

圆柱齿轮减速器 优化设计

孙元骥 等著



机械工业出版社

52.13

本书介绍了圆柱齿轮减速器优化设计的理论和方法,给出了两类主要设计问题的计算机程序,并详细说明了它们的用法。使用这些程序,将能在计算机上迅速方便地获得一至三级减速器的优化设计方案,具有明显的经济效益。

书中的程序除用于减速器优化设计外,还可用于圆柱齿轮传动、轴和滚动轴承的设计计算。程序的编制和介绍特别顾及到使用的方便,即使是不打算接触优化方法和编程知识的读者,也能顺利地用这些程序进行设计。

本书可供减速器及齿轮传动设计与研究部门的工程技术人员在实践中使用或更新知识时参考,也可供工科院校学生在学习或设计中使用。

圆柱齿轮减速器优化设计

孙元骧 等 著

*

责任编辑:严蕊琪

封面设计:刘代

*

机械工业出版社出版(北京阜成门外百万庄南里一号)

(北京市书刊出版业营业许可证出字第117号)

河北省涞水县印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·新华书店经售

*

开本 787×1092 1/16·印张 10¹/₂·字数 253 千字

1988年4月北京第一版·1988年4月北京第一次印刷

印数 0,001—5,600 定价:3.80元

*

ISBN 7-111-00074-9/TH·18

前 言

从事过齿轮减速器或其它齿轮传动装置设计的工程技术人员，都有这样的体会：得出一个好的设计方案，是件包含了大量计算工作的颇费思索的事情；同时，又都会希望：有朝一日只需要按一下按钮，一个理想的设计方案便由机器自动地完成了。

由于计算机应用的普及和最优化技术引进机械设计领域，设计人员的这种愿望已逐步实现。近十多年来，优化方法被越来越多地应用于各类机械的设计，并且见到了成效。齿轮减速器作为一种应用广泛、生产量大、设计计算工作量“密集”的机械，成为优化设计备受注重的对象，也是理所当然的。事实上，优化方法应用于齿轮减速器的设计，确实提高了设计的质量和速度，降低了减速器的制造成本，减轻了设计人员的劳动。这种方法无疑是对减速器展开研究和更新设计的适当手段。

这些年中，国内外不少学者专家对减速器的优化设计作了一些研究，并在他们的著作中介绍了优化方法用于齿轮减速器设计时的原理和实施办法，这些各有侧重的研究工作是把优化方法逐步推向实际应用的可靠基础。不过，要在齿轮减速器的实际设计中真正地、较为广泛地应用优化方法，提出如下两点要求是不算过分的：其一是所推出的方法应当与展开设计的实际条件和背景基本相符，不宜含有仅为理论研究或编程的方便而引入的简化和假设；其二是要把这种方法直截了当地提供给工程技术人员，并且使用方便，可以勿需再行“加工”。为适应这种要求，作者谨将近年来作为科研任务所完成的圆柱齿轮减速器优化设计计算机程序“移交”给从事减速器和齿轮传动装置科研、设计和生产的工程技术人员，由大家来使用、考核、批评乃至更改。因为着眼于“移交”程序，所以本书对程序本身的说明是周详的，对希望“立即”使用的设计者来说，即使他不想接触优化及编程的知识，不打算了解程序的内涵，也依然可以把程序当作“黑箱”使用而完成设计。关于优化设计及齿轮减速器设计的一般原理和方法，在本书中只作概略阐述，并不是对此所作的全面总结。另外，程序虽有实用性强和适应性广等优点，并且已经在实际应用中收到良好的效果，也决不能断言它将解决这个领域中的一切设计问题。总之，这种详尽和具体地来解决一个特定机械（产品）优化设计问题的做法，毕竟是一种新的尝试。

本书大体可分为四个部分：第一部分（第一章）是关于圆柱齿轮减速器优化设计的概略介绍，简述了它的意义、术语、方法和步骤等；第二部分（第二至第四章）是对圆柱齿轮减速器优化设计中两类主要问题，即体积问题和功率问题的论述，介绍了各自的数学模型、优化算法、齿轮的强度计算等；第三部分（第五至第八章）给出了解决这两类问题的源程序及其详细说明，并附有算例；第四部分（第九至第十章）给出了齿轮减速器中的轴和轴承作校核计算的源程序，并作了说明。

参加本书撰写的有孙元晓、冯汝强、陈慧宝、张守华、杨必武、辛曙明和李伟等同志。其中，张守华撰写第一章，孙元晓撰写第二至第八章，并编制其中程序；冯汝强参加了部分程序的编制；陈慧宝、杨必武、李伟撰写了第九章，并编制其中程序；辛曙明撰写了第十章并编制其中程序。最后由孙元晓整理成书。

IV

在本书撰写过程中得到了上海科技大学陆思齐副教授的大力支持。陆副教授近年来对机械设计领域的创造学有较深的研究，他的指导与帮助是本书得以完成的重要原因。此外，初稿写成后又经上海交通大学机器人研究所副所长黄宇中副教授作了精心的审阅和修改，在此谨向这二位同志表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，难免存在不妥乃至谬误之处，希读者批评指正。

孙元晓

目 录

前 言

第一章 圆柱齿轮减速器优化设计概述	1
一、什么是优化设计	1
二、优化设计的意义	2
三、优化设计的主要术语	4
四、常用的优化算法	7
五、减速器优化设计的分解	10
六、优化设计的步骤	11
第二章 减速器优化设计的两类问题及其数学模型	13
一、C型问题和P型问题	13
二、设计变量	14
三、目标函数	16
四、约束条件	17
第三章 减速器优化设计的计算方法	21
一、优化设计的分离算法	21
二、多级优化分离为单级优化	21
三、单级传动的优化	24
四、传动比分配的优化	27
五、所用优化算法的分析	28
第四章 主要约束条件——齿轮强度条件的计算	30
一、齿轮强度计算的准则	30
二、基本量值和主要符号	31
三、接触强度安全系数的计算	35
四、弯曲强度安全系数的计算	43
五、已定传动的极限承载能力计算	49
第五章 C型问题程序的结构和使用	54
一、C型程序的用途与功能	54
二、程序结构	55
三、程序的流程图	57
四、程序的输入和输出	59
五、数据传递方式	63
六、标识符说明	65
七、程序的使用和算例	66
第六章 C型问题源程序	70
一、源程序	70
二、注释	88

VI

第七章 P型问题程序的结构和使用	90
一、P型程序的用途与功能	90
二、程序结构	90
三、程序的流程图	92
四、程序的输入和输出	93
五、数据传递方式	95
六、标识符说明	96
七、程序的使用和算例	97
第八章 P型问题源程序	101
一、源程序	101
二、注释	121
第九章 轴的强度和刚度计算	123
一、轴的强度和刚度计算的公式	123
二、轴的强度和刚度计算程序的使用	126
三、轴的强度和刚度计算源程序	135
第十章 滚动轴承的校核计算	150
一、滚动轴承校核计算的公式	150
二、滚动轴承校核计算程序的使用	151
三、滚动轴承校核计算源程序	165
参考文献	161

第一章 圆柱齿轮减速器优化设计概述

一、什么是优化设计

在进行一项工程、一个产品或零部件的设计时，设计者总希望自己所作的设计方案，在某种意义上来说，是最好的，因而总要在充分利用现有资料、运用自己的经验和智慧、经过反复试探比较后，作出尽可能好的方案。

假如设计方案的优劣最终可以用数学方法进行计算，并用数量指标表达出来，那么，自然就可以利用计算机来对可能存在的众多的设计方案进行评判和选择，并选出最好的设计方案。这种利用计算机的计算优势来完成一个选择过程，从而选出最优设计方案的方法被称为优化设计方法，也简称为优化方法或优化设计（通过优化设计得到的设计方案有时也习惯称之为优化设计）。

应当指出，优化设计的实质并不在于使用了计算机，而在于通过数学运算从众多的可能方案中选择了以数量指标衡量起来为最好的设计方案。然而又正是因为选优时计算工作量极大，因此不得不借助计算机来完成。同样，与之相对的所谓的传统设计，其实质也并非在于不使用计算机，而在于它对方案的选择只是在很有限的范围内作考虑，并且主要是依赖于经验、类比和判断力进行的。依据这样的理解，某些产品（如自行车）虽然在数百年中已经通过不断改进而逐渐形成了相当完善的设计，甚至人们把这样的过程称之为“进化优化”，但是它仍然是传统设计的范畴，而不属于一般意义上的优化设计。

圆柱齿轮减速器的设计，长期以来也是按传统方法进行的：设计人员按照各种资料、文献提供的数据，结合自己的设计经验，以及对已有减速器作一番类比，可以初步订出一个设计方案，然后对这个方案进行一些验算。如果验算通过了，这个方案便被肯定了。显然，在这种情况下，我们只能说这个方案是可采用的，却不能断言这个方案是最好的。

但是如果是进行优化设计，通常就应当把那些有可能成为好方案的减速器设计方案都一一罗列出来，通过数学计算得到评判它们优劣的数量指标，并根据这些数量指标来决定设计方案的取舍。在这样的过程中，我们获得的减速器设计方案，就不仅是可采用的，而且将是在某种意义上来说是最好的设计方案了。

对机械产品进行优化设计，还只有短短十几年的历史。进行机械优化设计，一方面需要拥有一定的计算设备，并要求设计人员具有规划论和软件编制的一定知识；另一方面也要求设计问题本身是适于计算并可以用计算所得的数量值来表征设计方案的优劣的。这两个条件，尤其是后一个条件决定了：优化设计对部分机械产品是可行的，若企图全面取代机械产品的传统设计是不现实的。这样说丝毫不会降低机械优化设计的重大意义。由于优化设计所带来的各方面的效益是显著的，因此可以期望，随着计算机及其使用技术的日益普及，随着通用的机械设计软件被不断开发，机械的优化设计方法将会在诸如减速器设计等课题中越来越

越广泛地应用，这种现代化的设计方法本身也将会在不断实践中变得日渐成熟和日趋丰富。

二、优化设计的意义

在工矿企业及运输、建筑等部门中，圆柱齿轮减速器是一种应用极为广泛的重要机械部件。通用型的减速器，作为一种工业产品，规格较多，产量相当大，因而对其作合理设计是十分重要的。与此同时，在使用部门中还经常需要设计一些能满足特定要求的专用减速器。对专用减速器的设计不仅应当能提出合理的设计方案，而且更希望有一种既迅速又易行的设计手段，以便提高设计速度和减轻设计人员的劳动。由此可见，对减速器作优化设计是很有必要的。

圆柱齿轮减速器本身也是适宜于用优化方法来进行设计的：其设计方案系由一些数量参量构成，并且设计的优劣可以按众所周知的标准建立数值化的评判准则。

事实已经证明，对圆柱齿轮减速器进行优化设计可以带来很大的经济技术效益。概括地说，它们体现在如下四个方面（其中例举的具体数字是使用本书提供的程序通过计算得到的）：

（1）提高了设计质量

由于计算机按照一定的计算步骤，先是形成众多的设计方案，后又根据指定的准则对这些方案作比较及判别，从中搜索到最好的设计方案。因此，毫无疑问，通过优化设计所得到的减速器的质量，将比传统设计方法所得的减速器的质量要高得多。

实际上，常根据指定的承载功率来设计减速器。在这种情况下进行优化设计，将使我们得到能够承受同样功率、而体积及重量却比较小（与传统设计比较）的减速器。这样，制造减速器所耗用的材料、机时、能源和成本自然就随之减少了，同时，还改善了减速器的安装性能和动力品质。对于产量常以万台计的通用减速器来说，由此而带来的经济效益是十分可观的。

一些对比性的计算说明：设计非系列的单台的圆柱齿轮减速器，在所取齿宽系数相同的情况下，运用优化设计方法能使减速器的总中心距减少8~15%；当设计中心距相同的一个系列圆柱齿轮减速器时，用优化方法设计出来的减速器其承载能力较高，而体积及重量却并不增加。计算表明：通常可使一个系列中各个减速器的承载能力提高4~60%不等。也就是说，优化设计方法能使减速器的额定功率得到显著提高。

在优化设计中，大量繁重复杂的计算工作由计算机来承担，避免了在传统设计中常易发生的人为计算差错，保证了设计方案的可信性。目前，对齿轮承载能力的计算已经制订了国家标准。由于按此标准计算较为复杂，所以在减速器设计中计算的可靠性问题显得更为重要了。

（2）加快了设计速度

设计人员以传统的设计方法完成一台圆柱齿轮减速器的主要参数设计，是需要耗费相当多的时间的。如果欲使设计较为满意，安全系数的计算更为精确，那么需要的时间就更多。通常，设计一台二级传动减速器的传动参数，需要两、三天到十余天的时间。若是设计一台三级传动的减速器，那就会需要七、八天乃至数十天才能完成。

优化设计方法则发挥了计算机的速度优势，在很短的时间内可完成比手工计算多得多的

工作量。以使用 DPS-8 型计算机为例，完成一台二级传动减速器的传动参数设计，实际运算不到 1min，完成一台三级传动减速器的设计也仅需 2~3min 的时间。再以使用 DUAL-68000 型计算机为例，两者分别可在十几分钟和几十分钟内完成。

上机计算前的数据准备工作也并不复杂，大致可在 1~2h 内完成。因此，使用优化设计方法大大缩短了减速器的设计周期，加快了设计速度。

(3) 减轻了设计人员的劳动

在传统的设计过程中，设计人员必须熟悉有关减速器的各种标准和规范，必须随时翻阅各种图册资料，查找各种要用的公式及图表。设计人员要在长时间的工作中，准确无误地采集各个数据，并且小心翼翼地各项计算，工作是相当繁重的，也极易产生差错。

不仅如此，当在设计中遇到一时尚难把握的问题时，设计人员还必须调动自己的全部经验和智慧来作出一些推断，这往往又是煞费苦心的事情。

在优化设计中，这一切工作则全部交给计算机来完成。计算机从装入其内的程序中，已经获得了与设计减速器有关的所有必要的信息（应当由设计任务来提出的数据除外），包括各项标准及规范、约束条件、计算准则和优化算法等。这样，设计人员要做的事情仅仅是把体现一项给定的设计任务的几十个数据一次性地输入到计算机中，然后就可以坐等计算机输出设计方案。这样就把设计人员从繁重的劳动中解脱了出来。

(4) 有利于深入研究减速器的设计问题

采用优化设计方法能够以极低的代价、极短的时间取得理想的设计结果，这是深入研究减速器设计问题最为有利的条件。

影响减速器承载能力和体积（或重量）的因素很多，仅与齿轮传动设计有关的因素就有：

- 1) 啮合参数 如中心距、模数等；
- 2) 齿制参数 如齿顶高系数、齿顶间隙系数等；
- 3) 刀具参数 如刀尖圆角半径等；
- 4) 结构参数 如齿轮的偏置位置等；
- 5) 材料参数 如材料的硬度、极限应力等；
- 6) 制造参数 如制造精度、表面粗糙度等；
- 7) 使用参数 如输入转速、寿命等。

这些参数中的任意一个参数对我们所追求的减速器品质目标究竟有什么影响以及有多大程度的影响，现在还不能说已有清楚的了解，但是借助于优化方法安排一定次数的设计计算，我们就能定量地了解某一参数对减速器品质的影响。在这个基础上，我们就容易作出一些技术或经济上的决策。例如，是否要缩短预期的寿命以换得减速器体积的减小，或者，以提高制造精度来增大减速器的承载能力是否值得，等等。进一步还可以认为，我们对各个因素所具影响加深了了解，将有助于发现现行的某些规范、标准或计算公式中可能存在的不尽合理之处，也有助于减速器产品系列的设计制订。

在对圆柱齿轮减速器优化设计的意义作了以上分析的同时，需要说明：本书所讨论的方法和介绍的程序虽然仅限于展开式圆柱齿轮减速器，但其所根据的一般原理和所采取的许多具体方法也适用于其它类型的减速器。如同轴式减速器或圆锥-圆柱齿轮减速器等。这是因为各式齿轮传动设计的目标、变量、参变量及计算公式都有相同或相似之处。熟悉了展开式圆

柱齿轮减速器优化设计的原理和方法,使我们不仅可以借鉴其整个优化过程的实施方式,还可以直接引用许多适用的程序段落来组成新的程序,从而为进行其它类型减速器的优化设计提供了极为有利的条件。

在对优化设计的实际意义有所了解后,应该着重指出的一点是:如果我们认为,某一项设计由于采用了优化设计方法因而它的设计问题就一劳永逸地被解决,不会再有更好的设计方案了,这将是一个严重的误解。我们在优化设计中获得的设计方案,通常总是在某种意义上的最优解。这种说法所包含的意思有两个:第一,在我们把具体的设计问题处理成一个“可算”问题的过程中,我们所依据的公式、标准等必然有许多是实验或经验的结果,即使它们是公认的,也仍然可能在以后的岁月中改进更新的;第二,在从众多的方案中搜寻最优方案的过程,通常并不能搜寻到严格意义上的最优方案,这往往是由于目标的复杂性和搜寻方法的局限性所致,而且尚需顾及搜寻的经济性。何况从工程设计的要求来说,也没有必要求得严格的最优。

由此可知,所谓优化方案,也只是在某些前提条件下得到的相对较优的方案,随着客观条件的变化、认识能力的提高、新的需求的出现或计算手段的进步,每一项工程设计仍然可能通过优化设计方法或其它方法不断地得到改进、提高和创新。

三、优化设计的主要术语

在优化设计问题的叙述中,必然要用到一些名词术语,准确地掌握这些术语所表达的概念,对阐述和理解优化设计问题是很必要的。这里只准备介绍几个主要的术语,至于更详细的内容请参阅有关文献。

1. 优化方法

由于这个术语被使用得如此之广,以至于我们只得承认它的含义是多层次的。

首先,正如前面所提到的,与传统方法比较显然不同,优化方法是指在较大范围内以数值计算来选择最优方案的一种设计方法,它是以数学规划论为基础、计算机为工具、并结合专业理论来进行的。从这一点上说,在机械设计中,优化方法是指区别于传统方法的一种现代设计方法。

其次,在低一个层次上,当对一个具体的设计问题已决定采用优化方法而不是传统方法时,我们就要解决如何实施的问题。例如在减速器设计中,是选择一个目标还是多个目标?多个目标如何协调?存在哪些约束条件且如何处置?把模数当成连续量还是标准离散量处理?等等。解决这些问题的策略便构成了各种具体的优化方法,因而就有了单目标优化方法、多目标优化方法、约束优化方法、离散优化方法等等。在这个意义上,优化方法是指实施优化设计采用何种具体的方法。

最后,在我们把设计问题完全处理成一个数学上的求值问题之后,我们面临的任务就是要求得代表最优设计方案的极小值。如何求得这个极小值,就有一个搜索的策略问题。策略不当,会大量浪费计算机的机时,或者不能求得最优方案,甚至会使搜索失败。数学规划论为进行这种搜索提供了许多各有特点的通用办法,例如常用的共轭梯度法、罚函数法、复合形法等。这些具体的办法在搜索最优这个意义上,也被称为优化方法,确切一些,则应称之为优化算法。

2. 数学模型

优化方法既然建立在数学规划论的基础上，当然就要把工程设计问题数学化，使它成为“可算”的。这个转化过程的内容包括：把设计方案看作是被赋予一定数值的一系列变量构成的，而设计方案的优劣则可由一系列变量的函数值的大小来评判，同时把设计中必须遵循的各种制约条件看作是可以由一系列等式或不等式来表达的。如果这几项都能实现，那么，一个具体的工程设计问题就被转化为一个完全由数学语言描绘的数学规划问题，我们就称它为原设计问题的数学模型。某一设计问题是否能够被抽象成为数学模型是由问题本身的性质所决定的。对于一个能够被抽象的设计问题，其数学模型建立得是否成功，则不仅需要设计者对原工程问题有比较透彻的了解，也需要他对优化设计的理论和方法比较熟悉。一个较理想的数学模型，表现为它比较忠实地反映了原设计任务的条件和要求，并且能够比较精确、方便、经济地使问题求得解答。

3. 设计变量

设计方案是可以由一组参数来表示的。在这些参数中，有一些是设计开始时已确定的，另一些参数的值是有待于在设计中被确定的。寻求优化设计方案，实质就是要寻求这些待定参数的最为理想的数值，这样的参数就称为设计变量。对一项设计任务来说，选取哪些参数作为设计变量，是建立数学模型时要解决的问题之一。

设计变量的选取与设计任务的要求是密切相关的。例如，在减速器的设计中，齿轮的制造精度往往根据设备条件和经济性被事先确定，就不再列为设计变量，而模数和齿数等参数，则被选取为设计变量，通过优化设计来求得它们的值。

各个设计变量彼此之间的关系应当是相互独立的，否则就说明至少有一个变量列入设计变量之中是多余的，徒然增加优化问题的复杂程度。不过在确有需要的时候，也可以把一些并非相互独立的变量连同它们的相关条件同时列入数学模型之中，因为这种做法有时也会带来一些便利。

设计变量个数的多少，在很大程度上决定了优化设计的规模和难易程度。变量在10个以下的设计问题被认为是小规模的问题，变量在50个以上的问题则被认为是大规模的问题。

对一个具体的设计问题而言，如果我们事先能够判断某一个设计变量对设计方案优劣的影响能力很小，那么我们就可以考虑使它退出设计变量的行列，而给它定一个适当的数值。这样做虽然会使设计方案失去变得更优一些的机会，但是这样做却有利于缩小问题的规模及提高优化的成功率。

设计变量通常用 x_1, x_2, \dots, x_n 表示，并且被看作为一个向量 x

4. 连续变量和离散变量

设计变量既然是待定的设计参数，那么它们在数轴上既可作为连续量，也可作为离散量，这完全取决于它们本身的工程意义。

例如，齿轮的齿数只能是某个自然数，齿轮的模数只能是规定的模数系列中的一个数，这样的设计变量称为离散设计变量或离散变量。又如，齿轮的变位系数可以是一定范围内任意的小数，这样的设计变量称为连续设计变量或连续变量。另有一些设计变量，其本意可能是连续变量，但是由于附加了人为的设计要求，就可能使其成为离散变量。例如齿轮的螺旋角便是这样，通常它是一个连续变量，而当事先规定螺旋角应当按一度或半度取整值时，就应当将它作为离散变量处理。

仅仅含有连续设计变量的优化问题属于连续问题，仅仅含有离散设计变量的优化问题属于离散问题，同时含有两种设计变量的优化问题则属于混合问题。解决连续问题目前有较多行之有效的优化方法，相比之下，解决离散问题和混合问题要显得困难一些，可供直接应用的离散优化方法或混合优化方法也比较少。事实上，有一种似乎是权宜之计的做法应用得相当普遍，这种做法的实质是把离散变量全部看作连续变量并投入优化过程，然后把优化以后得到的变量值再圆整到最为接近的离散值上。这种做法确实是相当方便的，但其缺陷也是显而易见的：圆整以后得到的设计方案未必是最优方案，在变量较多的情况下其偏离尤为严重。

减速器优化设计是一个混合变量问题。在本书中，是以面对这个特定问题专设的一套混合优化方法来完成优化设计的。

5. 目标函数

在优化设计中，需要用一个可以计算出来的数值来衡量一个设计方案的优劣。这就要求我们首先确定究竟以哪一个指标来评判设计方案的优劣，也就是要确定我们的优化目标。

例如，在设计一台减速器时，根据用途和要求的不同，会考虑到下列不同的优化目标：

- (1) 制造成本最低；
- (2) 体积或重量最小；
- (3) 传动效率最高；
- (4) 承载能力最大；
- (5) 噪声最小。

对于其中那些可以表达为设计变量的函数值的目标，才被认为是可以用优化设计方法来追求的目标。这时，我们就可以用一个函数：

$$f(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

的值来衡量该目标被达到的程度，这个函数就被称为目标函数。确定目标函数是建立数学模型时要解决的一个重要问题。

很明显，优化设计问题的数学含义只不过是确定目标函数并求出其极值点而已。

追求单一的一个目标的优化设计问题称为单目标问题。有时需要同时顾及两个或两个以上的目标，则就成了多目标问题。把设计问题处理成为多目标问题时，最终获得的优化设计方案的效果似乎更完善一些，但是计算过程也因此而变得复杂一些。利用某一项目标的重要性比较突出时，应尽可能地把设计问题处理成为单目标问题，这对简化设计和提高效率是很有利的。

把多个目标函数值按其重要性加权之后相加，组成一个新的单目标函数，这是把多目标问题转化为单目标问题一种比较简便的做法。

6. 约束条件

我们已经知道，优化设计的过程实质上是一个求目标函数极值的过程，那么取得极值点的那组设计变量的值是否就一定代表了一个优化设计方案呢？如果仅仅从最大程度上实现了最优这个意义上看，回答似乎是肯定的。但是问题在于，在实际工程设计问题中必然存在的一系列条件、规定和限制是否同时被满足了呢？如果未被满足，则取得的设计方案仍然是不成功的。换句话说，优化设计问题在数学上总是表现为在一定条件下求极值的问题，这“一定的条件”就称为约束条件。带有约束条件的优化问题称为约束优化问题，反之则称为无约束优化问题。

约束优化问题的几何解释是：在由设计变量组成的多维设计空间中，存在一个满足所有约束条件的可行区域，目标函数的极值应当在这个可行区域内取得。

减速器优化设计问题显然是一个约束优化问题。例如在我们以体积最小为目标对它进行优化设计时，必须同时附加许多约束条件。这些约束条件有的反映设计变量的取值范围，有的反映减速器应当达到的性能要求，有的则体现啮合或装配的几何规则。

在确定目标函数和约束条件的时候，两者之间并不存在绝对的界限。以齿轮啮合的重合度为例，既可以把达到一定的重合度作为约束条件，也可以把重合度列为目标函数之一，这要从具体的设计要求和实施优化的策略出发加以考虑。

确定约束条件是建立优化设计的数学模型时要解决的又一个问题。约束条件确定以后，应当将它们逐条列明，最好用不等式或等式的形式表示出来，以备在实施优化时以最简便有效的方式体现这些约束。

四、常用的优化算法

作为优化设计人员应有的常识，本节概略地介绍几种在减速器优化设计中常用的优化算法。这些算法都有各自的长处，也各自有其一定的适用范围。如果认为其中某一算法对打算进行的一项优化设计是适用的，将不难从有关资料中找到这种算法的现成程序，设计者只需要做一些把它和所取的数学模型衔接起来的工作就可以了。

这里介绍的为解决减速器优化设计问题所使用的算法，是根据问题的特点构造的专用算法，虽然并不直接引用某种常用算法，但却遵循了一些共同原理，并借鉴了某些具体做法。因此了解这些常用优化算法后，就易于掌握本书所给出的减速器优化算法。

1. 坐标轮换法

这是一种不必求目标函数的导数而解无约束优化问题的算法，可解连续问题，也可以解离散问题。

这种算法的基本原理是，依次沿着各个设计变量的坐标方向去搜寻目标函数的极值点。先沿着设计变量 x_1 的方向搜寻好点，此时其它变量的值固定不变。然后，使 x_1 固定在相应于目标函数好点的值上，除 x_1 以外的其它设计变量值也固定不变，只变动 x_2 来搜寻目标函数的好点。如此继续，直到对最后一个设计变量 x_n 的搜寻完成，则一轮计算就结束了。

经过一轮计算后，目标函数得到一个新的好点。下一轮搜寻就从这个点出发，按照与上述相同的规则进行。如果某一轮搜寻后未能使目标函数值有所改善，则认为计算已经收敛，不需要再进行下一轮了。

坐标轮换法的原理简单，实行方便，但是收敛速度比较慢，因无法搜寻到最优点而致失效的可能性也较大一些。

2. 鲍威尔方法

这也是一种不必求目标函数的导数而解无约束优化问题的算法。适于解连续问题。

鲍威尔方法是一种共轭方向法。由极值理论可知，目标函数的等值超曲面在极值点附近的形状可以用二次函数表达的超椭球面来近似，这些超椭球面族的任意方向上的两个平行切平面产生两个切点，其连线方向就是共轭方向。可以证明，共轭方向是指向超椭球面族中心的，若沿这个方向搜寻目标函数的好点，优化过程显然就能够加快，这就是共轭方向法的基础。

本思想。

构造共轭方向的过程在开始时与坐标轮换法相似。此后，在每一轮搜寻中，都有一个坐标方向被新的方向替换。对 n 个变量的优化问题，在经过 n 轮搜索之后，构成了完全由新产生的方向组合而成的共轭方向。

针对一般的共轭方向法有可能因为新产生的各个方向之间出现线性相关的情况而导致计算无法收敛这一缺陷，鲍威尔对此作了改进，引入了对共轭性的判别准则，由此形成了鲍威尔方法。对于目标函数值连续、设计变量个数较少的优化设计问题，使用这种方法往往能收到较好的效果。

3. 梯度法

梯度法也是解无约束优化问题的算法之一，适用于连续问题。运用梯度法的前提是目标函数对各个设计变量的一阶偏导数可以用解析方法或数值方法求得。

目标函数如果是连续和可导的，那么在目标函数某等值超曲面上取的任一初始点附近，函数值将沿负梯度方向下降最快。沿这个方向进行一维搜寻，可以找到一个好点，把这个点作为新的初始点，然后再确定新的负梯度方向。如此重复，直至按需要的精度找到目标函数的极值点，这就是梯度法的基本思想。

梯度法的原理易懂，方法简单，每次迭代都容易确定搜寻方向。最初的逼近速度也是相当快的。但它总的收敛速度往往很慢，因为负梯度方向函数值下降最快仅指该梯度的取值点附近而言，而且负梯度方向通常并不是指向目标函数的极值点的。针对梯度法的这个较大缺点作了改进后，形成了另外一些也是利用导数的优化算法，其中的牛顿法和变尺度法就是两种较常用的算法。

4. 随机搜索法

这是一种可以解决约束优化问题的不必求导数的直接算法，适用于解连续问题。

使用这种算法时，先选定一个满足全部约束条件的初始点，并计算这个点上的目标函数值。接着，从这点出发，利用计算机产生的伪随机数，组成若干个随机的搜寻方向，并以一定的步长在各个方向上确定随机试点。对这些试点要作验证，删去其中不满足约束条件的点，留下可行点。然后就计算各个可行点上的目标函数值，由此找出最有利于目标函数趋优的方向。在这个方向上再按随机步长产生试点，并计算其中可行点上的目标函数值，从中选出最优点。以这个最优点作为新的初始点，又可以开始一轮新的搜寻。照此重复进行，直至在整个一轮搜寻中无法得到新的初始点，则可认为计算已经收敛了。

随机搜索法是解决约束优化问题一种很方便的算法，它对目标函数的构造与性态没有什么特别的要求，收敛也比较快。不过在这种算法中搜寻的方向和步长都是随机的，因此收敛速度的快慢以及最终结果实现优化的程度也不免带有较大的随机性。

5. 罚函数法

罚函数法不是一种独立的优化算法，它只是一种把约束优化问题转化为无约束优化问题的处置手段。由于目前解决无约束问题的优化算法要比解决约束问题的算法更多，也更成熟，因此罚函数法这种转化手段就得到了较多的应用。

罚函数法的转化原理可以用一个简单的例子予以说明，

求目标函数 $F(x) = x^2$ 在约束条件 $1 - x \leq 0$ 之下的极小值。

在求解这个约束问题时，我们可以在原来的目标函数上加上一个由约束条件构造的惩罚

项，组成一个称为增广函数的新函数：

$$\phi(x) = x^2 - r \frac{1}{1-x}$$

式中的 r 是惩罚因子。由于 r 的存在，使变量 x 从下降方向趋向于破坏约束条件时，增广函数值不会变优，因此只要按无约束优化来对待增广函数，就相当于在该约束条件下求解原函数。增广函数的求优应当多次进行，使惩罚因子 r 的值从某一正值逐次减小到 0，前一次得到的求优解应当作为下一次求解的初始点。这样，当 r 最终趋于 0 时，表示惩罚项的惩罚作用已经完成，函数值收敛在原约束问题的最优解上。

可见，罚函数法通过对违反约束的情况在目标函数的值上加上“惩罚”，把约束问题转化成为增广函数的无约束优化问题，而且惩罚项的出现不会改变原函数关于连续和可导方面的性态，从而为应用各种无约束算法来解决约束问题创造了条件。罚函数法的不便之处是收敛需要逐次完成，同时惩罚因子 r 的恰当定值也是颇费思索的事情。

罚函数法较多地用于连续问题，有时也被扩展到用于离散问题和混合问题。

6. 可行枚举法

这是用于解约束优化问题中离散问题的常用算法，也被称为隐枚举法或分枝定界法。

对于离散问题，有一种原理极其简单的解法，就是把设计变量所有可能的组合都列出来，并且逐个地计算每个组合的目标函数值，然后比较出其中的最优值，这就是枚举法。枚举法不仅原理简单，而且能使我们找到全局的最优解。但遗憾的是，对于规模稍大一点的优化问题，枚举法就会因为面临着极大的计算工作量而显得束手无策。

于是我们想到，在计算设计变量的一个组合的目标函数值之前，不妨先判别一下这个组合是否满足了所有的约束条件，一旦发现它不满足任何一个约束条件，就立即删去这一组合。如果它满足所有的约束条件，仍应当进一步判断一下，从这个组合计算出来的目标函数值，有没有可能优于已经从其它组合中取得了的目标函数值，如果没有这种可能，那么仍然删去这个组合。只是对满足所有约束条件并且有可能取得最优目标函数值的设计变量组合，才计算它们所对应的目标函数值。这就是可行枚举法的基本思想。

在某些设计问题中，那些满足所有约束条件的变量组合个数占全部变量组合个数的比例是极小的，减速器的设计问题便属此类。对这类问题而言，可行枚举的做法比完全枚举的做法大大减少了计算工作量，使原先因计算量太大而无法解决的问题变得容易解决了。此外，由于这种方法随时顾及了约束条件，不需要向无约束问题作转化，因此是效率较高的直接算法。

可行枚举法在实际运用时必须随时利用约束条件来划定各个设计变量的可行值域，这给编制计算程序造成了一定的难度。

7. 拟离散法

拟离散法是用来解决无约束优化问题中混合问题的一种算法。在这类问题中设计变量分为离散分量和连续分量两个部分。

拟离散法的求解过程是：最初将离散分量作为连续变量来对待，用连续问题的优化算法找到问题的最优解；第二步，把这个最优解中应属于离散分量的设计变量全部圆整到离各自最近的离散值上，并固定之；第三步，在离散分量固定的情况下对连续分量再度作退元优化

(即变量个数较前减少的优化),以重新取得最优解;第四步,把那些离散分量从固定的值上向邻近的离散点(以原固定点为中心的多维离散网格单元的各个顶点)作试探和转移,以取得更好的目标函数值。然后又转向第三步。如此重复进行,直至按所定的精度收敛。

拟离散法能够直接给出兼含连续变量和离散变量的混合问题的最优解,而且也便于利用目前在连续问题方面的成熟技术,是很有用处的一种算法。当然,对于优化设计中比较多的约束问题,尚需在转化为无约束问题以后才可能使用这种算法。

五、减速器优化设计的分解

完整地设计一台减速器是一个较为复杂的过程,需要完成齿轮传动设计、轴的结构设计、轴承选型设计以及箱体结构设计。一台三级传动的减速器,其需要确定的各种参数不下数百个。假如我们不加分析地企图把这整个设计任务转化为一个进行优化设计的数学模型,以一举确定数百个参数的优化值,那么这种做法几乎一开始就会遇到难以克服的困难。

这是因为,尽管不难定出我们的优化目标,也能够定出数百个设计变量,然而我们即使运用了机械设计科学现有的全部知识,也无法理清这些设计变量与目标之间究竟存在着什么函数关系,以及这些设计变量之间必须遵循什么约束条件。也就是说,我们无法把目标演绎成为一个可算的函数。退一步讲,即使能够把目标函数构造出来,面对这样一个超大型的优化问题,有没有可能以相应的设备、又有没有必要以相当的代价去解决它呢?

事实上,这种做法是可以避免的,也是完全不必要的。虽然作为一个整体,减速器的齿轮、轴、轴承和箱体之间存在着密切的关系,但是这些部分之间却存在着地位的主次或设计顺序的先后。减速器的功能是由齿轮传动来体现的,轴和轴承对齿轮仅起支承和定位的作用,箱体又起了支承全部传动件和作为密封容器的作用。不难理解,只要优化设计的目标是减速器承载能力最大或体积重量最小等,那么,成为优化设计主要对象的只会是齿轮传动部分。这部分设计得紧凑、高效了,其它零件也可相应地设计得轻小些,对整个减速器所定下的设计目标也就实现了。其间所需注意事项仅仅是:齿轮传动部分的设计结果应当在空间关系上能够容纳有相应承载能力的轴和轴承的存在。

依据这样的分析和理解,我们就把减速器的优化设计问题分解为齿轮传动的优化设计和其它零件各自的设计。这样,就在不影响设计效果的前提下,把一个大问题简化为几个独立的较小问题。具体地说,整个减速器优化设计的过程按其设计顺序一般可分解为下述几个过程。

(1) 齿轮传动的优化设计

因为减速器设计的目标取决于齿轮传动部分,因此可以建立起相应的目标函数,这个函数所含的设计变量是齿轮的啮合参数,包括各传动级的中心距、模数、齿数、螺旋角、变位系数及齿宽等量。虽然齿轮传动设计可以看作是独立的过程,与轴和轴承的设计并无“瓜葛”,不过因追求体积小,使设计出来的齿轮传动在空间上不足以容纳具有相应强度及刚度的轴的话,或者不足以容纳具有相应承载能力的轴承的话,这样的设计也是要作废的。这就告诉我们:在进行齿轮传动的优化设计时,必须把这些要求列为相应的约束条件,以便获得确实可行的设计方案。不过实际情况表明,在现有的材料条件下,齿轮传动的尺度小到不足以容纳相应强度的轴或相应承载能力的轴承的情况还很少发生,因此只要把容纳相应刚度的轴作为约束条件就可以了,轴的强度和轴承承载能力留待在自身的设计中再作校核。

目标函数和约束条件建立后,就可以着手以适当的优化算法来求解齿轮传动的优化设计问题。

(2) 轴的结构设计

齿轮传动设计完成后,每一根轴将受到的外载荷就可以确定,轴的跨距和各轴段的长度也可定出,这时轴的设计问题已成为确定各轴段的直径、必要的键连接以及设计其它一些细节的问题。根据现代关于轴的应力和变形的设计计算方法,解决这个问题当然以校核计算的方式最为适宜。也就是说,可以按照轴的受载情况,根据经验先绘出轴的结构草图,然后验算其强度和刚度是否足够。如果强度和刚度足够,且其裕度适当,那么轴的结构就完成了;不然的话,就需要对轴的初步设计作一些改动,并重新验算其强度和刚度。

轴的强度和刚度验算可以使用本书给出的程序在计算机上进行。

(3) 轴承的选型

根据已经知道的载荷,考虑受力情况、变形限制、工作环境和其它一些因素,可以初步选定减速器滚动轴承的类型和尺寸,然后就应当进行滚动轴承的寿命和静载安全系数的计算。这也是一项校核计算,如果校核未获通过,就应当考虑变更轴承的类型或加大轴承的尺寸,甚至选用性能更好的轴承。

本书的第十章提供了计算轴承寿命及静载安全系数的计算机程序。

(4) 箱体结构设计

齿轮传动、轴和轴承的设计完成后,根据受力情况和各个相关尺寸,并考虑润滑、散热、装配等要求,可以进行减速器箱体的结构设计。

箱体结构设计,从理论上说,也可以使用优化设计方法,然而真要这样做的话事实上存在着不少困难,尤其是因为箱体的应力和变形无法根据受力大小和各部尺寸通过较简略的计算求得,却只能以有限单元法通过极大量的计算得到,再要在此基础上作优化设计,则所耗费的精力和所获的效果将是很不相称的。

所幸的是,由于我们已经通过齿轮传动的优化设计达到了使减速器体积最小的目标,所以箱体的体积最小这样的目标也因其主要尺寸的相关性而基本上同时得以实现。这就意味着,对箱体的结构设计,不妨仍然象习惯所做的那样,使用经验公式和类比的方法完成。

从以上的叙述中可以得出下述结论:减速器优化设计的关键是其中齿轮传动的优化设计。在首先完成齿轮传动的优化设计之后,然后可按传统方法确定轴的结构和轴承型号,再在计算机辅助之下对轴的强度、刚度、轴承的寿命、静载安全系数进行校核,最后作箱体的结构设计。箱体的结构设计可按传统方法进行,对于有重要用途或产量甚大的箱体,必要时可用有限单元法或实验方法作较为细致的分析改进。

六、优化设计的步骤

齿轮传动的优化设计,作为优化方法在工程设计问题中的一种实际应用,如撇开其特定的工程特点不谈,它的实施步骤并无特别之处。其步骤归纳起来如下:

(1) 建立数学模型

用数学语言来描述设计任务,包括确定设计变量,建立目标函数和确定约束条件。

(2) 选择优化算法