计算机绘图

JISUANJI HUITU

杨学平编著

电力工业出版社

内 容 提 要

本书根据几年来在109-乙和111机上的实践，介绍了开展计算机绘图工作可用的数学方法，对学习计算机绘图的同志是一本入门性的书。本书共分八章：计算机与绘图仪、平面数据点及平面曲线的输出、绘图仪上常用的图形、由离散点输出光滑曲线、等值线图、立体图及隐藏线的消去、机助设计中的曲线与曲面、绘图系统和绘图语言。

计 算 机 绘 图

杨学平编著

*

电力工业出版社出版

（北京德胜门外六铺炕）

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 14¼印张 322千字

1980年2月第一版 1980年2月北京第一次印刷

印数 00001—30170册 每册1.25元

书号 15036·4003

写 在 前 面

本书的目的不是全面地叙述计算机绘图的有关理论，而是为目前正在开展计算机绘图工作的同志们提供一些可用的数学方法，并为学习计算机绘图的人们提供一本入门性的书。我们想达到的具体目标是：

1.介绍计算机绘图至今所取得的一部分成果。

2.本书所介绍的大部分内容是为建立一个计算机绘图系统提供一些方法。这个系统建立起来后，可以基本上解决科学计算中的图形输出问题。

3.这个系统的建立，可为其它专业建立专用的计算机绘图系统提供一级绘图程序，连同其它内容将为建立更高级的绘图系统奠定基础。

这个系统的提出主要是根据几年来在109-乙机和111机上实践的结果。

在本书编写、出版过程中，得到曾继荣、阎榕龄、樊天蔚等同志的热情支持和帮助，樊天蔚同志仔细地看了全书的初稿，提出了许多宝贵的意见和建议。在此，一并表示衷心感谢。

由于作者水平有限，书中谬误之处在所难免，欢迎读者随时指正。

编 著 者

1979.6

目　　录

写在前面
第一章　计算机与绘图仪……1
§1 前言……1
§2 计算机与绘图仪……3
第二章　平面数据点及平面曲线的输出……9
§1 平面数据点的输出……9
§2 任意平面曲线的输出……14
第三章　绘图仪上常用的图形……21
§1 符号输出……21
§2 正负法绘图原理……29
§3 三次多项式曲线……37
§4 正二次曲线……42
§5 图形的转动……49
§6 二次多项式对三次多项式的逼近……51
第四章　由离散点输出光滑曲线……53
§1 离散点连成光滑曲线——单值函数的情况……53
§2 离散点连成光滑曲线——多值函数的情况……61
§3 最小二乘分段三次拟合曲线……65
第五章　等值线图……69
§1 问题的提出……69
§2 双三次拟合曲面……70
§3 按距离加权平均法……75
§4 按距离加权最小二乘曲面……80
§5 矩形区域上等值线的绘制……82
§6 非矩形区域上等值线的绘制……91
§7 运用连续点法制作等值线图……97
第六章　立体图及隐藏线的消去……101
§1 概述……101
§2 线性变换公式……102
§3 一类特殊景物立体图的绘制和隐藏线的消去……106
§4 一般立体图的绘制和隐藏线的消去……109
第七章　机助设计中的曲线与曲面……120
§1 机助设计……120
§2 看起来“舒服”的曲线……124
§3 COONS曲面……128
§4 COONS曲面片的装配……132
第八章　绘图系统和绘图语言……134
§1 HTXT绘图系统……134
§2 绘图语言……212
参考文献……221

第一章　计算机与绘图仪

§1 前　　言

过去，计算机的输出手段主要是打印机。随着电子计算机应用的日益广泛，这种手段已显得很不够。众所周知，要用电子计算机计算的模型大多是连续性的模型，但是我们通过计算机得到的结果却都是离散的。因此，往往要花费许多时间去从事这些离散数据的整理工作，其中一个很麻烦的工作就是将数据绘制成图。过去这项工作完全靠人工用曲线版去做，不仅占用了大量的人力与时间，成图的质量也会因人、因时而变化。但是整理成图又是非常必要的，因为从图中人们极容易：

（1）检出有用的数据。如在地形的等值线图中，我们很容易检出某地的海拔高度。

（2）考察外形（例如汽车车身的设计）以及进一步研究由于外形变化引起材料、施工的一系列变化（如坝体设计）。

（3）研究规律。如在物体抛射的轨道计算中，研究参数对轨道的影响等等。

一般说来，图形比数字更直观、更形象化。倘若有人告诉我们某工厂今年各月的生产数字，我们听过之后，不一定有太深的印象。但是如果拿出的是一张图，那末看过以后，对于该厂哪个月增产的幅度最大、今年该厂的生产趋势等等，印象就深刻多了。再比如说，告诉我们某地区内，各污染观察点观察到的数字，对一般人来说，往往不得要领。但是如果计算机根据这些数字，按照国家标准，绘制一个染色的等值线图，分出污染等级，看过这张图后，对于该地区各部分是否有污染以及污染的程度就一目了然了。如果我们看的是一批飞机机翼的图形数据，那简直无从看起了，因为机翼设计是一个很精密的工作，数据量太大，但如果我们拿出一张设计施工图，那就不必说很多话了。

所以，就人们的一般愿望来说，只要原来的模型是连续的，总是希望在输出离散数据的同时，能以图形的形式输出这个模型。这就首先要求有足够的数学手段对离散数据进行加工，以便近似地或以某种精度恢复原来的模型，然后，应用绘图设备输出这些图形。从这个角度讲，绘图输出就成为计算机的一种重要输出手段。这就是近年来在计算机外部设备中普遍增加了一种重要的输入——输出设备的原因。这种重要的输入——输出设备就是绘图仪和显示仪，以及静电图形输出装置等。

另一方面，我们必须强调指出的是，这些绘图设备自它诞生之日起，就不仅仅作为一种输出手段，而且还肩负着更重要的任务，成为设计工作自动化必不可少的工具。

这几年来，设计自动化（或称机助设计）得到了飞跃的发展。这方面的探索工作是较早的。在五十年代初期就有过由计算机为数控机床准备数据的想法，就是将机器零件的详细图形变成数据形式，然后再穿孔于纸带上，将纸带输入计算机内，由它控制机床加工。当然，这是一种自动加工，完全谈不上自动设计，但这种想法到了六十年代就慢慢地演变、

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

发展成为计算机应用的一个新领域——机助设计和加工（CAD和CAM）。到了六十年代末期，机助设计就进入了全面发展阶段。由于机助设计的需要，绘图设备趋向高级发展。

简单地说，所谓机助设计就是使用一套程序系统，经由图形输入、输出设备通过人-机对话进行整个工程设计。我们知道，计算机具有很高的计算速度，这是人类本身所不及的，但是计算机对某些很简单的，但不易用精确的数学语言表述的问题却缺乏判断能力。比如说，设计一个汽车车身，漂亮不漂亮，人们用眼睛一看就能大致做出一个判断，但是要计算机判断这个“漂亮不漂亮”的问题却是很困难的。因此，如果将人-机结合起来进行设计就能取长补短，加快设计速度。例如，人们可以大概地用光笔画一个汽车车身，经过计算机程序系统的整理、加工以及各种专业的计算，然后在荧光屏上显示出加工后的汽车车身。设计者可以对此进行评论，对不满意之处，用光笔进行修改。比如要求某处更凸些，某处从不光滑过渡到光滑的速度快些等等，命令计算机再次进行计算、加工装配，再显示出来。如此重复，直至满意为止。最后由程序系统绘出立体图、施工图，再进一步由计算机直接控制进行加工。这样，我们将第一次在设计工作中不再使用人力绘图，而用计算机和它的辅助设计系统，其中包括绘图系统来作设计工作。这件事的意义是重大的。

这种机助设计近几年来发展相当迅速，在某些部门已进入提供使用的阶段。

由上所述，我们可以从静与动的角度将计算机绘图分成静态绘图和动态绘图两种。所谓动态绘图指的是通过人机对话进行绘图，这是计算机绘图的高级阶段，但这个阶段需要大量的静态绘图作基础。动态绘图将更多地涉及具体的设计，诸如汽车、船舶、机械、建筑、飞机等的设计，尽管那里也有共同的绘图课题，例如浓淡曲面、隐藏曲面等，但由于受篇幅所限，本书就不讨论了。本书主要是介绍静态绘图的数学方法。

在静态绘图方面，我们将主要以绘图仪为背景来讨论绘图方法。显然，我们可以将所讨论的绘图方法原原本本地用到显示、静电等绘图设备上，但由于我们所讨论的主要是静态绘图，因此为明确起见，我们还是用输出图形精度较高的绘图仪作代表。只是到了第七章，我们才接触到一点动态绘图的问题，但是那也只是一提而已，目的是提示读者，静态绘图只是动态绘图的前站，可以从这里开始进入动态绘图。但是真正要达到机助设计这一目标，我们还需要走一段相当远的路程。

最后我们愿意指出，计算机绘图目前的用处已经很多，遍及工业、农业、国防和科学研究各个方面。例如在电子工业中，可绘制逻辑图、电路图、布线图、机械工程图；在制造大规模集成电路中，可绘制掩模图；在航空工业中，可绘制飞机机翼、理论外形图；在造船工业中，可绘制肋骨、船体外形图等；在地震、地质、大地测量、气象等部门中，可以绘制地质断面图、测量图（如海底地形图）、地图、天气图等；在土木建筑中，可以绘制结构分析的弯距剪力图、等值线图、设备布置图、钢结构中心线图、混凝土构件配筋图、建筑物投影图；在经济统计部门中，可用来绘制计划图、计量模型图、工厂生产流水线的时间表、火车时刻表以及各种图表；在医药卫生部门中，可绘制心电图、人体骨骼图、药效分析图等等。因此，继续深入研究计算机绘图，推进其发展是很有现实意义的。

§2 计算机与绘图仪

现在我们使用的绘图仪花样较多，大致情况如下：

形　　状：平台式；滚筒式。

驱动方式：开环步进马达；闭环步进马达；伺服步进马达；直线马达。

驱动机构：钢丝；钢丝齿带；齿条；丝杆。

作图面积：200毫米×25米；500毫米×750毫米；800毫米×1200毫米；1.8米×5.5米。

步　　距：0.25毫米；0.2毫米；0.1毫米；0.05毫米；0.0125毫米；0.01毫米。

精　　度：一般都是0.3%。

作图速度：3米/分；6米/分；12米/分；12米/分以上。

笔的种类：一支笔带九种符号；三支笔；四支笔。

插补情况：无插补器（只有单步信息）；有直线插补器；有直线、圆及二次插补器；既有直线、圆及二次插补器亦有单步信息。

脱机情况：联机使用（不能脱机使用）；用纸带脱机；用磁带脱机；自带小型计算机脱机。

图纸吸附：真空吸附；静电吸附以及其他吸附。

尽管绘图仪的种类、性能各式各样，但是有一点是共同的，即它必须具有一些基本动作。如果我们提出一个典型的绘图仪，它的基本动作应该有：

由笔的现在位置出发　往＋x走一步
往－x走一步
往＋y走一步
往－y走一步
往＋x＋y走一步
往＋x－y走一步
往－x＋y走一步
往－x－y走一步

（绘图笔的八个运动方向如图 1-1 所示）。

下笔　（将笔与纸接触）

抬笔　（使笔离开纸）

指定笔号

换纸

一般说来，绘图仪还应有一个“归零”动作，即将笔归到某固定位置，通常是归到绘图仪幅面的左下角。“归零”动作提供了利用硬件帮助消灭积累误差的一种办法。我们知道，绘图仪本身是有个精

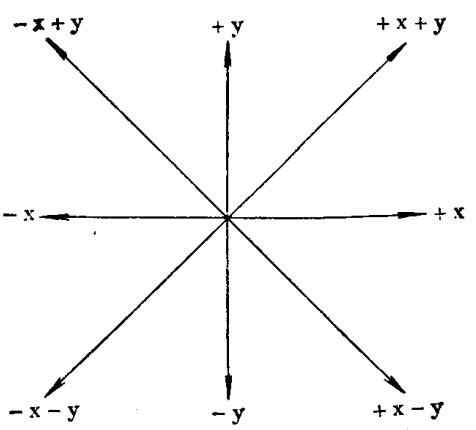

图 1-1　绘图笔的八个运动方向

度保证的，比如说精度为0.3%，即运行1米将可能误差3毫米，因为这是机械误差，计算机软件是无法进行控制的。因此如果绘制的图形较为复杂，那末运行路程较长时就有可能使这个误差积累到不能允许的程度。比如从原点出发绘制图形，当绘图笔画了若干图形后再回到原点时就可能不与原来的原点相重合。这种偏离的程度将随着运行路程的增加而增加。一旦有了“归零”动作，软件就可以进行适当控制，即运行一段时间后命令绘图笔“归零”，以便消灭在这段时间内可能积累起来的机械误差。

驱动绘图仪作上面这些基本动作的信息我们称为单步信息。

依靠这些单步信息，我们可以组织起任何复杂的图形，图形中任何光滑曲线将完全可以用绘图仪的前八个基本动作组成，也就是采取锯齿形逼近的方式。由于绘图仪的步距很小，例如0.1毫米以下，这种锯齿形是看不出来的，宏观看去，仍然是一条“光滑”的曲线（图1-2）。现在许多绘图仪就只向用户提供这些单步信息的功能，在绘图时，完全依靠主机将要绘制的图形加工成这种单步信息的序列去直接驱动绘图仪工作。例如图1-2，要绘制点（0，0）到点（10，7）的直线段，则主机要加工成的单步信息序列如下：

动作名称	动作假设代码
+x+y	5
+x	1
+x+y	5
+x+y	5
+x	1
+x+y	5
+x	1
+y	4
+x	1
+x+y	5

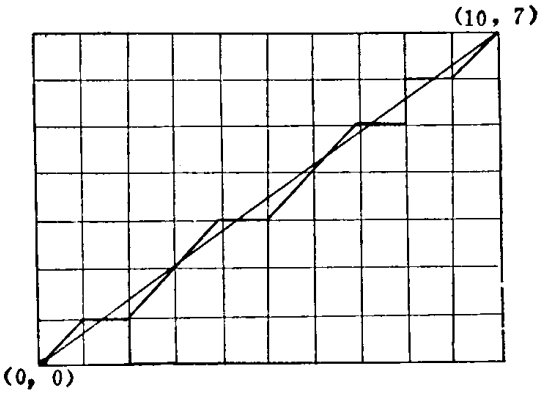

图 1-2　用基本动作逼近光滑曲线

右边是动作的假设代码（参看表3-2）。

另一种绘图仪则不向用户提供这种单步信息的功能，而是用硬件来组织这些单步信息，构成“进一步”的信息，即提供直线、圆、抛物线插补功能。用户只要提供少量信息，绘图仪即能自动绘制直线段、圆、抛物线。当然，在这种绘图仪内部，要实现直线、圆、抛物线的绘制时也是化成单步信息序列来实现的，只是这种单步信息的功能一般不直接提供给用户而已。而且不同的绘图仪所拥有的插补功能也不相同，有的只有直线插补，有的则具有二次插补，这种绘图仪都称为具有插补器的绘图仪。用户要绘制的图形必须都转化为画直线、或圆、或抛物线，也就是一切图形都由直线、圆或抛物线来逼近。

读者自然会想到，如果要绘制的曲线不可能由这些基本曲线逼近时，更准确地说，如果要硬性规定只能用这些基本曲线来组织要画的曲线时，我们将不得不几乎一个步距一个步距地发直线段或二次插补的信息。这是很麻烦的。在绘图仪上工作的同志经常地要碰到这类似乎是没有问题的问题。这类问题通常也不是一、两句话就能解决得了的。底下，我们就上述问题及其他有关的问题稍加讨论，顺便地也提及一、两个目前还需要进一步改进的硬件方面的问题。

一、联机与脱机

所谓联机指的是绘图仪和计算机直接连接，由计算机直接驱动绘图仪工作。这种连接的好处是马上可以看到图形。但是绘图仪是机械速度，它无论如何也赶不上计算机的电子速度，这就造成了主机经常的等待。随着计算机绘图日益广泛的使用，计算机担负的绘图量将大大地增加，同时绘图工作日益复杂，所需占用的存储容量越来越大，因而它所需用的计算机亦日趋大型，联机这种工作方式的弊病（它将把任何高速运行的计算机统统降到每秒运算万余次以下！）将愈来愈显得严重。如果我们每天绘制二十张700毫米×500毫米幅面的设计图，速度为5米/分，图形的复杂性如图7-2和图7-3所示，那么这台计算机除了绘这些图之外几乎什么都干不成了。这样成图的速度是极低的，成本是极高的，有时一张图的成本可高达数千元，因而这种绘图仪也就无法实际使用，对于工业企业单位，更无从推广。

因此，目前在设计安装绘图仪时首先要考虑的第一个问题就是使绘图仪脱机，即脱开图形加工所使用的大型高速主机，使得绘图工作高速度进行而成本又大幅度下降，降到一幅图几十元，十几元之下，只有这样，我们才有可能大规模地推广使用计算机绘图。

那末，能否利用多道程序来克服这个困难呢？比如先用主机高速度地进行图形加工，加工所形成的信息都记录到磁带上，全部图形加工完毕再利用多道程序控制绘图仪绘图以节省大量主机时间。在多道程序的调度算法能够保证绘图仪高效率工作的前提下，这是可行的，即保证绘图仪发回的中断请求能够打断其他一切工作，如果能够这样做，当然比起联机作业要合理多了。但是即使这样，用大型主机做如此简单的控制依然是不合算的。尤其是，绘图所需要的时间一般说来是相当长的，在此期间依然要占用相当多的主机时间。在不能保证绘图仪发回的中断请求能够打断其他一切工作时，还要出现新的问题，即它将极大地提高对绘图仪的要求。因为多道程序运行时绘图仪也不能关闭等待，那末绘制一张图的时间就要一倍、两倍甚至数倍地延长，这就相应地要求绘图仪稳定的时间成倍地延长（单就要求绘图仪稳定的时间数倍地延长这一点，目前都难于被接受）；同时，绘图仪的高速档也难于发挥作用，从而使成图时间长得难以忍受。

如何正确地解决这个问题呢？我们设想应该设计安装这样一台完全脱机的绘图仪。这台绘图仪的工作方式如图1-3所示：

首先主机高速度地进行图形加工。这种加工达到这样的程度，如将加工好的信息发送到绘图仪，不需要任何再加工即能驱动绘图仪工作。这些加工好的信息将以完全指定的形式记入特定的磁带或软盘保存（为确定起见，以磁带为例）。下机后，将记有图形信息的磁带挂在绘图仪的磁带机上工作。鉴于我国目前计算机及外部设备花样繁多，因而要求主机上所安装的磁带机和绘图仪所带的磁带机应是特定的，对于绘图仪驱动信息的规定应该是统一的，主机必须按照这个统一的信息规定进行图形加工并记入特定的磁带。一般来说可按4位2进制数作为一个信息来规定，这样使得无论在哪台计算机上进行加工都可以在新设计安装的绘图仪上绘图，只要这台计算机安装上所要求的磁带机即可，这就便于推广，也方便工作。

当记有绘图信息的磁带挂上绘图仪的磁带机后，将按图1-3的原理进行工作。这里控

制系统只完成控制磁带轮流地向缓存 1 和缓存 2 输送信息的任务。有了两个缓存，就有可能调节时间，使得绘图仪和控制系统都将不间断地工作。由于现在控制系统的任务极其简单，因此就可以将它设计得非常简单、造价非常低，这对于降低成图成本是非常必要的。

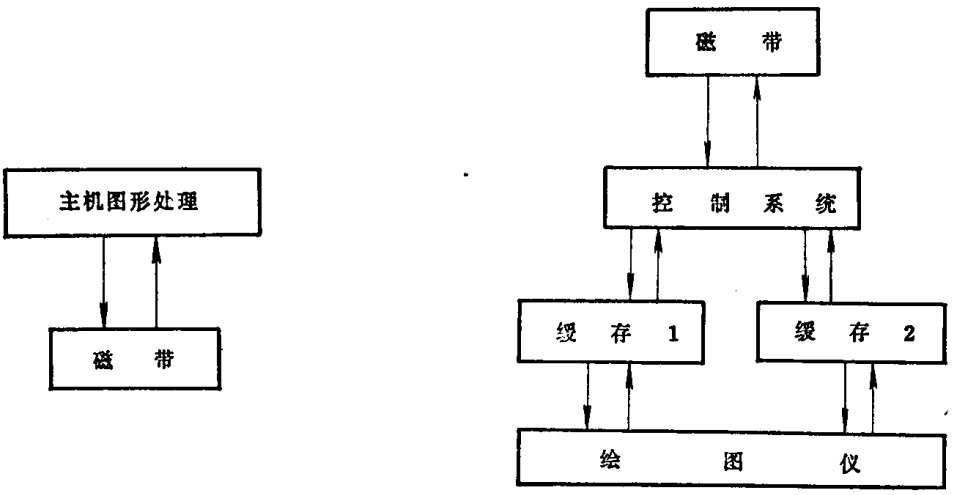

图 1-3　脱机绘图仪工作原理

二、插补与单步信息

如前所述，目前我们使用的绘图仪有两种，一种是带有插补器的，一种是不带插补器的——即只具有单步信息。前者允许发几个简单信息即可绘制直线、圆或抛物线；后者完全靠单步信息驱动工作。

现在的问题在于，这两种功能对于每台绘图机来说往往都只能二者居其一，不能兼而有之，那末好处有时就变成了坏处。

首先，本来有插补器的绘图仪能大大节省信息量，并大大节省主机工作时间，但如果联机使用，主机反正得等待绘图仪完成指定的动作才能继续运算，所以经常处于等待状态，这样绘图仪上的插补器就完全成了多余的、重复的东西，与其如此，还不如干脆使用主机进行插补，速度反而快些，灵活性也更强些。

第二，插补能力的不足反而成了障碍。目前插补器多为线性、圆或抛物插补，这是适应六十年代左右数学上插补的情况，因为那时使用的插补多半是线性、顶多二次插补。在绘图方法发展起来以后，人们现在多喜欢使用三次插补。但是即使有了三次插补，在使用上犹嫌不足，因为许多曲线由于种种原因，不易用一次、二次、三次插补，因此必须用单步信息，一步一步地进行绘制。但是由于有插补器的绘图仪往往不提供单步信息的功能，本来绘制一步只要发一个四位二进制数即可直接驱动，现在必须发一个直线插补信息外加 Δx、Δy 两个信息，从而信息长了几倍，加上插补器毫无用处的“插补”，耗费了许多时间，延长了绘图时间。

这么一说，似乎是插补器只有百害而无一利了吗？不！绝不！只应该说，在联机使用绘图仪时，插补器是毫无用处的，而在脱机使用时，它使得信息量大大减少，大量地节省主机的时间。例如画一条直线段，主机只需要发一个直线插补信息外加两个数 Δx、Δy 即可，设总共可占 7 个 4 位二进制数，其中，一个 4 位二进制数作直线信息，Δx、Δy 各占

3个4位二进制数。但如果发单步信息，要画出这个信息所允许画的直线段，则至少需发（$2^{12}-1$）个4位二进制数信息，多者达2^{23}个信息，信息量是巨大的。

从上面的论述可以看到，在脱机使用绘图仪的情况下，插补器将使信息量极大地减少并节省主机的时间，而单步信息的功能将使绘图仪有很灵活的绘图能力。从目前情况看，在一般情况下，绘图仪所拥有的功能按重要性排一下队，应该是：

单步信息；
线性插补；
圆插补；
三次插补；
二次插补。

因此，一台脱机使用的绘图仪，应该同时具有单步信息和某些插补能力，这些插补功能的选取应在上述排队中选靠前面的，并在软件和硬件的代价方面适当地进行折衷考虑后，再做选取的决定。插补的原理可采用第三章的正负法绘图方法。

用纸带作脱机手段，速度太慢，可靠性差，不宜采用。

三、速度问题

目前绘图速度太慢，除了受马达的速度影响外，还有一个原因：绘图仪高速运行时，如果所绘曲线的导数变化太大，或通俗地说，曲线转弯过急，那末所绘出的曲线就要失真——冲过头了。图1-4示出了几个不允许绘图仪高速运行的例子，因为在高速运行时绘图仪的笔在A点刹不住车而冲过了头。

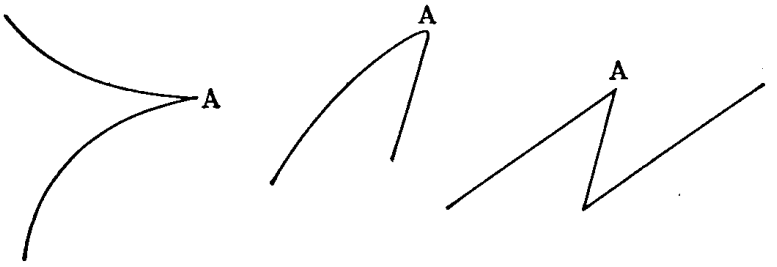

图 1-4　不允许高速绘图的例子

为了提高绘图速度，目前搞了加速-高速-减速运行方式，即在绘图仪进入高速运行前，必须有一段距离进行加速；在进入高速运行后，在绘图笔运行的方向上，只允许曲线在某一角度θ（一般是45°或更小些）内运动，见图1-5；如运动的角度超出θ，则在此之前一段距离内就必须减速，以便到此之前成为低速运行，此时才允许曲线作较大角度的方向变化。这种运行方式对高速绘制一条曲线进行了严格的限制。这对于软件是一个很大的负担。因为绘图仪管理程序系统必须事前知道曲线的导数变化情况，除了简单的情况外，一般是不可能的。因此一种可能的解决办法是要求主机的缓冲区能容纳下一条曲线的全部信息（包括单步信息和插补信息），主机加工完

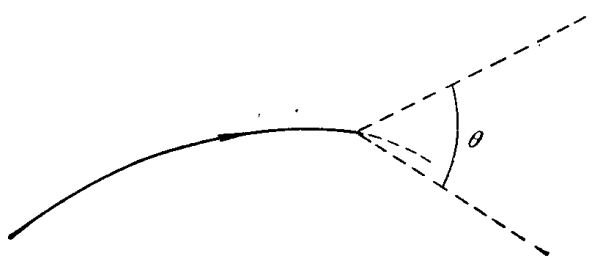

图 1-5　高速运行的角度限制

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com

毕再重新检查一遍整条曲线的信息，添加上加速和减速信息后再发往外存。且不说这工作的麻烦，单就为了容纳下整条曲线的绘图信息就需要数万内存作缓冲区，这当然是不合理的。如使用其他方法则很费事，亦很难充分发挥高速运行的作用。

因此在软件、硬件，尤其是硬件方面，要求做到既要高速，又要省力是一个值得研究的问题。

四、绘图仪笔头精度

这个问题比较严重，我们不妨在这里顺便提及。线路、整体设计是容易被人们重视的，而笔头却往往被忽视，其实，它是绘图时至关重要的部分之一。我们现在使用的绘图仪的步距通常是0.1～0.01毫米，但使用的笔头多为普通绘图笔或元珠笔，其本身出水情况完全将绘图仪精度消耗殆尽，更不用说换笔动作了。因此笔头的形状、出水的形式都大有研究的必要。这些已超出本书的范围，我们就不再讨论了。

第二章　平面数据点及平面曲线的输出

本章虽简单，但所讨论的内容却构成了以后各章的一个基础。

§1 平面数据点的输出

给出一个点列$\{P_i\}$,$P_i=(x_i, y_i)$, $i=1, 2, \cdots, N$,当要求我们在绘图仪上输出它时，我们马上就发现，在计算机绘图中，显然地存在着两个坐标系：一个是用户数据坐标系。这个坐标系是千变万化的，它的原点、单位是随着用户的不同而不同的，并且点列$\{P_i\}$的数值范围也是千差万别的；另一个是绘图仪坐标系。这个坐标系是不变的，它以某一个步距网格点作为原点，一般来说，总是以绘图仪最左下角的点作为原点，它的一个单位就是绘图仪的一个步距。我们的所有图形，不论它原来出自何处，它的原点、单位是什么，现在都必须采用绘图仪坐标系表达出来，因此我们必须首先来考察一下这个绘图仪坐标系的特点。这个坐标系有些什么特点呢？

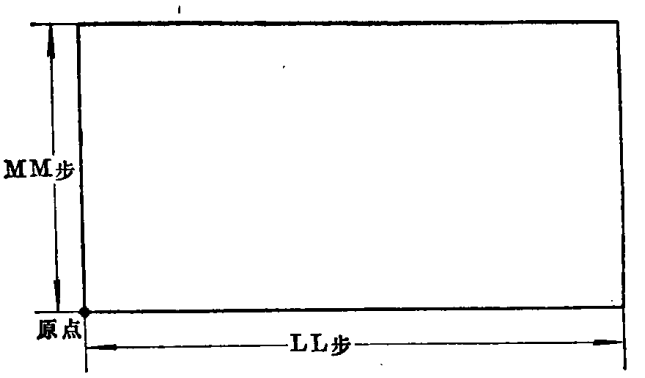

图 2-1　绘图仪的有效幅面

第一，这个坐标系只能表示一定范围的数值。如果我们将这个坐标系的原点取在左下角，并设绘图仪的有效幅面为LL步×MM 步，如图2-1所示，则这个坐标系所能表达的数值范围为

$$\left.\begin{aligned} 0 \leqslant X \leqslant LL \\ 0 \leqslant Y \leqslant MM \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}1)$$

而要将一个数值范围任意的点列在这样的坐标系表达出来，显然就需要在用户坐标系和绘图仪坐标系之间作一个包括平移、压缩（或扩张）的线性变换——通俗地说，也就是选定相对原点和比例尺的问题——这个变换就是

$$\left.\begin{aligned} X &= n_x(x-x_{min}) \\ Y &= n_y(y-y_{min}) \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}2)$$

通过这个变换，使得由$\{(x_i, y_i)\}$形成的点列能全部在绘图仪的有效幅面上表示出来。其中（x，y）是用户坐标系下的点，（X，Y）是绘图仪坐标系下的点，而

$$\left.\begin{aligned} n_x &= \frac{LL}{x_{max}-x_{min}} \\ n_y &= \frac{MM}{y_{max}-y_{min}} \\ x_{max} &= \max_i\{x_i\} \\ x_{min} &= \min_i\{x_i\} \\ y_{max} &= \max_i\{y_i\} \\ y_{min} &= \min_i\{y_i\} \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}3)$$

这就是说，绘图仪坐标系的原点表示了用户坐标系的（x_{min}, y_{min}）这个点，而n_x是使得点列$\{P_i\}$在绘图仪坐标系下，在绘图仪幅面上能够容纳下的x方向的最大比例尺，n_y则是同样意义下，y方向的最大比例尺。如果需要，当然可以任意缩小这两个比例尺，或者让它们取成相等（取小的一个），但不允许扩大这个比例尺，否则绘图仪幅面就容纳不下$\{P_i\}$的全部点。设这个绘图仪的步距为ss毫米，则在输出的幅面上$ss\times n_x$毫米表示了用户数据坐标系中x方向的一个单位，$ss\times n_y$毫米表示了y方向的一个单位。有时为了成图后丈量方便，可以对n_x、n_y进行适当处理，使得$ss\times n_x$，$ss\times n_y$的数值便于丈量。例如求得3.25103334毫米对应用户数据的一个单位，自然不便丈量。这时可以处理比例尺，使得绘图仪上3.25毫米对应用户数据的一个单位，或者干脆用3毫米对应用户数据1个单位的比例尺制图。这时必须注意的是，做这些处理时，既要使处理后便于丈量，还应该照顾幅面大小。

当然，如果在一个幅面上要绘制两个以上点列时，在寻求x_{min}，y_{min}，x_{max}，y_{max}，n_x，n_y时应该看成一个点列来处理，以便统一原点和比例尺，这是不言而喻的。

在用户对自己的数据有所了解的情况下，用户也可以自己选择所需要的相对原点（x_{min}，y_{min}）及比例尺n_x、n_y，其中也就包括了选择$n_x=n_y=1$的情况，这种选择唯一的约束就是保证绘图仪幅面能容纳下全部数据点。

总而言之，我们截取了原来坐标系的

$$x_{min}\leqslant x\leqslant x_{max}$$

$$y_{min}\leqslant y\leqslant y_{max}$$

部分，而且将这一部分作了一个平移、压缩（或扩张）后在绘图仪幅面上表达了出来（图2-2），这时$ss\times n_x$毫米、$ss\times n_y$毫米分别表示了用户坐标系中x，y方向的一个单位。

第二，这个坐标系只能标记（2-1）式范围内的整数。比方说，在x方向上经过(2-3)式处理后我们得到5.2，但绘图仪只能标出5或6而不可能标出5.2。所以我们就得采用通常的四舍五入的方法，将两个相邻整数所成的区间一分为二，如果一个点x落在这个区间中，就看其落在哪一半，从而标出最靠近x的整数点。

但是绘图仪绘图是逐点移动的，我们不能在标记一个点时总是以绘图仪这个绝对坐标系的原点为标准，也就是说，我们不能每绘制一个点都回到坐标系原点再去寻找第二点。通常总是从第一点出发去寻找第二点，从第二点出发去寻找第三点等等，即为增量式的。

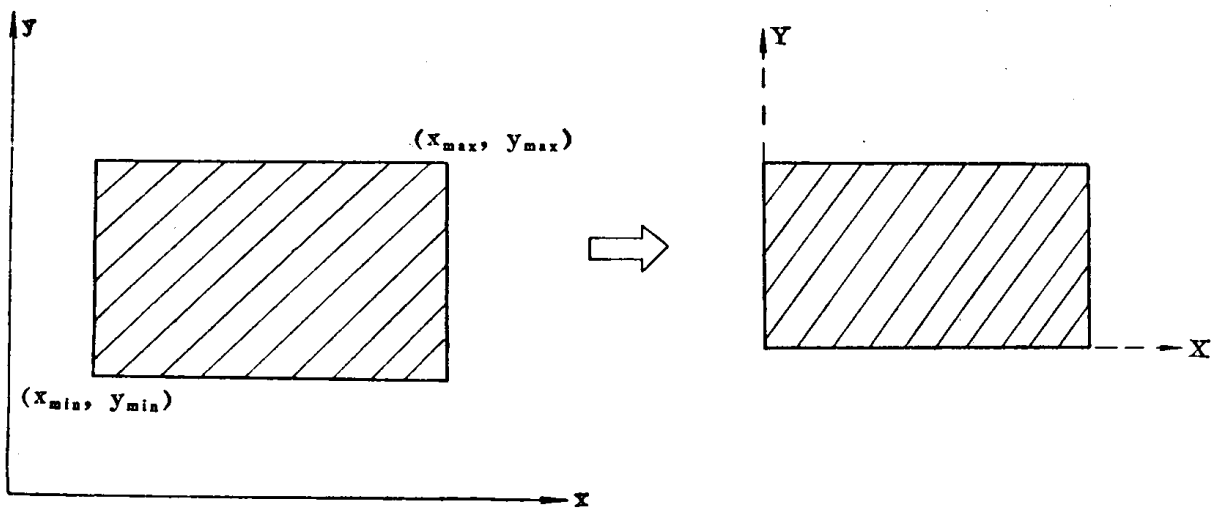

图 2-2　在绘图仪幅面上表示用户坐标系下部分数据

这种增量式的计算，在绘图仪坐标系中也有其独特的特点。为了简要地说明这个问题，假定下述所有点集都已是绘图仪坐标系下的量值(即它们的单位都已是绘图仪的单位：步)，我们来看看在绘图仪坐标系中通常的增量式计算会发生什么问题？

现设要在绘图仪上输出点列 $\{P_i\}=\{(x_i,y_i)\}$。按逐点输出方法，假设已输出第 n 点 $P_n=(x_n,y_n)$，从第 n 点出发来输出第 n+1 点，即置

$$\Delta x_n = x_{n+1} - x_n$$

$$\Delta y_n = y_{n+1} - y_n$$

从点 (x_n, y_n) 出发，往 x 方向移动 Δx_n 步，往 y 方向移动 Δy_n 步到达 (x_{n+1}, y_{n+1})。具体到绘图仪实现时应往 x 方向移动 $[|\Delta x_n|]$ 步，往 y 方向移动 $[|\Delta y_n|]$ 步。或者更准确些，往 x 方向移动 $\left[|\Delta x_n| + \frac{1}{2}\right]$ 步，往 y 方向移动 $\left[|\Delta y_n| + \frac{1}{2}\right]$ 步，这里 [ ] 表示取整数，移动的正负方向由 Δx_n，Δy_n 的符号而定：Δx_n 为正时往 +x 方向移动，Δx_n 为负时往 −x 方向移动，y 的方向也类似地决定。这样的处理在数学上是正确的，但在使用绘图仪的情况下，上述处理是错误的。请看例子：

例 1　在绘图仪上输出 4 个点：

(1, 0)，(1.3, 2.3)，(2.5, 3.7)，(3.8, 5.1) 绘图仪将依照上述处理方法，第一点输出在 (1, 0)，以后各点的情况是：

$$\begin{cases} \Delta x_1 = 0.3 \\ \Delta y_1 = 2.3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_2 = 1.2 \\ \Delta y_2 = 1.4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta x_3 = 1.3 \\ \Delta y_3 = 1.4 \end{cases}$$

即笔离开第一点到达第二点是往 +x 走 0 步，往 +y 走 2 步，所以实际上到达点 (1,2)；

离开第二点到达第三点是往＋x走1步，往＋y走1步，实际到达（2，3）；离开第三点到达第4点是往＋x走1步，而往＋y走1步，实际到达（3，4）。按常识第4点应该标记在（4,5）点上，但现在却不是这样。我们只移动了三次就出现了这么大的误差，当然这是不能容许的。让我们再看一个极端的例子。

例 2 绘制以下点列：

x	y
1.1	1.2
1.2	1.4
1.3	1.6
⋮	⋮

按照上述方法，对于这个点列绘图仪的绘图笔永远只能停在点（1，1）上不能前进，显然这是不合理的。这种问题的产生是由于数值计算的结果可以是非整数的，而绘图笔却只能落在步距格网点（整数点）上。这种数值计算与笔的位置的不协调造成了上述不合理的情况。

为了克服这个困难，我们引入一对新的量（Wx，Wy），它记录着笔当前的位置。在每一次移动之后都要计算出绘图笔的新位置，后一点的移动都从笔当前的位置出发，而不再从上一点的数值出发。具体地说，假设已绘制出第n个点（x_n，y_n），此时笔的位置记录为（Wx_n，Wy_n），那末令

$$\left.\begin{aligned}\Delta x_n&=\left[\,|x_{n+1}-Wx_n|+\frac{1}{2}\right]\mathrm{SIGN}(x_{n+1}-Wx_n)\\ \Delta y_n&=\left[\,|y_{n+1}-Wy_n|+\frac{1}{2}\right]\mathrm{SIGN}(y_{n+1}-Wy_n)\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{-}4)$$

式中 [ ]——表示取整数运算；

SIGN(x)——表示取x的符号：

$$\mathrm{SIGN}(x)=\begin{cases}1 & x\geqslant 0\\ -1 & x<0\end{cases}$$

笔离开（Wx_n，Wy_n）往x方向移动$|\Delta x_n|$步，y方向移动$|\Delta y_n|$步，移动方向的正负分别由Δx_n，Δy_n的符号决定，那末就到达点（x_{n+1}，y_{n+1}）。此时笔的相应位置应为：

$$\left.\begin{aligned}Wx_{n+1}&=Wx_n+\Delta x_n\\ Wy_{n+1}&=Wy_n+\Delta y_n\end{aligned}\right\}\qquad(2\text{-}5)$$

输出开始时，一般可通过归零动作令$Wx_0=Wy_0=0$。所以很明显，当绘图仪坐标系的原点放在幅面的最左下角的格网点时，wx，wy永远是正整数。

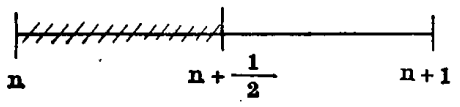

图 2-3 式（2-4）的几何解释

式（2-4）有个简单的几何解释。如在x方向：一个点落入某整数区间，则将此区间一分为二，落入左半区间时则以左边整数点标记此点；落入右半区间时则以右边的整数点标记此点（图2-3）。显然这种标记方法比起通常以取整数来标记一个点的方法要合理得多。在本书中我们将自始至终地使用这种求整方式。有时称之谓特殊求整

法，有时亦称为绘图求整法。

总之，我们用数据点相对于笔的位置进行移动来代替后一个数据点相对于前一个数据点的移动，这样做完全解决了上面出现的困难。可以看出，式（2-4）和（2-5）有如下三个优点：

（1）解决了一个点在绘图仪幅面上的合理位置。例如5.1和5.9，则一个必取在5，另一个必取在6。

（2）没有积累误差。积累误差是计算机绘图中特别要注意的问题。

（3）前面点列中P_n的计算错误不影响P_{n+1}、P_{n+2}……的正确输出。

对于任意的平面曲线，我们都可以看成高度密集的点列。因此在今后所有点列、曲线、图案的绘制中全都采用式（2-4）和（2-5），这样我们在软件方面就完全消灭了由增量计算中产生的积累误差。

例3 欲绘制一条曲线 $y=f(x)\quad a\leqslant x\leqslant b$

为简单起见，假设此曲线在绘图仪幅面上已能容纳，x、y的单位都已是绘图仪坐标系下的量值。至于曲线在幅面上容纳不下及x、y不是绘图仪坐标系下量值的情况，可以用下一节讨论的方法，用引进相对原点及比例尺的方法加以解决。现在我们讨论简单的情况。取步长 $h=\frac{b-a}{N}$，设$x_0=a$，计算点列

$$x_{i+1}=x_i+h$$
$$y_{i+1}=f(x_{i+1})$$

那末就得到点列$\{(x_i,\ y_i)\}$，$i=0,\ 1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ N$。显然

$$Wx_0=[a+0.5]$$
$$Wy_0=[f(a)+0.5]$$

[ ]依然表示取整数。然后用式(2-4)、(2-5)逐点计算Δx_i，Δy_i，Wx_{i+1}，Wy_{i+1}，逐点用阶梯线（图2-4）或折线（图2-5）连接起来，只要h相当小，比如小到一个步距，那末就能得到曲线$y=f(x)\ a\leqslant x\leqslant b$。

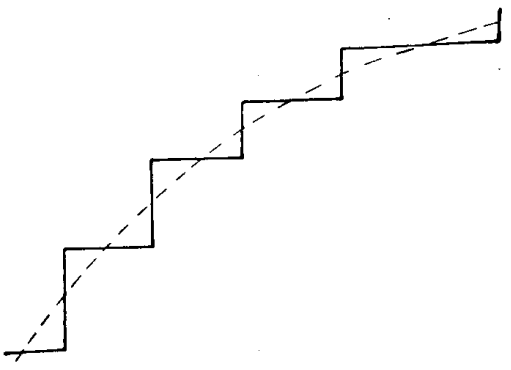

图 2-4 用阶梯线逼近形成曲线

图 2-5 用折线逼近形成曲线

试读结束，需要全本PDF请购买 www.ertongbook.com