

DAXUESHENG ZHI YOU

工科理论力学 解题分析

江苏科学技术出版社

855334-43
10

工科理论力学解题分析

方汉英
朱其莹 编著
陆亚声

江苏科学技术出版社

工科理论力学解题分析

方汉英 朱其璠 陆亚声 编著

江苏科学技术出版社出版、发行

江苏省新华书店经销 江苏丹徒印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/32 印张18.375 字数407,000

1990年7月第1版

1990年7月第1次印刷

印数1—3,000册

ISBN 7—5345—0884—3

O·63 定价：5.90元

责任编辑 高 志 →

前 言

工科理论力学的习题类型颇多,也比较抽象、复杂,学生在学习理论力学时,最感困难的往往是解题,为此特编写这本解题分析。

书中各章分别包含“内容提要”、“解题指导”和“例题分析”三个部分。

“内容提要”除了列出在该章与解题有关的概念、定理、公式以外,还特别强调指出在概念上易混淆和应注意的问题。

“解题指导”除列出了该章常见的问题类型及解题的一般步骤、方法外,还特别指出在解题中易出的错误和具有共性的问题。

“例题分析”列举了各种典型例题,既有巩固概念的基本题,又有开阔思路、技巧较活的综合题;由浅入深,着重引导解题时的思路分析;通过繁简、正误的对比,使读者在阅读后能掌握工科理论力学的解题规律,遇到问题能较快选出较佳的解题方案,依循简捷的步骤,按正确的方法进行求解。

本书适用于工科院校的学生阅读,也可供工大、电大、夜大和函大的学生参考。为了满足报考研究生的一些读者要求,在例题分析中还适当精选了一些工科硕士研究生的入学试题。本书内容对任教老师的备课、选题、辅导答疑和批改作业,也能带来不少方便。

本书第5、6、7、8、13、14、15各章由朱其莹、第2、3、4、9各

章由陆亚声、第1、10、11、12各章由方汉英分工编写，全书由方汉英主编。

在具体编写中得到吴家骥、邱星若、郑郎英、梁小庆等同志的热情帮助，谨此一并致谢。

本书承南京化工学院丘侃教授审阅，并提出了很多宝贵意见，编者深受教益，特申谢意。

限于编者水平，书中的缺点和错误敬希读者批评指正。

编 者

1989年9月

目 录

第 I 篇 静 力 学

第一章 分离体 受力图

§ 1-1 内容提要.....	5
§ 1-2 解题指导.....	8
§ 1-3 例题分析.....	9

第二章 平面力系

§ 2-1 内容提要.....	18
§ 2-2 解题指导.....	23
§ 2-3 例题分析.....	30

第三章 空间力系

§ 3-1 内容提要.....	64
§ 3-2 解题指导.....	71
§ 3-3 例题分析.....	73

第四章 考虑摩擦的问题

§ 4-1 内容提要.....	100
§ 4-2 解题指导.....	104
§ 4-3 例题分析.....	108

第 II 篇 运 动 学

第五章 点的运动

§ 5-1 内容提要.....	135
§ 5-2 解题指导.....	140

§ 5-3 例题分析.....	143
第六章 刚体的基本运动	
§ 6-1 内容提要.....	162
§ 6-2 解题指导.....	165
§ 6-3 例题分析.....	168
第七章 点的复合运动	
§ 7-1 内容提要.....	178
§ 7-2 解题指导.....	182
§ 7-3 例题分析.....	185
第八章 刚体的平面运动	
§ 8-1 内容提要.....	216
§ 8-2 解题指导.....	223
§ 8-3 例题分析.....	228
附: 运动学综合题.....	253

第Ⅲ篇 动 力 学

第九章 动力学基本方程

§ 9-1 内容提要.....	271
§ 9-2 解题指导.....	272
§ 9-3 例题分析.....	276

第十章 动力学普遍定理

§ 10-1 内容提要	303
§ 10-2 解题指导	317
§ 10-3 例题分析	324

第十一章 动力学普遍定理的综合应用

§ 11-1 内容提要	388
§ 11-2 解题指导	393
§ 11-3 例题分析	396

第十二章 考虑碰撞的问题

§ 12-1	内容提要	424
§ 12-2	解题指导	428
§ 12-3	例题分析	430
第十三章 达朗伯原理		
§ 13-1	内容提要	455
§ 13-2	解题指导	460
§ 13-3	例题分析	466
第十四章 虚位移原理与动力学普遍方程		
§ 14-1	内容提要	499
§ 14-2	解题指导	503
14-3	例题分析	507
第十五章 第二类拉格朗日方程		
§ 15-1	内容提要	544
§ 15-2	解题指导	547
§ 15-3	例题分析	550

第 I 篇 静 力 学

静力学是研究作用在刚体上的力系的简化(合成)与平衡的规律。

力是物体间相互的机械作用。它使物体的运动状态发生变化,同时还使物体产生变形。前者称为力的外效应,后者称为力的内效应。

刚体是指在任何情况下其形状与大小都不改变的,理想化了的物体。这种抽象的力学模型可使力学问题的研究得以简化。显然,刚体内任意两点间的距离始终保持不变。

力的三个要素:力对物体作用的效果取决于其大小、方向和作用点。

力在刚体上的可传性原理:力对刚体作用的效果只取决于其大小、方向和作用线,而与该力作用于作用线上的哪一点无关。

力系是指作用在同一研究对象上的一群力。所谓研究对象可以是某个物体、物体系(以后简称物系)或物体的某一指定部分。

当两个力系分别作用在同一研究对象上,若其外效应相同时,则这两个力系互称为等效力系。

力系的简化(合成)就是把一个力系化为一个简单的等效力系。它不但是静力学的中心问题之一,而且在求解动力学问题时也常用到它。

当一个力与一个力系等效时,这个力称为该力系的合力。

力的平行四边形法则: 作用于同一点处的两个力可以合成为作用于该点的一个合力,它的大小和方向由这两个力矢为边所组成的平行四边形的对角线来确定。即力是一个矢量,矢量的模表示力的大小;矢量的始端(或末端)表示该力的作用点;矢量所在的直线表示力的作用线(方位);矢量的指向表示力的指向(见图 I-1)。本书中常用 F, G, N, P, Q, R, S, T 等表示力矢。[注]

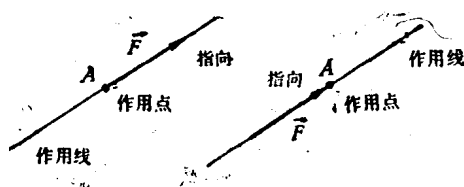


图 I-1

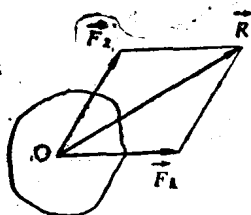


图 I-2

力的平行四边形法则写成矢量式,有

$$R = F_1 + F_2$$

在工程问题中,若物体相对于地球处于静止或其中各点均作匀速直线运动,则称该物体处于平衡。而一个与零力系等效的力系称为平衡力系,它对物体的作用就同不加任何力一样。

二力平衡条件: 作用于同一刚体上的两个力,能使该刚体保持平衡的充分和必要的条件(以后简称充要条件)是这两个力的大小相等,方向相反,且作用于同一直线上。

力偶是指大小相等,方向相反,作用线平行的两个力所组

[注] 本书文中大、小写黑斜体字母 $m, F, \dots$, 均为矢量 $\vec{m}, \vec{F}, \dots$ 。

成的一种最基本的力系。它无法再进一步合成为一个力，因此，力偶不能与一个力相平衡。力偶对刚体作用的效应是使刚体的转动状态发生改变，但不会影响其移动的状态。

当力的作用线通过不受约束的自由刚体的质心时，将使刚体的移动状态发生改变，但不影响其转动状态。除此以外，在一般情况下，力对刚体的作用既改变其移动且改变其转动状态。力对刚体的这种移动效应只取决于力的大小和方向，而转动效应则不仅与力的大小和方向有关，还与力在刚体上的作用点有关。

力 $\vec{F}$ 使刚体绕任一点 O 转动的效应，用力对点 O 的矩来度量，写成 $m_o(\vec{F})$ 。它的计算分别见第二、三章。

力偶 $(\vec{F}, \vec{F}')$ 对刚体转动的效应，用力偶矩来度量，写成 $m(\vec{F}, \vec{F}')$ ，或简写为 m 。一般来说，它也是一个矢量，其方位垂直于力偶作用的平面，指向则按力偶在其作用面内旋转的方向依右手法则定出，它的模则表示该力偶矩的大小（见图 I-3）。它的计算也分别见第二、三章。

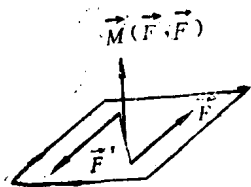


图 I-3

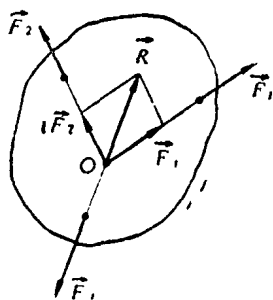


图 I-4

作用力与反作用力定律：任何两个物体间相互作用的力，总是同时存在，且其大小相等，指向相反，沿同一作用线而分

别作用在这两个物体上。这两个力须视我们所研究的对象是哪—个物体而分别称为作用力或反作用力。由于它们总是分别作用在不同的物体上,因此,当只研究其中一个物体的受力情况时,不能把作用力与反作用力看成相互平衡的一对力。

三力平衡的必要条件:作用线不平行的三个力,能使刚体处于平衡的必要条件是,这三个力的作用线须共面且汇交于一点(见图 I-4)。

下面我们就按如何表示—研究对象的受力情况;各种力系作用于刚体上的合成结果与平衡条件;考虑摩擦时的平衡条件等,分章讨论怎样求解静力学的问题。

第一章 分离体 受力图

画分离体的受力图，是力学中有效地分析物体(或物系)受力情况的方法，它不仅在静力学里是求解问题时必须首先熟练掌握的重要环节，而且在动力学里也是如此。因为正确地表达研究对象的受力情况，是解决以上力学问题的第一步。学习本章，要求迅速辨清研究对象受到的约束及相应的约束反力的形式，正确地画出分离体的受力图。

§ 1-1 内 容 提 要

约束：限制研究对象运动或运动趋势的其他物体，称为该研究对象所受的约束。

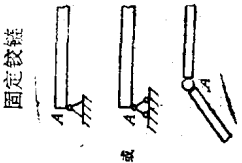
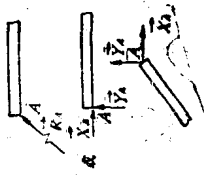
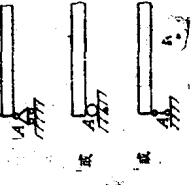
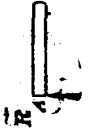
约束反力是指约束对研究对象所施加的反作用力。

常见的约束类型及其相应的约束反力如表 1-1 所示。

分离体：把周围所有的约束假想地予以解除，而分离出来的研究对象。

受力图：表示上述研究对象受力情况，包括约束对它施加的约束反力的示意图。

二力构件是指只在其上两个点受力作用的物体。

圆柱铰链	 固定铰链 或 中间铰链	 在铰链处	方位待定 或分解成两个分力, 其方位成正交	一般先假设沿两坐标轴的正向	2
辊轴支座	 或 或	 在铰链处	沿支承面的法线	指向待定, 一般先假设指向分离体	1
固定插入端		 在固定端处	总约束反力分解成两个分力和一个力偶, 分力的方位成正交	分力指向待定, 一般先假设沿两坐标轴的正向; 力偶矩转向待定, 一般先假设沿逆时针向	3

§ 1-2 解 题 指 导

一、画受力图的步骤

(1) 根据题意要求,选取适当的研究对象(具体选取的原则,见以后各章),画出该研究对象的分离体简图。

(2) 把研究对象所受的主动动力画在分离体上。

(3) 按照各处约束的类型性质,把它们作用于研究对象的约束反力,一一画在分离体与原约束接触的相应部位。

二、画受力图时应注意的事项

(1) 分离体应尽可能按题图中的比例和相对位置来画。各力的作用点应标注清楚。

(2) 对于考虑自重的研究对象,不要忘记把它所受的重力画上。由于一般作用力和约束反力都是接触力,所以在研究对象与其他物体的联接或接触处,其分离体上都须画上相应的作用力或约束反力,既不要少画,也不能多画。

(3) 约束反力一定要根据约束类型的性质来画,不能只看到某些已知力就主观臆断其相应约束反力的作用点、方位和指向。

(4) 二力构件在平衡时,根据两个力平衡的条件,作用于此两点的力其作用线必定沿着过这两点的连线。又三个作用线不平行的力在平衡时,其作用线必共面且汇交于同一点。因此,在画受力图时遇到以上两种情况,都可立即判断其中某个力的作用线的方位。

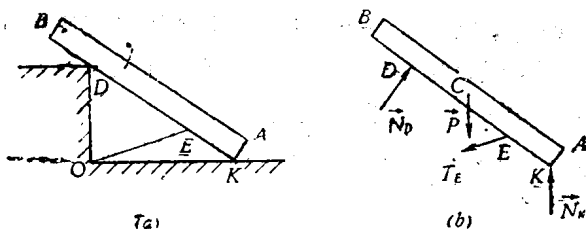
(5) 在画物体系中某一个物体的受力图时,要注意它与

相邻物体间的作用力与反作用力的关系。当其中一个作用力的方位确定了，则相应的反作用力必须与之共线且反向。此外，注意不要把研究对象作用于其相邻物体的力错画到这研究对象本身的受力图上。

(6) 当研究对象是由几个物体组成时，在受力图上只画这个物系以外的其他物体对它作用的力；至于这个物系内部之间相互作用的内力，由于它们总是成对地出现且相互平衡而抵消掉，所以不要再画出来。

§ 1-3 例题分析

例 1-1 重为 P 的均质杆 AB ，搁在图(a)所示 D 、 K 两光滑支承面上，并用绳索 OE 系于点 E ，试画杆 AB 的受力图。



例 1-1 图 (a)(b)

解 此题为单个物体的受力分析问题，研究对象就是杆 AB 。将杆 AB 在 D 、 K 、 E 三点处的约束解除，画其分离体的受力图如图(b)。其具体作图过程如下：

先将杆 AB 所受的重力 P 画上。

因为 D 处为光滑接触，其约束反力 N_D 的方位应垂直于该点的公切线 DE ，并指向杆 AB 。