} \cdot \sin 60^\circ \cos 45^\circ + \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} =$ _____.

(3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 若 $\sin B = \frac{1}{3}$, 则 $\cos A$ 的值为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

思维诊断

解此题易出现的下列思维障碍: ①不会灵活运用正弦、余弦的定义; ②互余两角的正弦、余弦关系在直角三角形中的应用不熟; ③计算错误.

排除障碍采取下列方法:

①画出图形帮助理解正弦、余弦的定义.

②熟记特殊角的正弦、

思路分析

第(1)题可画出 $Rt\triangle ABC$ 的示意图 6-1-3. 根据正弦和余弦的定义可知 $\sin A = \frac{BC}{AB}$, $\cos A = \frac{AC}{AB}$, 只需要利用勾股定理求出 AB 边的长即可. 第(2)题只需熟记 30° 、 45° 、 60° 角正弦、余弦值就可以算出. 第(3)题考虑到 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 利用 $\cos A$

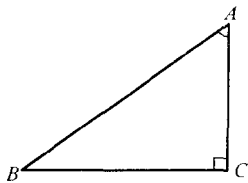


图 6-1-3

$= \sin(90^\circ - A) = \sin B$ 便可求出 $\cos A$ 值, 也可以由 $\sin B = \frac{1}{3}$, 根据正弦的定义, 设 $AC = x$, $AB = 3x$, 然后利用余弦的定义求出 $\cos A$ 的值.

[答案](1) $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}$ (2) 1 (3) A

[例 2](1) 已知 $\sin 42^\circ 54' = 0.6807$, 如果 $\cos \alpha = 0.6807$, 则锐角 $\alpha =$ _____.

(2) 由《余弦表》直接查得 $\cos 37^\circ 24' = 0.7944$, 利用修正值得 $\cos 37^\circ 25' = 0.7942$, 则 $\sin 52^\circ 37'$ 等于 ()

- A. 0.7942 B. 0.7940 C. 0.7946 D. 0.7948

(3) 已知 $\cos \alpha < 0.5$, 那么锐角 α 的取值范围是 ()

- A. $60^\circ < \alpha < 90^\circ$ B. $0^\circ < \alpha < 60^\circ$
C. $30^\circ < \alpha < 90^\circ$ D. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$

思路分析

第(1)题根据已知条件可知: $\cos \alpha = \sin 42^\circ 54'$, 联想正弦与余弦之间的关系 $\cos A = \sin(90^\circ - A)$, 可将 $\cos \alpha$ 化为 $\sin(90^\circ - \alpha)$, 于是有 $\sin(90^\circ - \alpha) = \sin 42^\circ 54'$, 当 α 为锐角时, 有 $90^\circ - \alpha = 42^\circ 54'$, 所以 $\alpha = 47^\circ 06'$, 也可以将 $\sin 42^\circ 54'$ 化为 $\cos(90^\circ - 42^\circ 54')$, 得 $\cos \alpha = \cos(90^\circ - 42^\circ 54')$, 利用 $\alpha = 90^\circ - 42^\circ 54'$ 求出锐角 α . 第(2)题比较 $\cos 37^\circ 24'$ 与 $\cos 37^\circ 25'$ 可知: 37° 的余弦的同一行 $1'$ 的修正值是 0.0002. 将 $\sin 52^\circ 37'$ 化为余弦, 即 $\sin 52^\circ 37' = \cos(90^\circ - 52^\circ 37') = \cos 37^\circ 23'$. 注意到余弦值随着角度的减小而增大, 可得 $\cos 37^\circ 23' = 0.7944 + 0.0002 = 0.7946$. 第(3)题要求锐角 α 的取值范围, 应使 $\cos \alpha$ 的值介于相近的两个特殊值之间, 将特殊值换成两个特殊角的余弦, 再根据余弦值随着角度的变化规律确定锐角的取值范围. 由 $\cos \alpha < 0.5$, 得 $0 < \cos \alpha < \frac{1}{2}$, 即 $\cos 90^\circ < \cos \alpha < \cos 60^\circ$, 由此可求锐角 α 的取值范围.

[答案](1) $47^\circ 06'$ (2) C (3) A

余弦值, 正确使用运算法则, 注意按正确的顺序计算.

③ 结合定义理解 $\cos A = \sin B$.

思维诊断

解此题易出现的下列思维障碍: ① 不善于将正弦值与余弦值之间建立联系; ② 锐角的余弦值随角度的变化规律掌握不牢; ③ 度、分、秒之间的换算出现错误.

排除障碍采取下列方法:

① 善于抓住题目中正弦、余弦值相等或角度之间互余的关系来建立正弦与余弦之间的关系, 然后利用互余两角的正弦、余弦之间的关系求解.

② 理解并掌握锐角的余弦值是随角度的增大(或减小)而减小(或增大).

③ 区别角、分、秒中的 60 进制与一般运算中的十进制.

[例3]如图6-1-4,锐角 $\triangle ABC$ 中, BD, CE 是两条高,已知 $DE=3, BC=5$,求 $\cos A$ 的值.

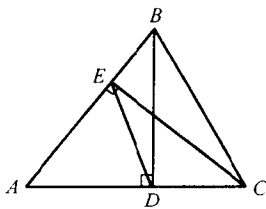


图 6-1-4

思路分析

求 $\cos A$,可以考虑在 $\text{Rt}\triangle ABD$ (或 $\text{Rt}\triangle ACE$)中,利用 $\cos A = \frac{AD}{AB}$ (或 $\frac{AE}{AC}$)求得,要求 $\frac{AD}{AB}$ (或 $\frac{AE}{AC}$),联想已知条件 $DE=3, BC=5$,可考虑证明 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$,得 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$,从而求出 $\cos A$ 的值.

[解] $\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高,

$\therefore BD \perp AC, CE \perp AB$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle ACE$ 中,有

$$\cos A = \frac{AD}{AB}, \cos A = \frac{AE}{AC}$$

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

又 $\angle A = \angle A$,

$\therefore \triangle ADE \sim \triangle ABC$.

$$\therefore \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{3}{5}$$

$$\text{故 } \cos A = \frac{3}{5}.$$

[例4]已知关于 x 的方程 $4x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 的两根正好是某直角三角形两个锐角的正弦,求 m 的值.

思路分析

根据题意可设已知方程的两根为 $\sin A, \sin B$,其中 $\angle A + \angle B = 90^\circ$.由根与系数的关系可得 $\sin A + \sin B = \frac{m+1}{2}, \sin A \cdot \sin B = \frac{m}{4}$,要求 m 的值,可以考虑利用上述两个等式,消去 $\sin A$ 和 $\sin B$ 得到一个关于 m 的方程,求出 m 的值.由 $\angle A + \angle B = 90^\circ$,知 $\sin B = \cos A$,于是有 $\sin A + \cos A = \frac{m+1}{2}, \sin A \cdot \cos A = \frac{m}{4}$,再注意到 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$,不难消去 $\sin A, \cos A$ 得到关于 m 的方程.

[解]依题意,可设方程 $4x^2 - 2(m+1)x + m = 0$ 的两根为 $\sin A,$

思维诊断

解此题易出现下面思维障碍:不能有效地在已知条件与所求的结论之间建立联系.

排除障碍采取下列方法:注意到求 $\cos A$,就是求线段的比,在不能直接表示线段比的情况下,可联想相似与线段比的关系,同时联想到基本图形中的相似三角形,问题就不难解决.

思维诊断

解此题易出现下列思维障碍:①已知方程的两根设法不直接,造成解题困难;②从①、②两式中消去 $\sin A, \sin B$ 得到关于 m 的方程困难;③忽视了验根.

排除障碍采取下列方法:

①按照题意帮助设出已知方程的两根,而不按照一般的设法.

②要消去 $\sin A, \sin B$ 得

$\sin B$, 其中 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 由根与系数的关系, 得

$$\sin A + \sin B = \frac{m-1}{2}, \quad ①$$

$$\sin A \cdot \sin B = \frac{m}{4}. \quad ②$$

由 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 知 $\sin B = \sin(90^\circ - A) = \cos A$,

$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{m+1}{2}, \quad ③$$

$$\sin A \cdot \cos A = \frac{m}{4}. \quad ④$$

$$\therefore \sin^2 A + \cos^2 A = 1,$$

$$\therefore (\sin A + \cos A)^2 - 2\sin A \cdot \cos A = 1. \quad ⑤$$

将③、④代入⑤, 得

$$\left(\frac{m+1}{2}\right)^2 - 2\left(\frac{m}{4}\right) = 1.$$

解得 $m_1 = \sqrt{3}, m_2 = -\sqrt{3}$.

\therefore 当 $\angle A$ 为锐角时, $0 < \sin A < 1, 0 < \cos A < 1$,

$$\therefore 0 < \sin A + \cos A < 2,$$

$$0 < \sin A \cdot \cos A < 1.$$

$$\text{即 } 0 < \frac{m+1}{2} < 2,$$

$$0 < \frac{m}{4} < 1.$$

解得 $0 < m < 3$.

$\therefore m = -\sqrt{3}$ 不合题意, 应舍去, 故所求 m 值为 $\sqrt{3}$.

到关于 m 方程, 首先应把两个角 ($\angle A, \angle B$) 换成同一个角 ($\angle A$ 或 $\angle B$), 然后联想同角的正弦、余弦之间的关系 $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ 来得到关于 m 的方程.

③实际上, 已知方程应有两个正实数根, 而求得的 m 值不一定能保证已知方程有两个正实数根, 所以必须验根.



知能达标训练

1. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C$ 是直角, 若 $AB=6, BC=2$, 则 $\cos A =$ _____.

2. 三角形的三边长分别是 3, 4, 5, 则它的最小内角的正弦是 _____.

3. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, 3a=\sqrt{3}b$, 则 $\angle A =$ _____, $\sin A =$ _____.

4. 查表得 $\cos 52^\circ 36' = 0.6074$, 且查得表中同一行的修正值为右表; 又 $\cos \alpha = 0.6079$, 则锐角 $\alpha =$ _____.

分	1	2	3
修正值	2	5	7

5. $\angle A$ 是锐角, 已知 $\cos A = \frac{15}{17}$, 那么 $\sin(90^\circ - A) =$ _____.

6. 求值: $4\sin 54^\circ - 5\cos 36^\circ + \sqrt{2}\sin 45^\circ - \sqrt{(\cos 36^\circ - 1)^2} =$ _____.

7. 计算: $\sin^2 72^\circ + \sin^2 18^\circ =$ _____.

8. 已知: $a = \sin 60^\circ, b = \cos 45^\circ$, 则 $\frac{a+2b}{a-b} - \frac{b}{b-a}$ 的值为 _____.

9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, BC=4, \sin A = \frac{2}{3}$, 则 $AB =$ _____.

10. 等腰 $\triangle ABC$ 中, 有两边的长分别为 10 和 12, 设其顶角为 α , 则 $\cos \frac{\alpha}{2} =$ _____ . (Δ)

11. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $a=5$, $b=12$, 则 $\sin B$ 的值是 ()
- A. $\frac{12}{13}$ B. $\frac{13}{12}$ C. $\frac{5}{13}$ D. $\frac{5}{12}$
12. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\sin A=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\cos B$ 的值为 ()
- A. 1 B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{1}{2}$
13. 当锐角 $A>30^\circ$ 时, $\cos A$ 的值 ()
- A. 小于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 大于 $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. 小于 $\frac{1}{2}$ D. 大于 $\frac{1}{2}$
14. 计算: $\frac{1}{2}\cos 60^\circ - \sqrt{2}\sin 45^\circ$ 等于 ()
- A. $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}-4}{4}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. $\frac{1-4\sqrt{2}}{4}$
15. 如果 α 是锐角, 且 $\sin^2 \alpha + \sin^2 36^\circ = 1$, 那么 α 的度数为 ()
- A. 36° B. 64° C. 54° D. 44°
16. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 如果各边长度都扩大 2 倍, 则锐角 A 的正弦值和余弦值 ()
- A. 都没有变化 B. 都扩大 2 倍 C. 都缩小 2 倍 D. 不能确定
17. 已知角 α 为锐角, $\sin \alpha = 0.8$, 那么角 α 所在的范围是 ()
- A. $0^\circ < \alpha < 30^\circ$ B. $30^\circ < \alpha < 45^\circ$
C. $45^\circ < \alpha < 60^\circ$ D. $60^\circ < \alpha < 90^\circ$
18. $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 则 $AC : BC : AB$ 等于 ()
- A. 3 : 4 : 5 B. 4 : 3 : 5 C. 3 : 5 : 4 D. 5 : 3 : 4
19. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, a, b, c 分别为 $\angle A, \angle B, \angle C$ 所对的边, $\angle C=90^\circ$, 则 $a^3 \cos A + b^3 \cos B$ 等于 ()
- A. abc B. $(a+b)c^2$ C. c^3 D. $\frac{ab(a+b)}{c}$
20. 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = m$, $\sin \alpha \cdot \cos \alpha = n$, 则 m, n 的关系是 ()
- A. $m=n$ B. $m=2n+1$ C. $m^2=2n+1$ D. $m^2=1-2n$
21. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 则下列式子中不一定成立的是 ()
- A. $\cos A = \cos B$ B. $\sin A = \cos B$
C. $\sin(A+B) = \sin C$ D. $\sin \frac{C}{2} = \cos \frac{A+B}{2}$
22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, a, b 分别是 $\angle A, \angle B$ 的对边, 如果 $\sin A : \sin B = 2 : 3$, 则 $a : b$ 等于 ()
- A. 2 : 3 B. 3 : 2 C. 4 : 9 D. 9 : 4
23. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $(\sin A - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 + |\cos B - \frac{1}{2}| = 0$, 则 $\triangle ABC$ 的形状是 ()
- A. 等腰三角形 B. 等边三角形 C. 直角三角形 D. 等腰直角三角形
24. 已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8}$, 且 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$, 则 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值为 ()
- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ (Δ)
25. 计算下列各式:

(1) $a^2 \sin 60^\circ + b^2 \cos 30^\circ - \sqrt{3} ab \sin 45^\circ \cos 45^\circ - \sqrt{3} ab \sin 30^\circ$, 其中 $a = b - 5$.

(2) $\cos 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \cos 40^\circ + \cos 50^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 60^\circ$.

26. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 斜边 $AB = 10$, 直角边 AC, BC 的长是关于 x 的方程 $x^2 - mx + 3m + 6 = 0$ 的两个实数根. (1) 求 m 的值; (2) 计算 $\sin A + \sin B + \sin A \cdot \sin B \cdot \sin C$ 的值 (\triangle)

综合能力训练



1. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 45^\circ$, $BE \perp AC$, $CF \perp AB$, 垂足分别为 E, F , 求 $BC : EF$ 的值. (\triangle)
2. 是否存在实数 k 的值, 使关于 x 的方程 $8x^2 - 6kx + 2k + 1 = 0$ 的两实根恰好是某直角三角形两锐角的余弦, 若存在, 求出 k 的值; 若不存在, 请说明理由. (\triangle)

6.2 正切和余切

6.3 用计算器求锐角三角函数值和由锐角三角函数值求锐角

知识归纳

1. 正切、余切的概念

如图 6-2-1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$, 我们把 $\angle A$ 的对边与邻边的比叫做 $\angle A$ 的正切, 记作 $\tan A$, 即:

$$\tan A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\angle A \text{ 的邻边}} = \frac{a}{b}$$

我们把 $\angle A$ 的邻边与对边的比叫做 $\angle A$ 的余切, 记作 $\cot A$, 即

$$\cot A = \frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\angle A \text{ 的对边}} = \frac{b}{a}$$

正切、余切的概念, 也是本章的重点和关键.

2. 三角函数的概念

锐角 A 的正弦、余弦、正切、余切都叫做 $\angle A$ 的锐角三角函数. 注意: 锐角三角函数都是正数.

3. $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 角的正切、余切值

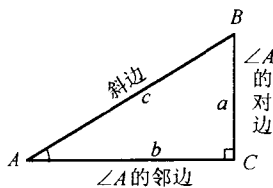


图 6-2-1

(1) $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\tan 45^\circ = 1$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$; (2) $\cot 30^\circ = \sqrt{3}$, $\cot 45^\circ = 1$, $\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

4. 互余两角的正切、余切之间的关系

(1) $\tan A = \cot(90^\circ - A)$, (2) $\cot A = \tan(90^\circ - A)$. ($\angle A$ 为锐角)

这就是说,任意锐角的正切值等于它的余角的余切值,任意锐角的余切值等于它的余角的正切值.

5. 查正切、余切表

(1)变化规律:当角度在 $0^\circ \sim 90^\circ$ 间变化时,正切值随着角度的增大(或减小)而增大(或减小);余切值随着角度的增大(或减小)而减小(或增大).

(2) 0° 、 90° 角的正切、余切值: $\tan 0^\circ = 0$, $\tan 90^\circ$ 不存在, $\cot 0^\circ$ 不存在, $\cot 90^\circ = 0$.

6. 同角的正切、余切之间的关系

$\tan A \cdot \cot A = 1$.



学法建议

1. 用类比的方法学习正切、余切的概念,特殊角的正切、余切值,互余两角的正切、余切之间的关系,锐角的正切、余切值随角度的变化规律以及同角的正切、余切之间的关系.

2. 利用正切和余切表,可求锐角的正切、余切值,或已知锐角的正切、余切值,求这个锐角,在使用余切表的修正值时,如果角度增加,相应的余切值要减小一些;如果角度减小,相应的余切值要增加一些,这里取加还是取减,很容易出现错误.

3. 系统掌握三角函数的有关知识

(1)定义式(如图 6-2-1):

$\sin A = \frac{a}{c}$ $\cos A = \frac{b}{c}$

$\tan A = \frac{a}{b}$ $\cot A = \frac{b}{a}$

(2)互余两角的三角函数关系:

$\sin(90^\circ - A) = \cos A$, $\cos(90^\circ - A) = \sin A$,

$\tan(90^\circ - A) = \cot A$, $\cot(90^\circ - A) = \tan A$.

(3)特殊角的三角函数值:

三角函数	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	不存在
$\cot A$	不存在	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

(4)三角函数的变化规律: