高等院校教材

机械设计实验

姜恒甲　齐治国　主编

122-55

大连工学院出版社

辽宁省机械设计教学研究会
《机械设计》系列教材编辑委员会

主任委员：鄂中凯

副主任委员：李林贵　齐治国　王　金　姜恒甲

委　　员：高泽远　姚玉泉　田世新　王志兆

张锡安　徐承俊　刘孔钧

机 械 设 计 实 验

Jixie Sheji Shiyan

姜恒甲　齐治国　主编

大连工学院出版社出版发行　辽宁省清原县印刷厂印刷
（大连市甘井子区凌水河）

开本787×1092　1／16　印张$7^{3}/_{4}$　字数：180千字
1988年8月第一版　1988年8月第一次印刷
印数：0001—8000册

责任编辑：史振声　封面设计：鄂承宗
责任校对：寸　土

ISBN　7—5611—0106—6/TH·4　定价：1.36元

序

为适应教学改革深入发展的需要，逐步编出不同风格、不同特点的教学用书，辽宁省机械设计教学研究会根据国家教委课程教学指导委员会制定的《机械设计课程教学基本要求》组织编写了《机械设计》系列教材，该系列教材包括：《机械设计》、《机械设计习题集》、《机械设计课程设计》、《机械设计程序设计》、《机械设计实验》、《机械设计学习指导》等六本书。

本系列教材反映了教学改革深入发展的成果，其主要特点为：

1．充分总结了一些院校多年来《机械设计》课程的教学经验和教学方法，教材内容取材合理、适量，文字通俗易懂，便于教师教学和学生学习。

2．本系列教材在体系上作了科学的合理分工，内容既充分体现了传统的教学内容，又适当地反映了机械设计学科发展的新内容。

3．本系列教材使《机械设计》课程教学各阶段教学用书紧密配合，互相呼应，符号、计算公式、计算方法统一，是《机械设计》课程的一套完整而系统的教学用书。

本系列教材适用于高等工科院校机械类专业，也可供有关教师及机械工程技术人员参考。

本系列教材是在《机械设计》系列教材编辑委员会组织下编写的。期望本系列教材能使学生全面而系统地了解和掌握机械设计基本内容、基本理论、基本方法及技术技能，对提高《机械设计》课程的教学质量有所推动。

由于编写本套教材工作量较大，时间短，又缺乏经验，加上编者水平所限，教材中不妥之处，恳请读者不吝批评指正。

辽宁省机械设计教学研究会

《机械设计》系列教材编委会

一九八七年十二月

前　　言

机械设计实验是机械设计（原机械零件）课程教学中重要环节之一。通过实验验证课堂讲授的理论，巩固概念，使同学初步掌握机械设计实验的基本技能，了解机械量测试的常用方法和仪器。《机械设计实验》这本书正是为此目的而编写。同时，该书也是辽宁省机械设计教学研究会组织编写的机械设计系列教材（六本书）之一。

按高等工业学校机械设计课程基本要求，每个学生要作3～4个实验，共6～8学时。实验内容可以是：测定机器或传动装置的效率；机械零件的受力和工作能力；摩擦、磨损、润滑性能等方面。目前，各高等院校由于条件的不同，有的能开出上述内容的实验，有的仅能部分的开出。即使同一内容的实验，也因各校所用设备仪器的不同，其实验方法也不同。因此，本书在实验内容上，是按基本要求提出的几个方面选择了九项实验；在实验方法上，是选择那些既具有一定的先进性，又是各校都可能有的设备和仪器（当然，要使本书都能满足各校的具体要求是有一定困难的，幸好，我们的实验老师会很好加以解决）。再有，考虑到介绍一点测试误差分析和实验结果处理，以及常用传感器的知识，对提高实验教学质量是有帮助的，所以书中包括了这方面内容。

本书共三章。第一章由齐治国编写，第二章和第三章的实验一、二、五、六、七、九由姜恒甲编写，第三章的实验三、四、八由马信编写。全书由姜恒甲、齐治国主编，李林贵主审。第一、二章还承杨金奎等同志阅稿并提出一些宝贵意见，在此一并致谢。书中不妥之处在所难免，敬请批评指正。

编　者

目　　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章 测量误差分析和实验结果的处理

§1—1 测量误差及其分类

一、误差的概念

在科学实验中，会测得大量的测试数据（包括记录曲线）。由于测试中所使用的量具、仪器、测试方法、工作环境、操作人员水平等因素的影响，这些测试数据总是和被测量的真实值有一定的差异，这种差异称为误差。

所有的实验结果都有误差，误差自始至终存在于一切科学实验之中，这是误差的公理。误差在实验中是不可避免的，它只能随科学技术的进步被控制在尽可能小的范围内。

研究误差的目的，是为了掌握误差的规律和产生的原因，以便正确处理数据、正确设计和组织实验、合理选用和设计测量装置，来提高测试技术的水平和经济效果。

二、误差的分类

1.按误差表示方法分

1）绝对误差　被测量的实际测量值x与其真值A_0之差值$\triangle x$称为绝对误差（或真误差），即

$$\triangle x = x - A_0$$

真值A_0是指在一定的时间及空间条件下，被测量的真实数值。真值是无法求得的。在实际测量中，常用被测量多次测量的平均值，或上一级量仪的测量数值来代替真值。

2）相对误差　绝对误差与被测量的真值的比值，并以百分数表示，即

$$e = \frac{\triangle x}{A_0} 100\%$$

被测量的误差与其名义值（x）相比是很小的，故相对误差通常表示为

$$e \approx \frac{\triangle x}{x} 100\%$$

2.按误差特性分

1）系统误差　在相同条件下多次测量同一物理量时，误差的数值和符号保持不变或按一定规律变化的误差，称为系统误差。系统误差表征了测量的准确程度。系统误差愈小，表明测量的准确度愈高。

造成系统误差的原因大体有：1）测量仪器本身的不完善；2）测量方法或理论的不完善；3）测量环境与实验要求的条件不一致；4）测试人员实验技能的不同等。用实验或分析的方法可以找出系统误差的变化规律，改善测量条件，减小或消除它对测量结果的影响。

2）随机误差　在相同条件下多次测量同一物理量时，误差的数值和符号表现为随机变化，称之为随机误差。这种误差服从统计规律，即对于某一次具体的测量，事先无法预测误差的大小和符号，但对多次测量，可用概率论和数理统计方法来分析处理所得的测量数据，以获得可靠的测量结果。

随机误差的大小反映了测量值的离散程度和重复性，或所谓精密度。随机误差越小，精密度越高，测量的重复性越好，即测量值的分散度越小。

3）过失误差　明显歪曲测量结果的误差称为过失误差。

过失误差多半是由于某些偶然因素，如测错、读错、记错、算错等由于过失而造成的。含有过失误差的数值称为异常值，一般应予剔除。

通常，在误差分析中，过失误差较易发现和处理，所以要进行估计的主要为系统误差和随机误差。

系统误差和随机误差，准确度和精密度，它们的相互关系可用打靶来加以说明。在图1－1中，图a）的弹痕比较分散，即随机误差较大，精密度较低。但这些弹痕较均匀地分布在靶心的周围，它们离靶心的平均半径较小，系统误差较小，准确度较高。图b）则相反，精密度较高，准确度较低。图c）表示系统误差和随机误差都较小，精密度和准确度均较高，此种情况称为精确度高即精度高。

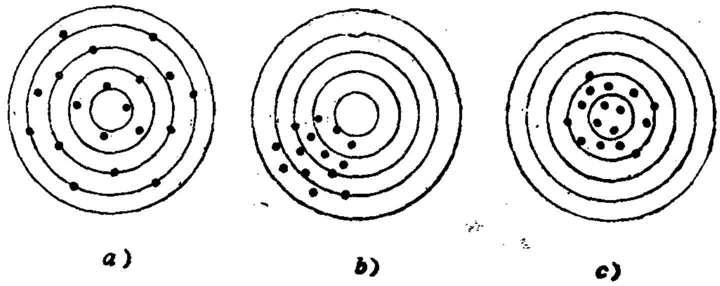

图1－1　精度比较

§1—2　随机误差

一、随机误差与系统误差的关系

随机误差与系统误差的关系如图1－2所示。图中曲线是被测之量为随机变量，并且它的取值规律服从正态分布的概率密度分布曲线。设随机变量X，横坐标x为X的取值范围，纵坐标$p(x)$为X分布的概率密度函数。将随机变量X每一个可能的取值（测量值）称为个体。无限多个体的集合称为总体（母体）；有限多个体的集合称为样本（子样）。样本不同于总体，但它可以在一定程度上代表总体的性质。

图中μ为随机变量总体的平均值，$\bar{x}$为一组样本的平均值。当该组样本中个体数$n\to\infty$时，$\bar{x}\to\mu$。A_0为被测量的真值。由于误差存在的必然性，A_0是无法测得的。但按概

率统计理论，可用μ或$\bar{x}$反映A_0。当测得值为x（离散型为x_i），则$x-A_0=\triangle x$为绝对误差（真误差），$x-\mu=\delta$为随机误差，$x-\bar{x}=v$（或$x_i-\bar{x}=v_i$）为残差，$A_0-\mu=s$为系统误差。

当不存在系统误差（$s=o$）时，A_0与μ重合，测量误差仅为随机误差。

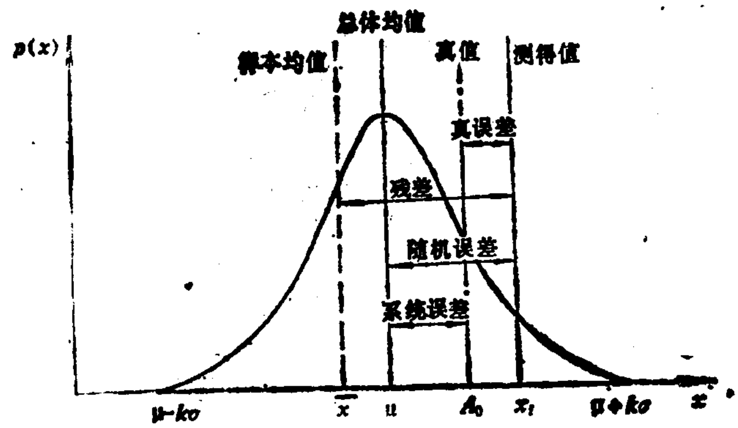

图1－2　误差关系

下面仅介绍随机误差，并将总体均值μ看成真值A_0。

二、随机误差特性

对某一物理量X（真值为μ）进行多次等精度重复测量，测得值为x_1，x_2，…，x_i，…，x_n。一般，这些测量值为随机变量，并且其分布规律多半为正态分布，即概率密度函数为

$$p(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-1)$$

于是，误差$x-\mu=\delta$亦为正态分布的随机变量，其概率密度函数为

$$p(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\sigma^2}{2\sigma^2}} \qquad (1-2)$$

式中　e——自然对数的底，e≈2.71828；

σ——标准误差（见后文）。

图1－3示出概率密度$p(x)$或$p(\delta)$的分布曲线。图中阴影部分面积，等于测量值x出现在区间〔x_a，x_b〕内的概率，也是真误差δ出现在区间〔a，b〕内的概率，即

$$P\left\{x_a<x\leqslant x_b\right\}=\int_{x_a}^{x_b}p(x)\,dx=p\left\{a<\delta\leqslant b\right\}=\int_a^b p(\delta)\,d\delta$$

x或δ出现在区间〔$-\infty$，$+\infty$〕内的概率为

$$P(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(dx)x=P(\delta)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(\delta)d\delta=1$$

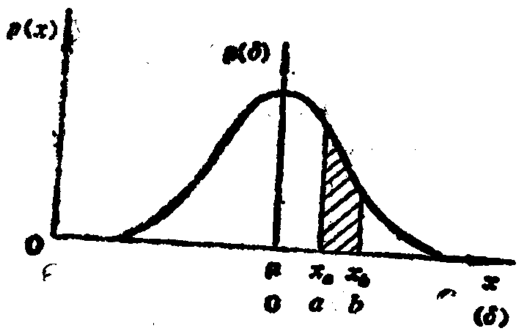

图 1－3　正态分布曲线

随机误差的重要特性有：

1）集中性　绝对值小的误差出现的概率大，绝对值大的误差出现的概率小。当$\delta=0$时，$p(\delta)$有最大值

$$p(\delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$$

2）对称性　绝对值相等，正负号相反的误差出现的概率相等，或概率密度相等

$$p(-\delta)=p(+\delta)$$

3）有界性　随机误差δ出现在一个有限的区间内，绝对值很大的误差出现的概率很小，甚至近于零。

4）抵偿性　随着测量次数的增加，随机误差的算术平均值趋于零，即

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i=0$$

这表明增加测量次数可以提高测量精度。

三、算术平均值与标准误差

在式（1－1）、（1－2）中，μ、σ是表征正态分布随机变量的两个参数。在实际测量中因无法测量无限次，我们无法测得真值μ和标准误差σ。只能按有限次测量得到的一组样本观察值，来对μ和σ进行推断（或估计）。

1.算术平均值

对一物理量进行n次等精度测量，得一组样本观察值x_1，x_2，…，x_i…，x_n，其算术平均值为

$$\bar{x}=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_i+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i \qquad (1-3)$$

依概率论的大数定理，当测量次数$n\to\infty$时，算术平均值$\bar{x}$收敛于真值μ，即

$$E(\bar{x})=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=E(x)=\mu \qquad (1-4)$$

式中$E(\bar{x})$为算术平均值$\bar{x}$的数学期望，它恰好就是真值μ。对有限测量次数来说，$\bar{x}$是真值μ的一个无偏估计量。这就是通常都用算术平均值作为测量结果的数学原理。

2．标准误差

按概率论中标准差的定义，测量值的标准误差为随机误差的均方根值

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2} \qquad (1-5)$$

上式由于无法求得真值μ而无法求得σ。在实际测量中，测量次数n总是有限的。根据$\bar{x}$是μ的最佳估计值的原理，贝塞尔（Bessel）证明出σ的最佳估计值可用残差（$x_i-\bar{x}=v_i$）求得

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}v_i^2} \qquad (1-6)$$

在误差分析中，通常用标准误差σ来表征各测量值x_i对真值μ的离散程度，以便更确切地描述测量值及其误差的随机分布规律。

标准误差σ的大小对正态分布曲线的影响如图1－4所示。σ值小，曲线陡峭，测量值x_i分布范围小，测量的精密度高。σ值大则相反。

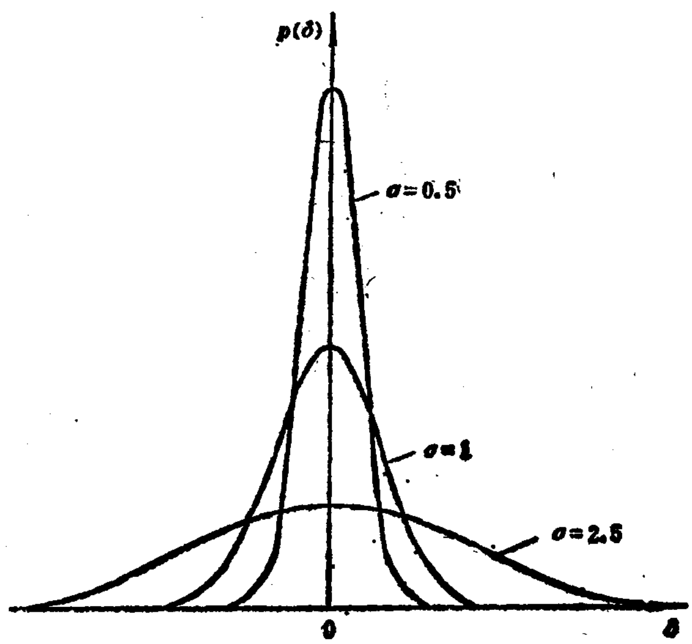

图1－4　不同σ值的正态分布曲线

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

§ 1—3 直接测量结果的表示

直接测量就是用测量仪器和设备直接对被测量进行测试。

一、误差界限的确定

一个完整的测量结果，通常应包括被测量的量值和它的误差两部分。由此，单次测量的测量结果应表示为

$$x \pm \delta$$

式中x为单次测试的测量值，$\pm\delta$为误差界限。

对于被测量X为正态分布的随机变量，其标准误差为σ。因而误差界限常用σ和可靠性系数k来表示

$$\pm\delta = \pm k\sigma$$

因此，随机误差出现在区间〔o，δ〕内的概率为

$$P(o \leqslant \delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^{\delta} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} d\delta$$

将$\delta = k\sigma$代入上式，随机误差出现在区间〔o，δ〕内的概率可表示为如下形式

$$\Phi(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{k} e^{-\frac{k^2}{2}} dk$$

在工程计算中，不同k所对应的$\Phi(k)$值可直接在正态分布积分表1－1中查得。

由表1－1可知，当$k=1$，即$\delta=\sigma$时，正态分布的随机误差δ落在区间〔$-\sigma$，$+\sigma$〕内的概率$P\{-\sigma<\delta\leqslant+\sigma\}\approx68.0\%$；当$k=2$，即$\delta=2\sigma$时，$P\{-2\sigma<\delta\leqslant+2\sigma\}\approx95.4\%$；当$k=3$，即$\delta=3\sigma$时，$P\{-3\sigma<\delta\leqslant+3\sigma\}\approx99.73\%$。显然，测量误差落在区间〔$-3\sigma$，$+3\sigma$〕的概率是很大的，或者误落在该区间外的概率是很小的，仅有0.27%。这相当大约370次测量，只有一次测量误差超出$\pm3\sigma$。根据实际判断原理，小概率事件要在一次实验中出现是不可能的。或者说，误差出现在区间〔-3σ，$+3\sigma$〕以内，可以认为是必然事件。因此，通常将$\pm3\sigma$当作单次测量的极限误差。

二、测量结果的表示

1．单次测量结果的表示

在已知被测量的标准误差σ时，单次测量的测量结果常表示为

$$x \pm 3\sigma \tag{1-7}$$

2．多次测量结果的表示

在多次测量中，要用算术平均值$\overline{x}$作为测量结果，因为它是被测量最可信赖的估计值。

表1－1 正态分布积分表 $\Phi(k)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^k e^{-\frac{k^2}{2}}dk$

k	Φ (k)	k	Φ (k)	k	Φ (k)	k	Φ (k)
0.00	0.0000	0.75	0.2734	1.50	0.4332	2.50	0.4938
0.05	0.0199	0.80	0.2881	1.55	0.4394	2.60	0.4953
0.10	0.0398	0.85	0.3023	1.60	0.4452	2.70	0.4965
0.15	0.0596	0.90	0.3159	1.65	0.4505	2.80	0.4974
0.20	0.0793	0.95	0.3289	1.70	0.4554	2.90	0.4981
0.25	0.0987	1.00	0.3413	1.75	0.4599	3.00	0.49865
0.30	0.1179	1.05	0.3531	1.80	0.4641	3.20	0.49931
0.35	0.1368	1.10	0.3643	1.85	0.4678	3.40	0.49966
0.40	0.1554	1.15	0.3744	1.90	0.4713	3.60	0.499841
0.45	0.1736	1.20	0.3849	1.95	0.4744	3.80	0.499928
0.50	0.1915	1.25	0.3949	2.00	0.4772	4.00	0.499968
0.55	0.2088	1.30	0.4032	2.10	0.4821	4.50	0.499997
0.60	0.2257	1.35	0.4115	2.20	0.4861	5.00	0.49999997
0.65	0.2422	1.40	0.4192	2.30	0.4893		
0.70	0. 580	1.45	0.4265	2.40	0.4918		

但当测量次数n为有限时，$\bar{x}$本身也是一个随机变量，即进行m组（每组n次）重复测量，所得的m个算术平均值$\bar{x}_1$，$\bar{x}_2$，…，$\bar{x}_i$，…，$\bar{x}_m$通常也是正态分布的随机变量。该算术平均值的标准误差用$\sigma_{\bar{x}}$表示，可以证得它与一组n次测量的标准误差σ的关系如下

$$\sigma_{\bar{x}}=\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (1-8)$$

于是，多次测量的测量结果表示为

$$\bar{x}\pm 3\sigma_{\bar{x}}=\bar{x}\pm\frac{3\sigma}{\sqrt{n}} \qquad (1-9)$$

显然，增加测量次数n，$\sigma_{\bar{x}}$值将降低，测量结果的精度就提高。但是，n增加到一定程度后，$\sigma_{\bar{x}}$减小缓慢，提高精度的效果不大。

例1—1 用电阻应变法测零件应力，进行20次测试，测得微应变值（με）为300，350，335，340、370，365，325，330，345，360，310，290，295，315，325，360，324，350，340，355。求这些测量值的算术平均值，标准误差σ，测量结果。

解 1） 算术平均值 按式（1－3）得

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i=\frac{1}{20}(300+350+335+340+370+365+325+330+345$$

$$+360+310+290+295+315+325+360+324+350$$

$$+340+355)$$

$$=334\mu\varepsilon$$

2）标准误差　残余误差为$v_i=x_i-\bar{x}$，由此得－34，16，1，6，36，31，－9，－4，11，26，－24，－44，－39，－19，－9，26，－10，16，6，21。

按式（1－6）得

$$\sigma=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}v_i^2}$$

$$=\sqrt{\frac{1}{20-1}(34^2+16^2+1^2+\cdots+21^2)}$$

$$=23.6\mu\varepsilon$$

3）测量结果　按式（1－9）得

$$\bar{x}\pm3\sigma_{\bar{x}}=\bar{x}\pm\frac{3\sigma}{\sqrt{n}}=334\pm\frac{3\times23.6}{\sqrt{20}}=334\pm15.8$$

或用相对误差表示测量结果为

$$\bar{x}\pm\frac{3\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}}=334\pm\frac{15.8}{334}\times100\%=334\pm4.7\%$$

§1—4　间接测量值及误差分析

一、间接测量值的求取

有些物理量不是用仪器直接测量得到，而是先直接测量与该物理量有函数关系的另一些物理量的量值，然后按它们的关系公式计算出该物理量的数值，这称为间接测量。这种测试在工程中是常常遇到的。

如测量某设备电机输出轴的功率P，通常是通过直接测量轴的转矩T（N·m）的算术平均值和相对应的转速n（r／min）的算术平均值，然后代入功率P的计算公式，来求得功率P的算术平均值。

$$\bar{P}=\frac{\bar{T}\,\bar{n}}{9550}\text{ kW}$$

二、间接测量误差分析

由于间接测量结果是由直接测量结果通过一定计算得到的。因此，各直接测量结果的误差必然导致间接测量结果的误差。其误差的数值和符号也与函数关系式有关。

间接测量中常有两个问题：一是已知直接测量误差求间接测量值误差，即已知自变量的误差求函数的误差。另一是给定间接测量误差求各直接测量值允许的最大误差，即已知函数的误差求自变量的误差。

1．已知直接测量误差求间接测量值误差

已知直接测量参数为x_1、x_2，…，x_n。间接测量值为Y，两者函数关系为

$$Y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n) \tag{1-10}$$

若直接测量各参数的误差为dx_1，dx_2，…，dx_n。而间接测量值的误差为函数$Y=f(x_1, x_2, \cdots, x_n)$的全微分

$$dY=\frac{\partial f}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial f}{\partial x_2}dx_2\cdots\frac{\partial f}{\partial x_n}dx_n \tag{1-11}$$

如果对x_1，x_2，x_3，…，x_n进行n次重复测量，则可求得它们各自的算术平均值$\bar{x}_1$，$\bar{x}_2$，$\bar{x}_3$，…，$\bar{x}_n$和均方差$\bar{n}_1$，$\bar{\sigma}_2$，$\bar{\sigma}_3$，…，$\bar{\sigma}_n$。

对于每次测量的残余误差为

$$d(x_1)_i=(x_1)_i-x_1$$
$$d(x_2)_i=(x_2)_i-x_2$$
$$\vdots$$
$$d(x_n)_i=(x_n)_i-\bar{x}_n \qquad (i=1, 2, \cdots, n)$$

根据式（1－10）得

$$(dY)_i=\frac{\partial f}{\partial x_1}(dx_1)_i+\frac{\partial f}{\partial x_2}(dx_2)_i+\cdots+\frac{\partial f}{\partial x_n}(dx_n)_i$$

由$\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n$求得$\overline{Y}=f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \cdots, \bar{x}_n)$

根据式（1－7）求得Y的平均值均方差

$$\bar{\sigma}_y=\sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(dy)_i^2}$$

也可写成

$$\bar{\sigma}_y=\sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\bar{\sigma}_1^2+\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\bar{\sigma}_2^2+\cdots+\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\cdot\bar{\sigma}_n^2} \tag{1-12}$$

式（1－12）即为函数平均值的均方差的总合公式。

2．规定间接测量误差求直接测量误差的允许值

预先给定间接测量误差范围，再计算各个直接测量误差允许范围。由于只有式（1－12），不能解出多个未知数，因而是一个多解问题。这说明各直接测量误差可有多种分配组合方案来满足要求。故一般需针对具体情况，先规定某些直接测量值的精度，再由式（1－12）求出余下的直接测量值的精度。

通常可用等效传递原理，即假定直接测量参数的误差对间接测量的影响是相等的来解决。由式（1－12）

得出

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2\cdot\bar{\sigma}_1^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2\cdot\bar{\sigma}_2^2=\cdots=\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2\cdot\bar{\sigma}_n^2=\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2\cdot\bar{\sigma}_x^2$$

故得　　即

$$\bar{\sigma}y=\sqrt{n(\frac{\partial f}{\partial x})^{2}\cdot\bar{\sigma}x^{2}}=\sqrt{n}\cdot\frac{\partial f}{\partial x}\bar{\sigma}x$$

则有

$$\bar{\sigma}x_{1}=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\,(\frac{\partial f}{\partial x_{1}})}\qquad \bar{\sigma}x_{2}=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\,(\frac{\partial f}{\partial x_{2}})}\cdots\quad \bar{\sigma}x_{n}=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\cdot(\frac{\partial f}{\partial x_{n}})}\qquad(1-13)$$

式中　n——直接测量个数

例1－2—悬臂梁如图1－3所示，要求测量应力的误差不大于4％，问被测量P，L，B，h允许多大误差？

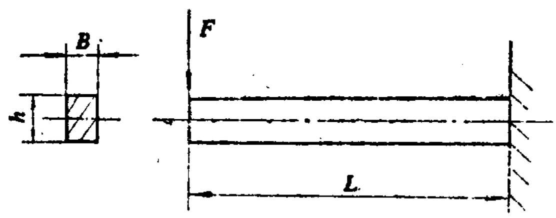

图1－5　悬臂梁受力图

解　梁的正应力计算公式为

$$\bar{\sigma}x=\frac{M}{W}=\frac{6FL}{Bh^{2}}=f\,(F,\ L,\ B,\ h)=y$$

由式（1－7）知，$h=4$

$$\frac{\partial Y}{\partial F}=\frac{6L}{bh^{2}}=\frac{\bar{\sigma}x}{F},\quad \frac{\partial Y}{\partial L}=\frac{6F}{Bh^{2}}=\frac{\bar{\sigma}x}{L}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial B}=-\frac{6FL}{B^{2}h^{2}}=-\frac{\bar{\sigma}x}{B},\quad \frac{\partial Y}{\partial h}=-\frac{12FL}{Bh^{3}}=-\frac{2\bar{\partial}x}{h}$$

现要求$\bar{\sigma}y=\pm0.04\bar{\sigma}x$即 $\frac{\bar{\sigma}y}{\bar{\sigma}x}=\pm0.04$，则得下

$$\bar{\sigma}F=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\cdot\frac{\partial Y}{\partial F}}=\frac{\pm0.04\bar{\sigma}x}{2\bar{\sigma}x/F}=\pm0.02F$$

$$\bar{\sigma}L=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\,\frac{\partial Y}{\partial L}}=\frac{\pm0.04\bar{\sigma}x}{2\bar{\sigma}x/L}=\pm0.02L$$

$$\bar{\sigma}B=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\,\frac{\partial Y}{\partial B}}=\frac{\pm0.04\bar{\sigma}x}{2(-\bar{\sigma}x/B)}=\pm0.02B$$

$$\bar{\sigma}h=\frac{\bar{\sigma}y}{\sqrt{n}\,\frac{\partial Y}{\partial B}}=\frac{\pm0.04\bar{\sigma}x}{2(-2\bar{\sigma}x/h)}=\pm0.01h$$

§1—5 有效数字

一、有效数字的概念

测量数据是以数字来表示的。用几位数字来代表测量结果才为正确有效，这与测量的准数度有关。能够正确表达测量数据或结果所必须的数字叫有效数字。它是由准确数字和欠准确字组成。准确数字的特点是准确可靠不容怀疑；欠准确数字是不太可靠，但也不容随便怀疑。欠准确数字总是处在有效数字的最末一位，且允许有一个单位的误差，或其后面一位的误差不大于±5。例如用电阻应变仪测量微应变时，读数盘上最小分格为5$\mu\varepsilon$，如测得873$\mu\varepsilon$，则这三位数字叫有效数字，前两位为准确数字，末一位3为欠准确数字，它是在最小分格内估读得来的。873表示比872或874更接近于被测值。或其值介于872.5与873.5之间。

0.00873ε的有效数字亦的三位，因0.00873ε=873$\mu\varepsilon$。即非零有效数字前的0不是有效数字，它仅与单位有关，而与精度无关。

873.0$\mu\varepsilon$的有效数字为四位，表示其示值介于873.05与872.95之间。其中最后一个0也是有效数字，不能舍弃。873.0比873的精度高。

某些数学常数，如π、e、$\sqrt{2}$等，其有效数字为任意多，可根据需要来确定位数。

对数的首数不是有效数字。如3.1524，3不是有效数字，1524四位为有效数字。

二、有效数字的计算准则

1）记录测量数值时，只保留一位欠准确数字。

2）有效数字以后的数字应一律舍弃。舍弃方法是：凡末位有效数字后的第一位数字大于5时，则在其前一位进1；小于5时，则舍弃；等于5时分两种情况，如末位有效数字为奇数则进1，为偶数则舍弃。

3）若第一位有效数字等于或大于8时，则有效数字位数可多计一位，如9.157，虽只有四位，但可看作五位有效数字。

4）加减法运算时，各数据所保留的小数点位数，应与参加运算各数据中小数点后位数最少的位数相同。例如，12.58+0.0081+4.546应写为12.58+0.01+4.55=17.14，而不是算成17.1341。

5）乘除法运算时，各因子保留的位数以有效数字位数最少的为准，所得积和商的有效数字位数不应超过运算各数据中位数最少的有效数字位数。例如603.22×0.32÷4.011运算时，各因子中以0.32的二位有效数字为准，因此计算结果应为48.13

6）计算平均值时，大于或等于四个数据时，平均值的有效位数可增加一位。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com