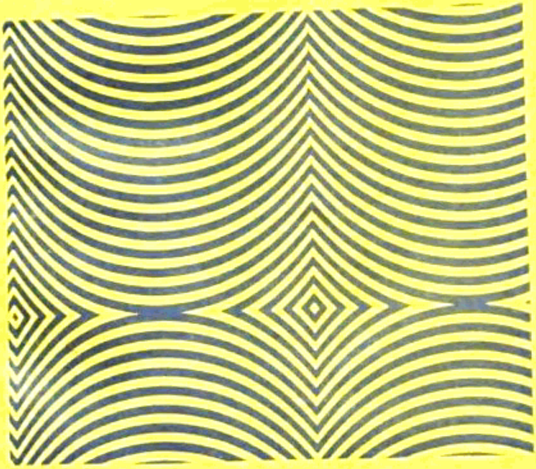
JINGJI SHUXUE XUEXI FUDAO

经济数学学习辅导

北京广播电视大学经济数学中心组 编

中国经济出版社



前 言

本书是北京电大财经类各专业经济应用数学基础课程必备的学习辅导书，内容包括经济应用数学基础教学大纲中所要求的全部内容，编写本书的目的是辅导学员学习领会该课程各部分的教学要求，掌握教材的重点。力求帮助学员弄清概念、掌握分析问题的思路和解答问题的方法。本书的学习辅导部分包括内容提要、学习要求、学习辅导、自我检测题四项。补充练习题主要是补充教材练习题的不足之处，着重增加单项选择题和填空题，以适应目前试题中客观性试题的要求。由于本书以辅导学员弄清概念和掌握方法为主旨，并编有大量典型例题来演示，对自学一元微积分和线性代数相应内容的学员会有一定帮助，因此本书也是一本自学参考书。

本书由北京电大数学教研室经济数学中心组负责编写，参加本书编写工作的有刘其隆（第一篇第一、二章）、张雪（第一篇第三、四章）、周书先（第一篇第五、六章）、王培根（第二篇一、二、三章），另外刘德荫同志帮助审阅了部分内容。

由于时间仓促，水平有限，错误或疏漏之处在所难免，欢迎读者批评指正。

编者　　1994.7.15

目　　录

第一部分　学习辅导

第二部分　补充练习题

第一部分　学习辅导

第一篇　　一元微积分

第一章　函数

一、内容提要

(一) 常量与变量

常量与变量是相对于某一个过程而言的，是相对的。在过程中取定值的为常量，否则就是变量。

(二) 函数

1、函数关系是指某一变化过程中的两个变量(如 x,y) 之间的对应关系，当自变量 x 在某一变化范围 D 内任取一个值时，按照确定的对应规律 f，就有唯一的 y 值与之相对应，即：

$$\text{任一 } x \in D \xrightarrow{\text{对应规律 } f} \text{唯一 } y$$

此时称 y 是自变量 x 的函数，以 $y = f(x)$ 记之。

2、函数表示法：常见三种方法

公式法(解析法)：用数学式表示函数关系，显函数用 $y = f(x)$，如 $y = \sin x$，$y = 3x^2 + 2x - 1$，$y = a^x \log_b (x + 1)$ 等。隐函数由方程 $f(x,y) = 0$ 表之，如 $x^2 + y^2 = a^2$，$e^{xy} + 2xy = y^2$ 等。分段函数，由于在自变量的不同范围函数关系不同，因此采用分段表示，如

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & x \geqslant 0 \\ x^2 - 2x + 3 & x < 0 \end{cases}$$

表格法：用表格表示 x,y 的相互关系。

图示法：用图象表示函数关系。

3、自变量 x 的变化范围 D 与对应规律 f 是函数的两个基本要素，若两个函数 D 与 f 相同则是两个相同函数，若 D、f 至少有一个不同，函数就不同。由此可见由定义域与对应关系可以完全确定一个函数。据此，可以判定两个函数是否相同。从自变量 x 的值得到因变量 y 的值的法则称为函数的对应规律，确定函数表达式有意义的自变量变化范围称为求函数的定义域。

(三)　函数的主要性质

1、奇偶性：函数 $y = f(x)$ 若满足

$f(-x) = -f(x)$ 称 $f(x)$ 为奇函数，

$f(-x) = f(x)$ 称 $f(x)$ 为偶函数。

2、单调性：对任 $x_1, x_2 \in D$，若 $x_1 < x_2$ 时，函数

$f(x_1) \leqslant f(x_2)$　称 $f(x)$ 为单调增函数，

$f(x_1) \geqslant f(x_2)$　称 $f(x)$ 为单调减函数。

3、周期性：若存在正数 T，使 $f(x+T) = f(x)$ 称 $f(x)$ 为周期函数，满足以上关系的 T 中的最小正数称为 $f(x)$ 的周期。如 $\sin x$ 周期为 2π。

4、有界性：若存在 $M > 0$，对一切 $x \in D$，恒有 $|f(x)| \leqslant M$ 称 $f(x)$ 在 D 上有界。有界性有时可以相对于某一个区间而言。

(四) 反函数

若函数式 $y = f(x)$ 确定了 x 是 y 的函数，记为 $x = \varphi(y)$，就是 $y = f(x)$ 的反函数。函数的反函数是将函数式中自变量看作因变量，因变量看作自变量而得到的新函数关系。实际上反函数与它的原来函数中两个变量的相互关系是没有改变的。例如 $y = 3x + 2$ 的反函数是 $x = \dfrac{y-2}{3}$(叫反函数的原型)，其中 x 与 y 的关系没有改变，只是从原对应规律 $x \xrightarrow{f} y$ 中解出 $y \xrightarrow{f^{-1}} x$，前者 x 是自变量，即由 x 决定 y，后者 y 决定 x。后者的对应规律是前者 $y = f(x)$ 的对应规律 f 的逆规律 f^{-1}。即 $y = f(x)$ 的反函数 $x = f^{-1}(y)$，习

惯上记作$y=f^{-1}(x)$。如$y=3x+2$的反函数习惯上写成$y=\frac{x-2}{3}$，(叫反函数的习惯型)。反函数关系是对称的，即$y=3x+2$的反函数是$y=\frac{x-2}{3}$。同样$y=3x+2$也是$y=\frac{x-2}{3}$的反函数。

(五) 基本初等函数，基本初等函数是指下面六类函数：

1　常量函数　$y=c$(c常量)

2　幂函数　$y=x^{\alpha}$(α实数)

3　指数函数　$y=a^{x}(a>0,a\neq 1)$

4　对数函数　$y=\log_{a}x(a>0,a\neq 1)$

5　三角函数：$y=\sin x$　$y=\cos x$　$y=\mathrm{tg}x$　$y=\mathrm{ctg}x$

$y=\sec x$　$y=\csc x$等

6　反三角函数：$y=\arcsin x$　$y=\arccos x$　$y=\mathrm{arctg}x$

$y=\mathrm{arcctg}x$等

要记住表达式、定义域、图象和简单性质。

(六) 复合函数

若$y=f(u),u=\varphi(x)$且当$x\in D$时，其函数$u=\varphi(x)$的值域落入$y=f(u)$的定义域内，则$y=f[\varphi(x)]$称y是自变量x的复合函数，其中u称为中间变量。

(七) 初等函数

基本初等函数经过有限次四则运算和复合构成，且能用一个表达式子表示的函数称为初等函数。分段函数因为不同的自变量范围函数表达式不同，因此不是初等函数。

(八) 常见经济函数举例

1　成本函数、总成本C是产量q(或用x)的函数

$C(q)=C_0+C_1q$

其中C_0是固定成本，C_1是生产单位产品增加的成本(可变成本或

直接成本)。

平均成本$AC=\frac{C}{q}=\frac{C_0}{q}+C_1$

2　需求函数　某产品的市场需求量Q是价格P的函数$Q=Q(p)$

3　价格函数　商品的价格P是销量q的函数关系$P=P(q)$

4　供给函数　企业对商品的供应量Q是价格的函数$Q=S(p)$

5　收益函数　商品的价格为P,销售量为q,总收益(收入)R,$R=pq$

R可以是销售量q的函数$R=R(q)$,也可以是价格P的函数$R=R(P)$。

6　利润函数　总利润L是销售量q的函数

$L=L(q)=R(q)-C(q)$

7　库存函数(库存问题)

设在一个计划期内商品需求量Q(常量),商品购进与销售是均匀的(此时库存量是批量的一半),每次进货的费用为常量a,每件商品在计划期内的贮存费为b,在以上四个条件下,每批购货的数量q与进货次数n是变的,但$Q=nq$,则:

进货费用　$an=a\frac{Q}{q}$

贮存费用　$b\cdot\frac{q}{2}=b\frac{Q}{2n}$

总费用　$E=a\frac{Q}{q}+b\cdot\frac{q}{2}$或$E=a\cdot n+b\cdot\frac{Q}{2n}$

二　学习要求

1、理解函数的概念,会求函数定义域,知道函数关系中对应法则"f"的意义并能解题(包括分段函数求定义域和对应法则)。

2、了解函数的简单性质,重点掌握判断奇偶函数的方法。

3、了解反函数的概念、性质，能具体求出较简单函数的反函数。

4、掌握六类基本初等函数的表达式、定义域、图象和基本性质。

5、理解复合函数与初等函数等概念，会分解复合函数为若干个简单函数。

6、会根据应用题的条件写出成本函数、平均成本、需求函数、价格函数、收益函数、利润函数、库存函数等。

三　学习辅导

（一）函数概念　主要是函数关系的两个要素，即函数的定义域与对应关系，函数的值域是由它们所决定的。

1、求函数的定义域：

一般求函数定义域就是确定使函数表达式有意义的自变量变化范围（应用题则由实际问题来决定）。

例 1　求下列函数的定义域

（1）　$y = \sqrt{x+2} + \sqrt{x^2-1}$

（2）　$y = \dfrac{\ln(x-1)}{x^2-4}$

（3）　$y = \arccos\dfrac{x+1}{x}$

（4）　$y = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & x \leqslant 0 \\ \dfrac{1}{x}\ln(1-3x) & x > 0 \end{cases}$

分析：求函数定义域一般需考虑以下方面：

① 偶次根式被开方数非负。

② 对数的真数为正。

③ 分式分母不为零。

④ 三角函数：$\operatorname{tg}x$，　$x \neq n\pi + \dfrac{\pi}{2}$；　$\operatorname{ctg}x, x \neq n\pi$

反三角函数 $\arcsin x$　$\arccos x$　$|x| \leqslant 1$

⑤ 分段函数的定义域是各部分定义域的总和。

⑥ 由多个函数构成的函数，其定义域是所有函数定义域的公共部分。

解：(1) $\sqrt{x+2}$ 的定义域　$x+2 \geqslant 0$ 即 $x \geqslant -2$

$\sqrt{x^2-1}$ 的定义域是 $x^2-1 \geqslant 0$ 即 $x \geqslant 1$ 或 $x \leqslant -1$，函数的定义域是上面两个函数的共同定义域，即 $-2 \leqslant x \leqslant -1$ 或 $x \geqslant 1$。

(2) 由不等式组

$$\begin{cases} x-1>0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}$$

得定义域：$1<x<2$ 或 $x>2$

(3) $\because \left|\dfrac{x+1}{x}\right| \leqslant 1$ 且 $x \neq 0$

$\therefore |x+1| \leqslant |x|$

当 $x>0$ 时，$x+1 \leqslant x$ 无解；

当 $-1 \leqslant x<0$ 时　$x+1 \leqslant -x$　得　$-1 \leqslant x \leqslant -\dfrac{1}{2}$；

当 $x<-1$ 时　$-x-1 \leqslant -x$　恒成立

$\therefore$ 定义域：$x \leqslant -\dfrac{1}{2}$

(4) 当 $x \leqslant 0$ 时　$1-x^2 \geqslant 0$ 即 $-1 \leqslant x \leqslant 1$，得 $-1 \leqslant x \leqslant 0$

当 $x>0$ 时　$1-3x>0$　$x<\dfrac{1}{3}$ 得 $0<x<\dfrac{1}{3}$

分段函数定义域是各部分的总和：$-1 \leqslant x<\dfrac{1}{3}$。

2、函数对应关系是由函数符号所代表的运算所决定，与具体字母无关，如 $y=3x+1$，表示因变量是自变量乘以 3 再加 1，即：

$x \xrightarrow{f:\text{乘以 3 再加 1}} y.$

将自变量与因变量符号换为别的字母如 u,v 则函数是

$u = 3v + 1$ 与 $y = 3x + 1$ 是同一个函数。而 $y = 2x^2$ 与 $y = 3x + 1$ 就不是同一函数了，因为它的对应法则是将自变量平方再乘以 2，即

$$x \xrightarrow{f:\text{平方后再乘以 }2} y$$

可见函数对应规律是对自变量进行的运算与自变量用的符号无关。因此 $y = 3x + 1$ 可抽象为：

$$(\quad) \xrightarrow{f} 3(\quad) + 1$$

左边括号内用什么符号右边相应括号内填相同的符号。如：

$f(x^2) = 3x^2 + 1$，　　$f(\frac{1}{x}) = 3 \cdot \frac{1}{x} + 1$ 等等。

例 2　解答下列各题：

(1)　设 $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ 求 $f(0)$，　$f(1)$，　$f(-2)$，$f(\frac{1}{x})$，$f(x+1)$

(2)　设 $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$，$g(x) = x^2 + 1$，求 $f[g(x)]$，$g[f(x)]$

(3)　设 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & |x| \leqslant 1 \\ x^2 - 1 & x > 1 \end{cases}$　求 $f(0)$，$f(1)$，　$f(2)$

(4)　设 $f(x-1) = x^2 + \sin x$　求 $f(x)$

(5)　设 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，求 $f(x^2-1)$ 的定义域。

解：　(1) $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ 的对应规律是：

$$(\quad) \xrightarrow{f} \frac{1-(\quad)}{1+(\quad)}$$

$\therefore f(0) = \dfrac{1-0}{1+0} = 1$，　　$f(1) = \dfrac{1-1}{1+1} = 0$，

$f(-2) = \dfrac{1-(-2)}{1+(-2)} = \dfrac{3}{-1} = -3$

$$f(\frac{1}{x}) = \frac{1-\frac{1}{x}}{1+\frac{1}{x}} = \frac{\frac{x-1}{x}}{\frac{x+1}{x}} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+(x+1)} = \frac{1-x-1}{1+x+1} = \frac{-x}{x+2}$$

(2) $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$ $\qquad g(x) = x^2 + 1$

$$f[g(x)] = \frac{1-g(x)}{1+g(x)} = \frac{1-(x^2+1)}{1+x^2+1)} = \frac{-x^2}{x^2+2}$$

$$g[f(x)] = [f(x)]^2 + 1 = (\frac{1-x}{1+x})^2 + 1$$

$$= \frac{(1-x)^2+(1+x)^2}{(1+x)^2} = \frac{2+2x^2}{(1+x)^2}$$

(3) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & |x| \leqslant 1 \\ x^2 - 1 & |x| > 1 \end{cases}$

$$f(0) = \sqrt{1-x^2}\,|_{x=0} = \sqrt{1-0^2} = 1$$

$$f(1) = \sqrt{1-x^2}\,|_{x=1} = \sqrt{1-1^2} = 0$$

$$f(2) = (x^2-1)\,|_{x=2} = 2^2 - 1 = 3$$

注意:分段函数对自变量在不同范围取值时,对应关系也不同。

(4) $f(x-1) = x^2 + \sin x$

令 $x - 1 = u$, $\quad x = u + 1$, $\quad$ 代入原表达式

$$f(u) = (u+1)^2 + \sin(u+1)$$

函数关系与自变量的字母无关,即得:

$f(x) = (1+x)^2 + \sin(x+1)$。

(5) 这是复合函数求定义域,由 $f(x)$ 定义域为[0,1] 知 $f(x^2-1)$ 定义域可由:

$0 \leqslant x^2 - 1 \leqslant 1 \qquad \therefore 1 \leqslant x^2 \leqslant 2$ 得到 $f(x^2-1)$ 的定义域是: $\quad 1 \leqslant x \leqslant \sqrt{2}$ 或 $-\sqrt{2} \leqslant x \leqslant -1$

例 3 判别下列各对函数是否相同:

(1) $y = \dfrac{x^2-1}{x+1}$ 与 $y = x-1$

(2) $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2}$

(3) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2\lg x$

(4) $y = \dfrac{x}{|x|}$ 与 $y = 1$

(5) $y = x^2$ 与 $u = v^2$

(6) $y = 1$ 与 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$

分析：判断函数是否相同就是看定义域与对应关系是否完全相同。只有两者完全相同才是同一函数，否则就是不同函数。

解：(1) $y = \dfrac{x^2-1}{x+1}$ 的定义域是 $x \neq -1$ 的实数与 $y = x-1$ 定义域不同，∴ 两个函数不同。

(2) $y = x$ 与 $y = \sqrt{x^2} = |x|$ 的对应关系不同，故函数不同，如当 $x = -1$ 时，前者 $y = -1$，后者 $y = 1$。

(3) $y = \lg x^2$ 与 $y = 2\lg x$ 定义域不同，前者是 $x \neq 0$ 的实数，后者则是 $x > 0$ 实数：故函数不同。

(4) $y = \dfrac{x}{|x|}$ 与 $y = 1$ 的定义域与对应关系都不同，其定义域分别为 $x \neq 0$ 的实数与全体实数，对应关系当 $x < 0$ 时前者 $y = -1$，后者恒为 $y = 1$，故函数不同。

(5) $y = x^2$ 与 $u = v^2$ 只是表示变量的符号(字母)不同，定义域、对应关系完全相同，故函数相同。

(6) $y = 1$ 与 $y = \sin^2 x + \cos^2 x$ 根据三角函数恒等式 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$，故两个函数相同。

(二) 函数性质：

本章主要讨论奇偶性。周期性一般讨论三角函数，其他性质在第四章后讨论较为简便。

例 4 讨论下列函数的奇偶性：

(1) $y = x^2 + 1$ (2) $y = x \cdot \dfrac{a^x + a^{-x}}{2}$

(3) $y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$　(4) $y=x\sin x$

(5) $y=(x+1)^2$

解：(1) $\because f(-x)=(-x)^2+1=x^2+1=f(x)$，

$\therefore y=x^2+1$ 是偶函数。

(2) $\because y=x\cdot\frac{a^x+a^{-x}}{2}$ 是奇函数 $y=x$ 与偶函数 $y=\frac{a^x+a^{-x}}{2}$ 的乘积，故是奇函数。

$$\begin{aligned}(3)\because f(-x)&=\lg(-x+\sqrt{(-x)^2+1})\\&=\lg(\sqrt{x^2+1}-x)\\&=\lg\frac{(\sqrt{x^2+1}-x)(\sqrt{x^2+1}+x)}{x+\sqrt{x^2+1}}\\&=\lg\frac{-x^2+x^2+1}{x+\sqrt{x^2+1}}=\lg\frac{1}{x+\sqrt{x^2+1}}\\&=-\lg(x+\sqrt{x^2+1})=-f(x).\end{aligned}$$

$\therefore f(x)$ 是奇函数。

(4)　$y=x\cdot\sin x$ 是两个奇函数的乘积，是偶函数。

(5)　$y=(x+1)^2$

$\because f(-x)=(-x+1)^2=(1-x^2)$

$\therefore f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数。

注：判断函数奇偶性的方法主要是用定义如(1)，(3)，(5) 和根据奇偶函数的运算规律：两个奇(偶) 函数的和或差仍是奇(偶) 函数；两个奇函数或两个偶函数之积(商 — 分母不为零时) 是偶函数，如(4)；一奇函数与一偶函数之积(商 — 分母不为零时) 为奇函数，如(2)。若函数用图象表示，则可根据奇偶函数的几何性质：奇函数图象关于原点对称，偶函数图象关于 y 轴对称，来判断函数是奇函数还是偶函数。

(三)　反函数和复合函数

求反函数一般从 $y=f(x)$ 中解出 x，$x=f^{-1}(y)$，再把自变量

y 用 x 表示，因变量 x 用 y 表示，即成 $y = f^{-1}(x)$。

$y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 互为反函数，且 $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 的图象在同一直角坐标系中关于直线 $y = x$ 对称，一般说来，只有单调函数才有反函数。

复合函数分解是把复合函数表示为一系列基本初等函数的运算或复合，分解复合函数的过程是从外向里层层展开，每步都必须是基本初等函数或是它们的四则运算形式。复合函数分解在第三章中十分重要。

例 5　求下列函数的反函数：

(1)$y = \dfrac{x-1}{x+1}$　　　$y = \sqrt{1-x^2}$

解：(1)　从 $y = \dfrac{x-1}{x+1}$ 中解出 x，得 $x = \dfrac{1+y}{1-y}$

则反函数为 $y = \dfrac{1+x}{1-x}$

(2) 从 $y = \sqrt{1-x^2}$ 中解出 x 时，出现 $x^2 = 1 - y^2$，因而 $x = \pm\sqrt{1-y^2}$，这是因为 $y = \sqrt{1-x^2}$ 在 $[-1,1]$ 上不是单调函数，要讨论反函数必须在单调区间讨论。

当 $x \in [-1,0]$ 时，$y = \sqrt{1-x^2}$ 单调增加 $0 \leqslant y \leqslant 1$。反函数 $y = -\sqrt{1-x^2}$ 也单调增加，且 $0 \leqslant x \leqslant 1$，$-1 \leqslant y \leqslant 0$。

当 $x \in [0,1]$ 时，$y = \sqrt{1-x^2}$ 单调减少，反函数 $y = \sqrt{1-x^2}$ 也单调减少。

例 6　分解下列复合函数

(1)　$y = \sqrt{2x+1}$　　　(2)$y = a^{3x^2+5}$

(3)　$y = (1 + \lg x)^2 + \arcsin^2 x^3$

解：由外向里分解

(1)　$y = \sqrt{2x+1}$ 分解为：$y = \sqrt{u}$，$u = 2x + 1$。

(2)　$y = a^{3x^2+5}$ 分解为：$y = a^u$，　$u = 3x^2 + 5$。

(3)　$y = (1 + \lg x)^2 + \arcsin^2 x^3$　分解为：

$$y = u^2 + v^2,\quad u = 1 + \lg x,\quad v = \arcsin t,\quad t = x^3。$$

（四） 建立函数关系举例

建立函数关系首先要弄清题意，根据题意明确谁是自变量，谁是因变量，以及它们之间的数量关系，将它们用等式联系起来，就得到函数关系式。

例 7 生产某种产品，设计日最高生产能力为 3000 件，固定成本 2000 元，每生产一件产品增加成本 3 元。

(1) 求生产 x 件产品时的总成本与平均成本？

(2) 若该产品的销售价格为每件 5 元，写出它的总收益函数；

(3) 写出利润函数，并求损益分歧点（即收益与成本相等时的产量）。

解：(1) 设产量为 x 件，则总成本函数

$$C(x) = 2000 + 3x \qquad (0 \leqslant x \leqslant 3000)$$

平均成本函数 $AC = \dfrac{C(x)}{x} = \dfrac{2000}{x} + 3 \quad (0 \leqslant x \leqslant 3000)$。

(2) 销售价格为每件 5 元，总收益函数

$$R = R(x) = 5x \qquad (0 \leqslant x \leqslant 3000)$$

(3) 总利润函数 = 总收益 − 总成本

$$L(x) = 5x - (2000 + 3x) = 2x - 2000$$

$(0 \leqslant x \leqslant 3000)$

损益分歧点 $L(x) = 0$

$2x - 2000 = 0 \qquad \therefore x = 1000$(件)。

例 8 生产某种产品，全年计划购进 Q 吨原材料，为了节省库存费用和资金占用，原材料分期分批均匀购进，已知每批进货的开支是 a 元，每吨原料的月库存费为 b 元。试写出原材料每批的进货量 x 吨与年库存费及年进货总费用之间的函数关系。

解：设每批进货量为 x 吨，年计划进货量为 Q 吨，则年进货次数为 $\dfrac{Q}{x}$. 每批进货费为 a 元，全年进货总费用为 $E_1 = \dfrac{Q}{x}a$(元)。

原材料的平均库存量为$\frac{x}{2}$，每吨材料的月库存费为 b 元，年库存费为 $12b$（元），年库存总费用为 $E_2=\frac{x}{2}12b=6bx$。

全年费用总和为 $E=E_1+E_2=\frac{Q}{x}\cdot a+6bx$。

四　自我检测题

（一）填空题

1、求函数定义域：

（1）函数 $y=\sqrt{1-x^2}+\sqrt{x}$ 的定义域是__________。

（1）函数 $y=\lg(x^2-2)$ 的定义域是__________。

（3）$y=\arcsin\frac{x+1}{2}$ 的定义域是__________。

（4）$y=\frac{\sqrt{x^2-1}}{\lg(x^2-2)}$ 的定义域是__________。

（5）函数 $y=\begin{cases}\sin x & |x|\leqslant 1\\ x & 1<|x|\leqslant 2\end{cases}$ 的定义域是________。

2、求下列函数值：

（1）已知 $y=f(x)=x^3+3x^2-2x+1$ 则 $f(0)=$ ______ $f(1)=$ ______　$f(-1)=$ ______。

（2）设 $f(x+1)=x^2+3x+2$ 则 $f(3)=$ ______

（3）设 $f(x)=\begin{cases}\sin x & |x|\leqslant 2\\ x & |x|\geqslant 2\end{cases}$．则 $f(0)=$ ______ $f(\frac{\pi}{2})=$ ______　$f(\pi)=$ ______。

（4）设 $f(\frac{1}{x})=\frac{1}{1+x}$，　$\varphi(x)=\begin{cases}x & x\geqslant 0\\ -x & x<0\end{cases}$　则 $f[\varphi(x)]=$ ______，$\varphi[f(x)]=$ ______。

（5）设 $f(x-\frac{1}{x})=x^2+\frac{1}{x^2}$　则 $f(x)=$ ______。

3、求反函数