

国外计算机科学教材系列

# 数值方法 (MATLAB版)

## (第三版)

Numerical Methods Using MATLAB  
Third Edition

[美] John H. Mathews 著  
Kurtis D. Fink

陈渝 周璐 钱方 等译  
李晓梅 审校

Prentice  
Hall



电子工业出版社  
Publishing House of Electronics Industry  
www.phei.com.cn

国外计算机科学教材系列

# 数值方法 ( MATLAB 版 )

( 第三版 )

Numerical Methods Using MATLAB

Third Edition

[ 美 ] John H. Mathews 著  
Kurtis D. Fink

陈 渝 周 璐 钱 方 等译

李晓梅 审校

電子工業出版社

Publishing House of Electronics Industry

北京 · BEIJING

## 内 容 简 介

本书介绍了数值方法的理论及实用知识,讲述了如何利用 MATLAB 软件实现各种数值算法,以便为读者今后的学习打下坚实的数值分析与科学计算基础。本书内容丰富、翔实,可以根据不同的学习对象和学习目的选择相应的章节,形成理论与实践相结合的学习策略。书中的每个概念均以实例说明,同时还包含大量的习题,范围涉及多个不同的领域。通过这些实例,进一步说明数值方法是如何被实际应用的。本书的突出特点是强调利用 MATLAB 进行数值方法的程序设计,可提高读者的实践能力和加深对数值方法理论的理解;同时它的覆盖范围广,包含数据方法的众多研究领域,可以满足不同专业和不同层次学生的需求。

本书概念清晰、逻辑性强,可作为大专院校计算机、工程和应用数学专业的教材和参考书。

Simplified Chinese edition Copyright © 2002 by PEARSON EDUCATION NORTH ASIA LIMITED and Publishing House of Electronics Industry.

Numerical Methods Using Matlab, Third Edition by John H. Mathews, Kurtis D. Fink. Copyright © 2001.

All Rights Reserved.

Published by arrangement with the original publisher, Pearson Education, Inc., publishing as Prentice Hall.

This edition is authorized for sale only in the People's Republic of China (excluding the Special Administrative Region of Hong Kong and Macau).

本书中文简体字翻译版由电子工业出版社和 Pearson Education 培生教育出版北亚洲有限公司合作出版。未经出版者预先书面许可,不得以任何方式复制或抄袭本书的任何部分。

本书封面贴有 Pearson Education 培生教育出版集团激光防伪标签,无标签者不得销售。

版权贸易合同登记号:图字:01-2002-2646

### 图书在版编目(CIP)数据

数值方法(MATLAB版)(第三版)/(美)玛蒂尔达(Mathews, J. H.)著;陈渝等译.

-北京:电子工业出版社,2002.6

(国外计算机科学教材系列)

书名原文:Numerical Methods Using MATLAB, Third Edition

ISBN 7-5053-7692-6

I. 数... II. ①玛... ②陈... III. 数值计算:计算机辅助计算-软件包, MATLAB-教材 IV. 0245

中国版本图书馆CIP数据核字(2002)第044792号

责任编辑:王春宁 徐 申

印刷者:北京大中印刷厂

出版发行:电子工业出版社 <http://www.phei.com.cn>

北京市海淀区万寿路173信箱 邮编:100036

经 销:各地新华书店

开 本:787 × 1092 1/16 印张:32 字数:819千字

版 次:2002年6月第1版 2002年6月第1次印刷

定 价:45.00元

凡购买电子工业出版社的图书,如有缺损问题,请向购买书店调换。若书店售缺,请与本社发行部联系。联系电话:(010)68279077

# 出版说明

21世纪初的5至10年是我国国民经济和社会发展的关键时期,也是信息产业快速发展的关键时期。在我国加入WTO后的今天,培养一支适应国际化竞争的一流IT人才队伍是我国高等教育的重要任务之一。信息科学和技术方面人才的优劣与多寡,是我国面对国际竞争时成败的关键因素。

当前,正值我国高等教育特别是信息科学领域的教育调整、变革的重大时期,为使我国教育体制与国际化接轨,有条件的高等院校正在为某些信息学科和技术课程使用国外优秀教材和优秀原版教材,以使我国在计算机教学上尽快赶上国际先进水平。

电子工业出版社秉承多年来引进国外优秀图书的经验,翻译出版了“国外计算机科学教材系列”丛书,这套教材覆盖学科范围广、领域宽、层次多,既有本科专业课程教材,也有研究生课程教材,以适应不同院系、不同专业、不同层次的师生对教材的需求,广大师生可自由选择 and 自由组合使用。这些教材涉及的学科方向包括网络与通信、操作系统、计算机组织与结构、算法与数据结构、数据库与信息处理、编程语言、图形图像与多媒体、软件工程等。同时,我们也适当引进了一些优秀英文原版教材,本着翻译版本和英文原版并重的原则,对重点图书既提供英文原版又提供相应的翻译版本。

在图书选题上,我们大都选择国外著名出版公司出版的高校教材,如Pearson Education培生教育出版集团、麦格劳-希尔教育出版集团、麻省理工学院出版社、剑桥大学出版社等。撰写教材的许多作者都是蜚声世界的教授、学者,如道格拉斯·科默(Douglas E. Comer)、威廉·斯托林斯(William Stallings)、哈维·戴特尔(Harvey M. Deitel)、尤利斯·布莱克(Uyless Black)等。

为确保教材的选题质量和翻译质量,我们约请了清华大学、北京大学、北京航空航天大学、复旦大学、上海交通大学、南京大学、浙江大学、哈尔滨工业大学、华中科技大学、西安交通大学、国防科学技术大学、解放军理工大学等著名高校的教授和骨干教师参与了本系列教材的选题、翻译和审校工作。他们中既有讲授同类教材的骨干教师、博士,也有积累了几十年教学经验的老教授和博士生导师。

在该系列教材的选题、翻译和编辑加工过程中,为提高教材质量,我们做了大量细致的工作,包括对所选教材进行全面论证;选择编辑时力求达到专业对口;对排版、印制质量进行严格把关。对于英文教材中出现的错误,我们通过与作者联络和网上下载勘误表等方式,逐一进行了修订。

此外,我们还将与国外著名出版公司合作,提供一些教材的教学支持资料,希望能为授课老师提供帮助。今后,我们将继续加强与各高校教师的密切联系,为广大师生引进更多的国外优秀教材和参考书,为我国计算机科学教学体系与国际教学体系的接轨做出努力。

电子工业出版社

## 教材出版委员会

- |    |     |   |
|----|-----|---|
| 主任 | 杨芙清 | 北京大学教授<br>中国科学院院士<br>北京大学信息与工程学部主任<br>北京大学软件工程研究所所长 |
| 委员 | 王 珊 | 中国人民大学信息学院院长、教授                                     |
|    | 胡道元 | 清华大学计算机科学与技术系教授<br>国际信息处理联合会通信系统中国代表                |
|    | 钟玉琢 | 清华大学计算机科学与技术系教授<br>中国计算机学会多媒体专业委员会主任                |
|    | 谢希仁 | 中国人民解放军理工大学教授<br>全军网络技术研究中心主任、博士生导师                 |
|    | 尤晋元 | 上海交通大学计算机科学与工程系教授<br>上海分布计算技术中心主任                   |
|    | 施伯乐 | 上海国际数据库研究中心主任、复旦大学教授<br>中国计算机学会常务理事、上海市计算机学会理事长     |
|    | 邹 鹏 | 国防科学技术大学计算机学院教授、博士生导师<br>教育部计算机基础课程教学指导委员会副主任委员     |
|    | 张昆藏 | 青岛大学信息工程学院教授  |

## 译者序

二十一世纪对人才知识、能力、素质的要求正在不断更新,改革教育思想和教育观念、改革人才培养模式是目前大学教育的重要课题。考虑到二十一世纪各类专门人才必须具备的数学素质和计算机技术的飞速发展,数值分析的教材也需要进行相应的更新。John H. Mathews是美国著名的数学教授,他和Kurtis D. Fink博士出版的这本书是一本关于数值分析的优秀基础教科书。此书的目标是使大学生了解数值计算的重要性,掌握数值分析的主要内容和基本算法,能够分析、理解、改进甚至构造数值算法,并在计算机上用MATLAB软件实现。本书的主要目的是加强学生的数学理论基础,培养学生实际处理数值计算问题的能力。本书第三版扩展了第二版的内容,采用MATLAB作为数值分析算法的编程工具,在内容方面更加全面,更注重实际计算能力的培养,使得本书更加适合于所有工程和应用数学专业的人员。

本书主要介绍数值分析方面的基础知识,适用于数学、计算机、物理及工程专业的本科生。书中要求读者熟悉微积分知识,并接受过结构化编程的训练。书中提供了丰富的教学内容,可以满足一个学期甚至一个学年的课程量。本书首先介绍了预备知识,主要是对微积分进行一个简单的回顾,并就与计算机相关的二进制数和误差分析进行了阐述。接着介绍了关于方程的数值解法、插值、多项式逼近和曲线拟合方面、微积分的数值解、函数极小值的数值解法以及有关特征值和特征向量的数值解法等方面的内容。本书内容广泛,教师和读者可以根据自己的需要对内容进行适当的剪裁。

参加本书翻译工作的有陈渝、周璐、钱方、都志辉、甘四清、周健、谢劲松、王月龙等。全书由李晓梅教授审校。在整个翻译过程中,特别要感谢本书的责任编辑,本书的顺利出版与他的辛勤劳动和热情支持是分不开的。

虽然在翻译过程中我们尽了最大努力,译者自知专业水平和中英文水平有限,译文中一定有不妥和疏漏之处,敬请读者提出宝贵意见。

## 前 言

本书主要介绍数值分析方面的基础知识,适用于数学、计算机、物理及工程专业的本科生。本书要求读者熟悉微积分知识,并接受过结构化编程的训练。本书提供了丰富的教学内容,可以满足一个学期甚至一个学年的课程量,教师们可以根据自己的需要对内容进行适当的剪裁。

对各个专业领域的学生而言,数值方法都是非常有趣而且实用的,这一指导思想从头至尾贯穿于本书的各个章节之中。本书提供了丰富的范例与典型问题,它能够帮助读者从理论与实践两方面提高数值分析的技能。而且本书在描述计算机的计算过程时,尽可能地采用了图表的形式,以便对数值近似解进行可视化的解释。本书利用 MATLAB 程序实现数值算法。

本书的重点在于帮助读者理解数值方法如何工作以及有哪些限制。这是极具挑战性的,需要在理论、误差分析以及可读性之间进行权衡。在本书中,每种方法的误差分析都尽量围绕已有的方法,以避免读者产生困扰;每种方法的数学推导都采用基本结论,并建立在学生对微积分理解的基础之上。采用 MATLAB 编程的计算机习题,为学生提供了锻炼科学计算编程能力的机会。

在本书中,简单的数值练习题可以用计算器或者掌上电脑完成,而较复杂的习题需要借助于 MATLAB 子程序。如何指导学生上机进行数值计算由各个教师完成,他们可以根据现有的计算机资源布置适当的教学任务。本书鼓励使用 MATLAB 子程序库,它们可以帮助学生实现计算机实验题中的数值分析组件。

本书的第三版扩展了第二版中的内容,例如在第 11 章中增加了  $QR$  方法。另一点改进是使用了 MATLAB 软件,并且在附录中对 MATLAB 的语法进行了介绍。使用 MATLAB 编程的例子贯穿于整本书中,而且各个章节都增加了完整的 MATLAB 程序。

笔者以前认为任何编程语言都适用于本书,但后来我们发现除计算机专业的学生外,其他的学生还必须另外学习编程语言。因此,本书的第三版采用了最新版的 MATLAB 软件,增加了在 MATLAB 编程方面的内容,适用于所有工程和应用数学专业的人员。笔者希望通过这一改进,能给读者的学习带来便利。

## 致 谢

笔者对参与编辑、出版本书各个版本的所有人员表示感谢! 笔者(John Mathews)首先感谢 California State University, Fullerton(富勒敦的加利福尼亚州立大学)的学生们。同时,感谢我的同事 Stephen Goode、Mathew Koshy、Edward Sabotka、Harris Schultz 和 Soo Tang Tan 在本书第一版中给予的支持;感谢 Russell Egbert、William Gearhart、Ronald Miller 和 Greg Pierce 对本书第二版的建议。笔者还要感谢 CSUF 的数学系主任 James Friel 的鼓励。

对本书第一版提出许多有效建议的审校者包括 Lander College 的 Walter M. Patterson III, Central Connecticut State University(中康涅狄格州立大学)的 George B. Miller, The University of Akron(阿克伦大学)的 Peter J. Gingo, The University of Alaska, Fairbanks(费尔班克斯的阿拉斯加大学)的 Michael A. Freedman, University of California, Los Angeles(洛杉矶的加利福尼亚大学)的 Kenneth P. Bube。对于本书的第二版,笔者向 Rutgers University 的 Richard Bumby, U.S. Army 的 Robert L. Curry, University of Florida(佛罗里达大学)的 Bruce Edwards 以及 Temple University 的 David R. Hill 致谢。

对于本书的第三版,笔者向 George Mason University 的 Tim Sauer, University of Oklahoma(俄克拉荷马大学)的 Gerald M. Pitstick 和 Victor De Brunner, West Virginia University(西维吉尼亚大学)的 George Trapp, University of Alabama, Huntsville(亨茨维尔美的阿拉巴马大学)的 Tad Jarik, North Carolina State University(北卡罗莱纳州立大学)的 Jeffrey S. Scroggs, Colorado State University(科罗拉多州立大学)的 Kurt Georg 以及 Carbondale(卡本代尔)的 Southern Illinois University(南伊利诺斯大学)的 James N. Craddock 表示感谢。

恳请读者对本书不吝赐教,作者的联系地址如下:

John H. Mathews  
Mathematics Department  
California State University  
Fullerton, CA 92634  
mathews@fullerton.edu

Kurtis D. Fink  
Mathematics Department  
Northwest Missouri State University  
Maryville, MO 64468  
kfink@mail.nwmissouri.edu



# 目 录

第 1 章 预备知识 .....	1
1.1 微积分回顾 .....	1
1.1.1 极限和连续性 .....	1
1.1.2 微分函数 .....	3
1.1.3 积分 .....	4
1.1.4 级数 .....	5
1.1.5 多项式求值 .....	6
1.1.6 微积分回顾的练习题 .....	8
1.2 二进制数 .....	9
1.2.1 二进制数 .....	10
1.2.2 序列与级数 .....	11
1.2.3 二进制分数 .....	12
1.2.4 二进制移位 .....	14
1.2.5 科学计数法 .....	14
1.2.6 机器数 .....	14
1.2.7 计算机精度 .....	15
1.2.8 计算机浮点数 .....	16
1.2.9 二进制数的练习 .....	16
1.3 误差分析 .....	18
1.3.1 截断误差 .....	19
1.3.2 舍入误差 .....	19
1.3.3 舍去和舍入 .....	20
1.3.4 精度损失 .....	20
1.3.5 $O(h^n)$ 阶逼近 .....	22
1.3.6 序列的收敛阶 .....	24
1.3.7 误差传播 .....	24
1.3.8 数据的不确定性 .....	27
1.3.9 误差分析的练习 .....	27
1.3.10 算法和程序 .....	29
第 2 章 非线性方程 $f(x) = 0$ 的解法 .....	30
2.1 求解 $x = g(x)$ 的迭代法 .....	30
2.1.1 寻求固定点 .....	31
2.1.2 固定点迭代的图形解释 .....	34
2.1.3 绝对误差和相对误差 .....	35
2.1.4 求解 $x = g(x)$ 迭代过程的练习 .....	36

2.1.5	算法和程序 .....	37
2.2	定位一个根的划分方法 (bracketing methods) .....	37
2.2.1	波尔察诺 (Bolzano) 二分法 .....	39
2.2.2	试值法的收敛性 .....	42
2.2.3	划分方法练习 .....	45
2.2.4	算法和程序 .....	46
2.3	初始近似值和收敛判定准则 .....	46
2.3.1	检测收敛性 .....	47
2.3.2	有问题的函数 (TroubleSome Functions) .....	49
2.3.3	初始近似值的练习 .....	50
2.3.4	算法和程序 .....	51
2.4	牛顿拉夫申 (Newton - Raphson) 法和割线法 .....	51
2.4.1	求根的斜率法 .....	51
2.4.2	被零除错误 .....	54
2.4.3	收敛速度 .....	55
2.4.4	缺陷 .....	57
2.4.5	割线法 .....	58
2.4.6	加速收敛 .....	60
2.4.7	牛顿拉夫申法和割线法的练习 .....	62
2.4.8	算法和程序 .....	64
2.5	Aitken 过程、Steffensen 法和 Muller 法 (可选) .....	65
2.5.1	Aitken 过程 .....	66
2.5.2	Muller 法 .....	67
2.5.3	方法之间的比较 .....	68
2.5.4	Aitken 法、Steffensen 法和 Muller 法的练习 .....	72
2.5.5	算法和程序 .....	73
<b>第 3 章</b>	<b>线性方程组 <math>AX = B</math> 的数值解法</b> .....	<b>74</b>
3.1	向量和矩阵介绍 .....	74
3.1.1	矩阵和二维数组 .....	76
3.1.2	向量和矩阵简介的练习 .....	79
3.2	向量和矩阵的性质 .....	80
3.2.1	矩阵乘 .....	81
3.2.2	特殊矩阵 .....	82
3.2.3	非奇异矩阵的逆 .....	83
3.2.4	行列式 .....	83
3.2.5	平面旋转 .....	85
3.2.6	MATLAB .....	86
3.2.7	向量和矩阵性质的练习 .....	87
3.2.8	算法和程序 .....	88
3.3	上三角线性方程组 .....	89
3.3.1	上三角线性方程组的练习 .....	92

3.3.2	算法和程序	92
3.4	高斯消去法和选主元	93
3.4.1	选主元以避免 $a_{pp}^{(p)} = 0$	97
3.4.2	选主元以减少误差	97
3.4.3	病态情况	99
3.4.4	MATLAB	100
3.4.5	高斯消去法和选主元的练习	102
3.4.6	算法和程序	104
3.5	三角分解法	105
3.5.1	线性方程组的解	105
3.5.2	三角分解法	106
3.5.3	计算复杂性	110
3.5.4	置换矩阵	110
3.5.5	扩展高斯消去过程	112
3.5.6	MATLAB	112
3.5.7	三角分解法的练习	114
3.5.8	算法和程序	115
3.6	求解线性方程组的迭代法	117
3.6.1	雅克比迭代	117
3.6.2	Gauss-Seidel 迭代法	119
3.6.3	收敛性	121
3.6.4	求解线性方程组的迭代法的练习	123
3.6.5	算法和程序	124
3.7	非线性方程组的迭代法:Seidel 法和牛顿法(可选)	125
3.7.1	理论	127
3.7.2	广义微分	128
3.7.3	接近固定点处的收敛性	129
3.7.4	Seidel 迭代	130
3.7.5	求解非线性方程组的牛顿法	131
3.7.6	牛顿法概要	132
3.7.7	MATLAB	133
3.7.8	求解非线性方程组的迭代法的练习	135
3.7.9	算法和程序	138
第 4 章	插值与多项式逼近	140
4.1	泰勒级数和函数计算	141
4.1.1	多项式计算方法	145
4.1.2	习题	145
4.1.3	算法与程序	148
4.2	插值介绍	149
4.2.1	习题	153
4.2.2	算法与程序	154

4.3	拉格朗日逼近 .....	154
4.3.1	误差项和误差界 .....	158
4.3.2	比较精度与 $O(h^{N+1})$ .....	160
4.3.3	MATLAB .....	162
4.3.4	习题 .....	163
4.3.5	算法与程序 .....	164
4.4	牛顿多项式 .....	165
4.4.1	嵌套乘法 .....	166
4.4.2	多项式逼近、节点及中心 .....	166
4.4.3	习题 .....	170
4.4.4	算法与程序 .....	172
4.5	切比雪夫多项式(可选) .....	172
4.5.1	切比雪夫多项式性质 .....	173
4.5.2	最小上界 .....	174
4.5.3	等距节点 .....	175
4.5.4	切比雪夫节点 .....	175
4.5.5	龙格现象 .....	176
4.5.6	区间变换 .....	177
4.5.7	正交性质 .....	178
4.5.8	MATLAB .....	179
4.5.9	习题 .....	180
4.5.10	算法与程序 .....	181
4.6	帕德逼近 .....	182
4.6.1	连分式 .....	184
4.6.2	习题 .....	185
4.6.3	算法与程序 .....	186
<b>第5章</b>	<b>曲线拟合 .....</b>	<b>188</b>
5.1	最小二乘拟合曲线 .....	188
5.1.1	求最小二乘曲线 .....	189
5.1.2	幂函数拟合 $y = Ax^M$ .....	191
5.1.3	最小二乘拟合曲线的练习 .....	192
5.1.4	算法和程序 .....	195
5.2	曲线拟合 .....	196
5.2.1	对 $y = Ce^{Ax}$ 线性化方法 .....	196
5.2.2	求解 $y = Ce^{Ax}$ 的非线性最小二乘法 .....	197
5.2.3	数据线性化变换 .....	199
5.2.4	线性最小二乘法 .....	200
5.2.5	矩阵公式 .....	201
5.2.6	多项式拟合 .....	201
5.2.7	多项式摆动 .....	203
5.2.8	曲线拟合的练习 .....	204

5.2.9	算法和程序	207
5.3	样条函数插值	207
5.3.1	分段线性插值	208
5.3.2	分段三次样条曲线	209
5.3.3	三次样条的存在性	209
5.3.4	构造三次样条	210
5.3.5	端点约束	212
5.3.6	三次样条曲线的适宜性	216
5.3.7	样条函数插值的练习	218
5.3.8	算法和程序	220
5.4	傅里叶级数和三角多项式	221
5.4.1	三角多项式逼近	225
5.4.2	傅里叶级数和三角多项式的练习	228
5.4.3	算法和程序	229
第6章	数值微分	230
6.1	导数的近似值	230
6.1.1	差商的极限	230
6.1.2	中心差分公式	232
6.1.3	误差分析和优化步长	234
6.1.4	Richardson 外推法	237
6.1.5	导数近似值的练习	240
6.1.6	算法和程序	243
6.2	数值差分公式	243
6.2.1	更多的中心差分公式	243
6.2.2	误差分析	245
6.2.3	拉格朗日多项式微分	247
6.2.4	牛顿多项式微分	249
6.2.5	数值微分公式的练习	251
6.2.6	算法和程序	253
第7章	数值积分	254
7.1	积分简介	255
7.1.1	习题	261
7.2	组合梯形公式和辛普生公式	263
7.2.1	误差分析	265
7.2.2	习题	270
7.2.3	算法与程序	272
7.3	递归公式与龙贝格积分	273
7.3.1	龙贝格积分	277
7.3.2	习题	282
7.3.3	算法与程序	284
7.4	自适应积分	284

7.4.1	区间细分(refinement)	285
7.4.2	精度测试	285
7.4.3	算法与程序	289
7.5	高斯-勒让德积分(可选)	290
7.5.1	习题	294
7.5.2	算法与程序	296
<b>第 8 章</b>	<b>数值优化</b>	<b>297</b>
8.1	函数极小值	297
8.1.1	搜索方法	298
8.1.2	求解 $f(x, y)$ 的极值	300
8.1.3	Nelder-Mead 法	301
8.1.4	根据导数求极小值	304
8.1.5	最速下降法	306
8.1.6	求解函数极小值的练习	315
8.1.7	算法和程序	316
<b>第 9 章</b>	<b>微分方程求解</b>	<b>318</b>
9.1	微分方程导论	318
9.1.1	初值问题	319
9.1.2	几何解释	320
9.1.3	习题	321
9.2	欧拉方法	323
9.2.1	几何描述	324
9.2.2	步长与误差	325
9.2.3	习题	327
9.2.4	算法与程序	328
9.3	休恩方法	330
9.3.1	步长与误差	330
9.3.2	习题	333
9.3.3	算法与程序	334
9.4	泰勒级数法	335
9.4.1	习题	339
9.4.2	算法与程序	340
9.5	龙格-库塔方法	340
9.5.1	关于该方法的讨论	342
9.5.2	步长与误差	342
9.5.3	$N=2$ 的龙格-库塔方法	345
9.5.4	龙格-库塔-费尔博格方法(RKF45)	346
9.5.5	习题	350
9.5.6	算法与程序	351
9.6	预测-校正方法	353
9.6.1	阿达姆斯-巴什弗斯-摩尔顿方法	353

9.6.2	误差估计与校正	354
9.6.3	实际考虑	354
9.6.4	米尔尼 - 辛普生方法	355
9.6.5	误差估计与校正	355
9.6.6	正确的步长	357
9.6.7	习题	361
9.6.8	程序与算法	362
9.7	微分方程组	363
9.7.1	数值解	363
9.7.2	高阶微分方程	365
9.7.3	习题	366
9.7.4	算法与程序	368
9.8	边值问题	370
9.8.1	分解为两个初值问题:线性打靶法	371
9.8.2	习题	375
9.8.3	算法与程序	376
9.9	有限差分方法	376
9.9.1	习题	382
9.9.2	算法与程序	382
<b>第 10 章</b>	<b>偏微分方程数值解</b>	<b>384</b>
10.1	双曲型方程	385
10.1.1	波动方程	385
10.1.2	差分方程	386
10.1.3	初始值	387
10.1.4	D'Alembert 方法	387
10.1.5	给定的两个确定行	388
10.1.6	双曲线型方程的练习	391
10.1.7	算法和程序	392
10.2	抛物型方程	393
10.2.1	热传导方程	393
10.2.2	差分方程	393
10.2.3	Crank - Nicholson 法	396
10.2.4	抛物型方程的练习	400
10.2.5	算法和程序	401
10.3	椭圆型方程	402
10.3.1	Laplace 差分方程	402
10.3.2	建立线性方程组	403
10.3.3	导数边界条件	405
10.3.4	迭代方法	407
10.3.5	Poisson 方程和 Helmholtz 方程	410
10.3.6	改进	410

	10.3.7 椭圆型方程的练习 .....	411
	10.3.8 算法和程序 .....	413
<b>第 11 章</b>	<b>特征值与特征向量</b> .....	<b>415</b>
11.1	齐次方程组:特征值问题 .....	415
11.1.1	背景知识 .....	415
11.1.2	特征值 .....	417
11.1.3	对角化 .....	420
11.1.4	对称性的优势 .....	422
11.1.5	特征值范围估计 .....	423
11.1.6	方法综述 .....	423
11.1.7	齐次方程组:特征值问题的练习 .....	423
11.2	幂方法 .....	424
11.2.1	收敛速度 .....	428
11.2.2	移位反幂法 .....	428
11.2.3	幂法的练习 .....	432
11.2.4	算法和程序 .....	433
11.3	雅克比方法 .....	434
11.3.1	平面旋转变换 .....	434
11.3.2	相似和正交变换 .....	435
11.3.3	雅克比序列的变换 .....	436
11.3.4	一般步骤 .....	436
11.3.5	使 $d_{pq}$ 和 $d_{qp}$ 为零 .....	437
11.3.6	一般步骤总结 .....	438
11.3.7	修正矩阵的特征值 .....	439
11.3.8	消去 $a_{pq}$ 的策略 .....	439
11.3.9	雅克比法的练习 .....	442
11.3.10	算法和程序 .....	443
11.4	对称矩阵的特征值 .....	444
11.4.1	Householder 法 .....	444
11.4.2	Householder 变换 .....	446
11.4.3	三对角形式归约 .....	448
11.4.4	QR 法 .....	450
11.4.5	加速移位 .....	451
<b>附录</b>	<b>MATLAB 介绍</b> .....	<b>456</b>
	<b>参考文献</b> .....	<b>463</b>
	<b>习题答案</b> .....	<b>473</b>



# 第1章 预备知识

假设函数  $f(x) = \cos(x)$ , 则它的导数  $f'(x) = -\sin(x)$ , 不定积分为  $F(x) = \sin(x) + C$ 。在微积分中可以学到这些公式, 前者确定函数曲线  $y = f(x)$  在点  $(x_0, f(x_0))$  的斜率  $m = f'(x_0)$ ; 后者可计算出函数曲线在  $a \leq x \leq b$  范围下的面积。

曲线  $y$  在点  $(\pi/2, 0)$  的斜率  $m = f'(\pi/2) = -1$ , 可通过它找到在一点的切线(如图 1.1(a)所示):

$$y_{\text{tan}} = m \left( x - \frac{\pi}{2} \right) + 0 = f' \left( \frac{\pi}{2} \right) \left( x - \frac{\pi}{2} \right) = -x + \frac{\pi}{2}$$

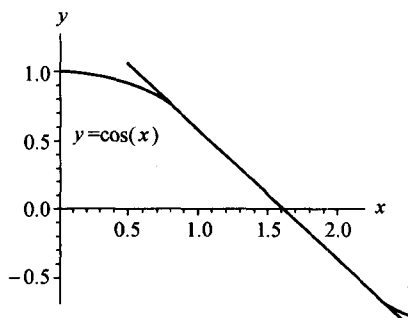


图 1.1(a) 函数曲线  $y = \cos(x)$  在点  $(\pi/2, 0)$  的切线

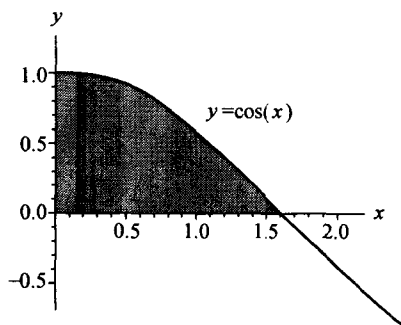


图 1.1(b) 函数曲线  $y = \cos(x)$  在区间  $[0, \pi/2]$  下的区域

通过积分方法计算曲线  $y$  在  $0 \leq x \leq \pi/2$  范围下的面积为(如图 1.1(b)所示):

$$\text{面积} = \int_0^{\pi/2} \cos(x) dx = F \left( \frac{\pi}{2} \right) - F(0) = \sin \left( \frac{\pi}{2} \right) - 0 = 1$$

## 1.1 微积分回顾

本书假定读者具有大学本科的微积分知识, 熟悉极限、连续性、求导、积分、序列和级数等。其中, 本书中将用到的微积分知识如下:

### 1.1.1 极限和连续性

**定义 1.1** 设  $f(x)$  为定义在实数集合  $S$  上的函数, 如果对于任意给定的  $\epsilon > 0$ , 总存在  $\delta > 0$ , 使得对于任意  $x \in S$ , 且  $0 < |x - x_0| < \delta$ , 有  $|f(x) - L| < \epsilon$ 。则称函数  $f$  在  $x = x_0$  处的极限为  $L$ , 表示为:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L \quad (1)$$

当采用  $h$  增量表达式  $x = x_0 + h$  时, 式(1)可表示为: