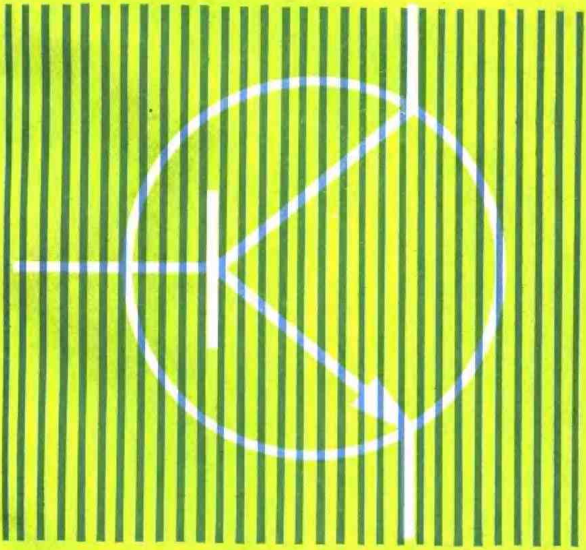
高等学校试用教材

电子技术基础

沈国键　主编



测绘出版社

内 容 简 介

本书包括模拟电路和脉冲数字电路两部分。其中模拟电路主要讨论正弦信号的产生、放大、调制与解调；脉冲数字电路主要讨论脉冲信号的产生、整形、控制、记忆和放大。讨论时侧重说明电路工作原理，对于常见的一些基本电路作了定量分析计算。

本书可作为测绘类各专业的电子技术基础课程的教材，并可供有关技术人员自学参考。

高等学校试用教材
电子技术基础
沈国键 主编
*
测绘出版社出版
测绘出版社印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行 · 各地新华书店经售
*
开本 787×1092 1/16 · 印张18 · 字数 407 千字
1986 年 12 月第一版 · 1986 年 12 月第一次印刷
印数 0,001—4,000 册 · 定价 2.65 元
统一书号：15039 · 新466

前　言

本书是根据测绘类各专业的电子技术课程的教学大纲，经过多次讨论和修改补充编写而成的。编写时尽可能注意到打好基础、联系实际、便于自学等原则，力求阐明物理概念，避免繁琐的数学推演，并适当介绍现代电子技术的新成就。

本书分成九章。第一、四两章由沈国键同志编写；第二章由王功全同志编写；第三章由胡桂英同志编写；第五、六两章由傅国挺同志编写；第七章由韩建中同志编写；第八章由孟德普同志编写，第九章由王馥熏同志编写。由沈国键同志主编。

本书承华中工学院万发贯教授主审，王筠副教授和曹汉房同志认真审阅了原稿并提出了很多宝贵意见，这对本书的编写是有很大帮助的。在此表示衷心感谢。

本书可以作为测绘类各专业电子技术基础课程的教材，各专业可以根据需要删选部分内容。考虑函授教学的需要，就各章的思考题和习题以及学习方法的指导，我们将编写本书的自学指导资料。

由于编者水平有限，编写时间仓促，因此本书一定会有不少缺点和错误，欢迎读者批评指正。

编　者　1985.3

目　录

第一章　正弦交流电路

§1-1　交流电和正弦交流

凡是量值和方向随时间变化的电动势、电压和电流分别称为交流电动势、交流电压和交流电流。一般，总称它们为交流电，或交流信号。交流电在某一时刻 t 的量值称为瞬时值，用 $e(t)$、$u(t)$ 和 $i(t)$ 分别表示电动势、电压和电流的瞬时值。

在工程应用中，最常见的交流电是周期性交流电。这种交流电的瞬时值在经过一定的时间间隔后又重复出现，它的表达式为

$$a(t)=a(t+kT), \tag{1-1}$$

式中 k 是任意整数，T 是周期，它表示重复出现某一瞬时值所必须经历的最小时间间隔。如图 1-1 是周期性交流电的示意图。

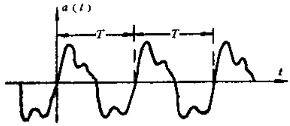


图 1-1　周期性交流电的示意图

应用得最为广泛的周期性交流电是按正弦规律变化的交流电，简称正弦交流电。用

$$\left.\begin{aligned} e(t)&=E_m\sin(\omega t+\phi_e);\\ u(t)&=U_m\sin(\omega t+\phi_u);\\ i(t)&=I_m\sin(\omega t+\phi_i); \end{aligned}\right\} \tag{1-2}$$

分别表示正弦电动势、正弦电压和正弦电流。(1-2)式中，E_m、U_m 和 I_m 分别表示电动势、电压和电流的最大值，称为幅值；ϕ_e、ϕ_u 和 ϕ_i 表示它们的初相；ω 是角频率，它和频率 f 与周期 T 之间的关系是

$$\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}, \tag{1-3}$$

频率 f 的单位是赫芝，用 Hz 表示。

设有频率相同的两个正弦电压

$$u_1(t)=U_{1m}\sin(\omega t+\phi_{u1});$$
$$u_2(t)=U_{2m}\sin(\omega t+\phi_{u2}).$$

$u_1(t)$的相角是$(\omega t+\phi_{u1})$，$u_2(t)$的相角是$(\omega t+\phi_{u2})$，而$u_1(t)$和$u_2(t)$的相位差

$$\varDelta\phi=(\omega t+\phi_{u1})-(\omega t+\phi_{u2})=\phi_{u1}-\phi_{u2} \tag{1-4}$$

由 (1-4) 式可看出，两个频率相同的正弦信号的相位差等于它们的初相差。图 1-2 表示频率相同的正弦电压波形。

在高等数学中学过：如果一个周期函数，满足狄利赫义条件，则这个周期函数可以展开成傅里叶级数。一般，傅里叶级数应包含：

（1） 常数项，它表示周期信号的直流分量；

（2） 频率和该周期函数的频率相等的正弦分量，称为基波，基波的频率称为基频；

（3） 一系列的其它正弦分量，它们的频率是基频的整数倍，称为高次谐波。因此，一个周期信号可以分解成直流分量、基波和一系列的高次谐波。

如果把某一周期信号的直流分量和其各次谐波分量的幅值按照频率的高低依次排列，就构成这个周期信号的幅值频谱，通常所说的信号频谱就是指的幅值频谱。图1-3是周期信号的频谱的示意图。

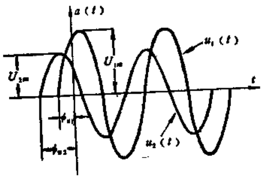


图 1-2 频率相同的正弦电压波形

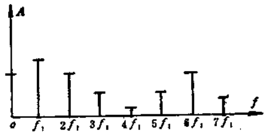


图 1-3 周期信号的频谱的示意图

§ 1-2 正弦交流电的有效值

从能量观点来看，用瞬时值表示正弦交流电的量值是没有多大意义的。但是用它们的幅值来表示，有时也不能反映出实际效果。所谓实际效果是指在一段较长的时间内，用电能来衡量交流电的平均效果。此外，还希望把交流电的效果与直流电的效果作相应的比较。为此，提出有效值的概念。

设某交流电流通过电阻 R，在该交流电流的一个周期内，电阻 R 上所产生的热量和一直流电流通过同一电阻 R，并在相同的时间内产生的热量相等。则用这个直流电流量值定义为该交流电流的有效值。

设直流电流 I 通过电阻 R，在某交流电流的一个周期 T 内所产生的热量为

$$Q=0.24I^2RT \quad (\mathrm{J}). \tag{1-5}$$

而此交流电流通过同一电阻 R，在一个周期内所产生的热量为

$$Q=0.24\int_0^T i^2(t)Rdt \quad (\mathrm{J}). \tag{1-6}$$

根据有效值的定义。(1-5)和 (1-6) 两式相等，即

$$0.24I^2RT=0.24\int_0^T i^2(t)Rdt,$$

则得交流电流的有效值为

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2(t)dt}. \tag{1-7}$$

如果 $i(t)$ 是正弦电流，则由 (1-7) 式可得正弦电流的有效值为

$$I=\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (I_m \sin \omega t)^2 dt}=\sqrt{\frac{I_m^2}{T}\int_0^T \frac{(1-\cos 2\omega t)}{2}dt}=\frac{I_m}{\sqrt{2}}. \tag{1-8}$$

即正弦电流的有效值等于其幅值的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍。用类似的方法，可得正弦电动势和正弦电压的有效值为

$$E=E_m/\sqrt{2}=0.707E_m,$$
$$U=U_m/\sqrt{2}=0.707U_m.$$

应该指出，只有正弦交流电的有效值才等于其幅值的 0.707 倍。在工程应用中，正弦交流电的量值，一般都是用有效值表示，例如交流仪表、电机和电器上的标称值都是指的电压或电流的有效值。

§1-3 正弦交流电的向量表示

在研究交流电路时，往往需要把频率相同但幅值和初相都不同的几个正弦电压或几个正弦电流进行加减运算。直接用它们的瞬时值进行运算，不仅计算繁杂而且概念不易理解。因此，人们设想用旋转向量表示正弦量，用向量进行加减运算。

设正弦电压 $u(t)=U_m\sin(\omega t+\phi_u)$。在直角坐标系统 xy 平面内，从坐标原点 O 出发作向量 $\overline{OU}$，向量的方向是由它和横轴 Ox 的夹角 ϕ_u 来决定，ϕ_u 就是正弦电压的初相，向量的长度等于正弦电压的幅值 U_m，如图1-4 所示。

如果向量 $\overline{OU}$ 以逆时针方向为正方向按恒定角速度 ω 绕原点 O 在 xy 平面内旋转，在经过时间 t 后，向量的角位移等于 ωt，此时新向量 $\overline{OU'}$ 与横轴的夹角等于 $(\omega t+\phi_u)$，它在纵轴 Oy 上的投影等于 $U_m\sin(\omega t+\phi_u)$，它就是在 t 时的瞬时值 $u(t)$。如果向量 $\overline{OU}$ 旋转一周，则与其相应的 $u(t)$ 作了一个完整的周期变化。由此可见，正弦交流电可以用旋转向量表示。向量旋转的角速度等于正弦交流电的角频率，向量的长度等于正弦交流电的幅值，向量在 $t=0$ 时的方位角就是正弦交流电的初相。

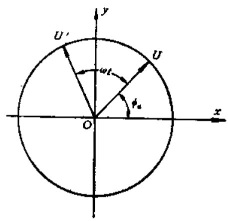


图 1-4 正弦电压的向量图

下面我们利用旋转向量表示正弦量的方法对两个同频率的正弦电压作相加运算。

设两个频率相同而幅值和初相都不同的正弦电压为

$$u_1(t)=U_{1m}\sin(\omega t+\phi_{u1});$$
$$u_2(t)=U_{2m}\sin(\omega t+\phi_{u2}).$$

在 xy 平面内，作向量 $\overline{OU_1}$，它的长度等于 U_{1m}，它与 x 轴的夹角等于初相 ϕ_{u1}；向量 $\overline{OU_2}$ 的长度等于 U_{2m}，它与 x 轴的夹角等于初相 ϕ_{u2}，如图 1-5所示。

根据求向量和的几何作图法得到合成向量 $\overline{OU}$，在图 1-5 中，可以看出合向量 $\overline{OU}$

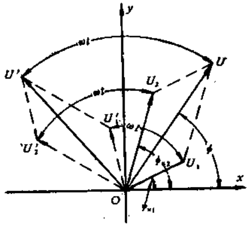


图 1-5　向量和的几何作图法

在 y 轴上的投影等于向量 $\overline{OU_1}$ 和 $\overline{OU_2}$ 在 y 轴上的投影之和，即

$OU\sin\phi_u = U_m\sin\phi_u = U_{1m}\sin\phi_{u1} + U_{2m}\sin\phi_{u2}$ 长度 OU 等于总电压的幅值，ϕ_u 等于总电压的初相，它们分别为

$$U_m = \sqrt{(U_{1m}\sin\phi_{u1} + U_{2m}\sin\phi_{u2})^2 + (U_{2m}\cos\phi_{u1} + U_{2m}\cos\phi_{u2})^2}\ ; \quad (1\text{-}9)$$

$$\phi_u = \mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{U_{1m}\sin\phi_{u1} + U_{2m}\sin\phi_{u2}}{U_{1m}\cos\phi_{u1} + U_{2m}\cos\phi_{u2}}\right). \quad (1\text{-}10)$$

因为电压 $u_1(t)$ 和 $u_2(t)$ 的频率相同，所以表示它们的两个向量是以同一角速度 ω 旋转的。因此向量 $\overline{OU_1}$ 和 $\overline{OU_2}$ 之间的夹角不变，而表示总电压 $u(t)$ 的向量 $\overline{OU}$ 也将以相同的角速度旋转。由此可见，总电压 $u(t)$ 也是一个正弦量，即

$$u(t) = U_m\sin(\omega t + \phi_u). \quad (1\text{-}11)$$

上述的方法也适用于两个以上的同频率正弦电流或正弦电动势的加法或减法运算。总之，代表同频率的若干个正弦量之和的合向量等于代表各正弦量的分向量的几何和。因为正弦交流电的有效值等于其幅值的 0.707 倍，所以上述的向量加减运算也适用于求合成电压或合成电流的有效值。如果求有效值，当然不需要考虑向量的旋转问题。各向量的相对位置，由各正弦量的初相决定。

[例 1-1]　设有两个频率相同的正弦电压为 $u_1(t) = 5\sin(\omega t + 45°)$(V)；$u_2(t) = 6\sin(\omega t + 60°)$(V)。求总电压的幅值和有效值，并写出总电压瞬时值 $u(t)$。

解：根据（1-9）式，总电压的幅值

$$U_m = \sqrt{(U_{1m}\sin\phi_{u1} + U_{2m}\sin\phi_{u2})^2 + (U_{1m}\cos\phi_{u1} + U_{2m}\cos\phi_{u2})^2}$$

$$= \sqrt{(5\sin 45° + 6\sin 60°)^2 + (5\cos 45° + 6\cos 60°)^2}$$

$$= 10.9(\mathrm{V}).$$

总电压的有效值

$$U = 0.707U_m = 0.707 \times 10.9 = 7.7(\mathrm{V}).$$

根据（1-10）式，总电压的初相

$$\phi_u = \mathrm{tg}^{-1}\frac{U_{1m}\sin\phi_{u1}+U_{2m}\sin\phi_{u2}}{U_{1m}\cos\phi_{u1}+U_{2m}\cos\phi_{u2}}$$

$$= \mathrm{tg}^{-1}\frac{5\sin 45^\circ+6\sin 60^\circ}{5\cos 45^\circ+6\cos 60^\circ}=53.18^\circ.$$

故总电压瞬时值的表示式为

$$u(t)=10.9\sin(\omega t+53.18^\circ)\ \ (\mathrm{V}).$$

§1-4 正弦交流电的复数表示

正弦交流电的向量表示法，虽然能够简化加减法运算。但是，在较复杂的电路，如果有几个未知量，要作出相应的向量图是相当困难的。另外，从向量图上很难得出电路的规律性的结论。为此，人们用复数来表示向量，也就是用复数来表示正弦量。用复数来分析计算正弦交流电路的方法称为复数符号法。特别要强调的是复数符号法只适用于频率相同的正弦量之间的运算。

在复平面上，横轴表示复数的实部，纵轴表示复数的虚部。在复平面上某一点$\dot{A}$，只能表示一个复数，它也只能决定一个向量。而这个向量$\overline{A}$起点位于坐标的原点，向量的末端终止在$\dot{A}$点上，如图 1-6 所示。从图中可以看出，复数的模等于它所表示的向量的长度，而复数的辐角等于向量的方位角，也就是向量与实数轴之间的夹角。

下面我们来讨论复数运算与向量几何运算之间的关系：

（1）设如图 1-7 所示，向量$\overline{A}$和$\overline{B}$分别用复数表示为

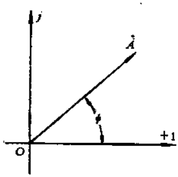


图 1-6 向量的复数表示

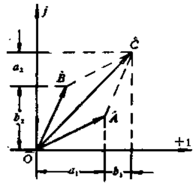


图 1-7 合成向量的复数

$$\dot{A}=a_1+ja_2;$$
$$\dot{B}=b_1+jb_2.$$

由图 1-7 可以看出，合向量$\overline{C}=\overline{A}+\overline{B}$的复数为

$$\dot{C}=\dot{A}+\dot{B}=(a_1+b_1)+j(a_2+b_2)=c_1+jc_2.$$

这说明合成向量$\overline{C}$的复数$\dot{C}$等于向量$\overline{A}$的复数$\dot{A}$与向量$\overline{B}$的复数$\dot{B}$之和。

（2）设复数$\dot{A}=ae^{j\theta}$表示向量$\overline{A}$，如果复数$\dot{A}$乘以常数b，

$$b\dot{A}=bae^{j\theta},$$

它表示新向量$\overline{A'}$，其长度是$\overline{A}$的 b 倍，而方向和向量$\overline{A}$的方向相同。

（3）如果$\dot{A}$乘常数 b 之外，再乘以 $e^{j\beta}$，即

$$\dot{A}\cdot be^{j\beta}=abe^{j(\theta+\beta)}.$$

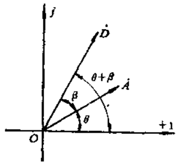
它表示新向量$\overline{D}$，其长度等于向量$\overline{A}$的 b 倍，而其方向要由向量$\overline{A}$朝正方向转过 β 角，即

$$\dot{D}=ae^{j\theta}\cdot be^{j\beta}=\dot{A}\cdot\dot{B}$$

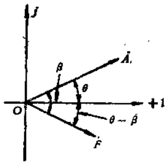
由此可见，复数 $be^{j\beta}$乘以表示某一向量的复数，得到的新向量的长度是原向量的长度的 b 倍，并朝正方向转过 β 角，如图 1-8(a)所示。同样，若以复数 $be^{j\beta}$除以表示某一向量的复数$\dot{A}$，即

$$\dot{E}=\frac{ae^{j\theta}}{be^{j\beta}}=\frac{a}{b}e^{j(\theta-\beta)},$$

$\dot{E}$所表示的新向量的长度是原向量的 b 分之一，并以反方向（顺时针方向）转过 β 角，如图 1-8(b)所示。



(a)乘以 $be^{j\beta}$



(b)除以 $be^{j\beta}$

图 1-8　复数乘或除以 $be^{j\beta}$

（4）如果表示某一向量的复数，乘或除以 $e^{j\beta}$，则所得的新向量的长度与原向量的长度相等，但它的方向由原方向朝正方向或反方向转过 β 角。如果用 $\pm j$ 乘以表示某一向量的复数，因为

$$\pm j=e^{\pm j\frac{\pi}{2}},$$

所以，得到的新向量的方向由原向量朝正或反方向转动$\frac{\pi}{2}$角。

若表示某一向量的复数，乘或除以 $e^{\pm j\pi}$，因为

$$e^{\pm j\pi}=-1,$$

所以，得到的新向量的方向与原向量的方向相反。

总之，正弦交流电可用向量表示，而复数可用来表示向量。因此，可用复数表示正弦交流电。一般在分析计算时，用复数表示，并用向量图辅助说明一些正弦量之间的相位关系。

设正弦电压 $u(t)=U_m\sin(\omega t+\phi_u)$用向量$\overline{OU}$表示，它的方向由正弦电压的初相决

定，它的长度等于U_m，如图1-9所示。经过时间t以后，向量朝正方向转过ωt角，得到新向量$\overline{OU'}$，这两个向量分别用复数表示为

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\phi_u}$$

和

$$\dot{U}'_m = U_m e^{j(\omega t+\phi_u)}.$$

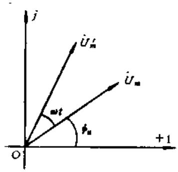


图 1-9　向量的复数表示

由于频率相同的若干个正弦电压或正弦电流之间的相位关系是由它们的初相决定的，因此，正弦电压或正弦电流的复数形式，可以只用它们的初相来表示辐角。例如，正弦电压幅值的复数和正弦电流幅值的复数分别表示为

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\phi_u}$$

和

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\phi_i},$$

而它们的有效值的复数表示为

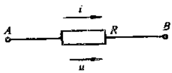
$$\dot{U} = U e^{j\phi_u}$$

和

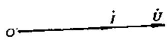
$$\dot{I} = I e^{j\phi_i}.$$

§1-5　单一参数的交流电路

交流电路的基本参数是电阻、电容和电感。严格地说，任何交流电路都存在一定量值的电阻、电容和电感。不过由于具体工作条件不同，这三个基本参数在具体电路中所起的作用是各不相同的。例如一个镀银粗铜线绕制成的电感线圈，在工作频率不太高时，这个线圈的电阻和电容就可以忽去不计，可以看作一个纯电感，由这个线圈组成的电路就可以看成单一参数的电路。一般，把单一电阻或单一电容或单一电感组成的电路称为单一参数电路。这一节研究的是单一参数电路中的电压与电流之间的量值以及它们之间的相位关系。



(a)　电路图



(b)　向量图

图 1-10　纯电阻电路

一、纯电阻电路

图1-10(a)表示纯电阻电路，设AB两端的电压为

$$u(t) = U_m \sin(\omega t+\phi), \tag{1-12}$$

根据欧姆定律，通过电阻R的电流为

$$i(t) = u(t)/R = \frac{U_m}{R}\sin(\omega t+\phi) = I_m \sin(\omega t+\phi), \tag{1-13}$$

其中I_m是电流的幅值。

由(1-12)和(1-13)两式可以看出电压$u(t)$和电流$i(t)$的初相都是ϕ，就是说纯电阻电路中的电压与电流的相位相同，简称同相。图1-10(b)是表示电压和电流相位关系的向量图。电压与电流之间关系的有效值复数为

$$\dot{I} = \dot{U}/R$$

或

$$\dot{U} = \dot{I}R.$$

[例 1-2] 设电阻 $R=50\Omega$，电阻两端的电压为 $u(t)=20\sin(\omega t+60°)$ (V)，求通过此电阻的电流的有效值，并写出电流的瞬时值和复数表示式。

解：因为电压幅值 $U_m=20$V，所以电流有效值为

$$I=\frac{U_m}{\sqrt{2}R}=\frac{20}{50\sqrt{2}}=0.28\ (\text{A});$$

电流瞬时值的表示式为

$$i(t)=\frac{U_m}{R}\sin(\omega t+60°)=0.4\sin(\omega t+60°)\ (\text{A});$$

电流的有效值复数为

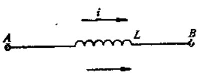
$$\dot{I}=\frac{\dot{U}}{R}=\frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}R}=0.28e^{j60°}\ (\text{A});$$

也可写成为

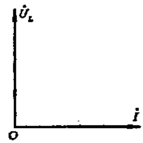
$$\dot{I}=0.28\angle 60°\ (\text{A}).$$

二、纯电感电路

图 1-11(a)表示纯电感电路。



(a) 电路图



(b) 向量图

图 1-11 纯电感电路

设通过电感 L 的电流为

$$i_L(t)=I_{Lm}\sin(\omega t+\phi_L), \tag{1-14}$$

根据电磁感应定律，电感线圈中的感应电动势为

$$e_L(t)=-L\frac{di_L(t)}{dt}=-I_{Lm}\omega L\cos(\omega t+\phi_L)$$

$$=I_{Lm}\omega L\sin\left(\omega t+\phi_L-\frac{\pi}{2}\right).$$

因为电感线圈两端的电压 $u_L(t)$ 应和感应电动势 $e_L(t)$ 大小相等，方向相反，即

$$u_L(t)=-e_L(t)=L\frac{di_L(t)}{dt}$$

$$=I_{Lm}\omega L\cos(\omega t+\phi_L)$$

$$=I_{Lm}\omega L\sin\left(\omega t+\phi_L+\frac{\pi}{2}\right). \tag{1-15}$$

由（1-15）式可以看出，如果通过电感L的电流是正弦量，那么在电感两端的电压降也是正弦量，电压幅值$U_{Lm}=I_{Lm}\omega L$. 因此，纯电感电路中的电压与电流的幅值或有效值之间的比值为

$$\frac{U_{Lm}}{I_{Lm}}=\frac{U_L}{I_L}=\omega L=2\pi fL=x_L, \tag{1-16}$$

式中x_L称为电感的电抗，简称感抗，单位是欧姆（Ω）。感抗是和频率成正比的。应该指出，感抗的概念只有在讨论正弦交流电路时才有意义。

比较（1-14）和（1-15）两式，可以看出电感两端电压的相位超前于通过此电感的电流的相位$\frac{\pi}{2}$，或电流落后电压$\pi/2$，于是纯电感电路中的电压与电流之间关系的复数表示式为

$$\dot{U}_L=jx_L\dot{I}_L=j\omega L\dot{I}_L=\omega L\dot{I}_Le^{j\frac{\pi}{2}}. \tag{1-17}$$

图 1-11(b)是表示纯电感电路中的电压与电流的相位关系的向量图。

[例 1-3] 设电感线圈$L=50\mu H$，通过电感线圈的电流为$i_L(t)=5\sin(6.28\times10^6t+20°)$(mA)，求$L$两端的电压的有效值，并写出它的复数表示式。

解：因为$I_{Lm}=5mA$，频率$f=10^6Hz$，所以感抗为

$$x_L=\omega L=2\pi fL=6.28\times10^6\times50\times10^{-6}=314\Omega;$$

L两端电压有效值为

$$U_L=\omega LI_L=\omega L\frac{I_{Lm}}{\sqrt{2}}=314\times\frac{5}{\sqrt{2}}\times10^{-3}=1.11V;$$

电压的复数表示式为

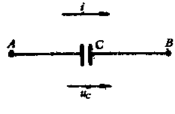
$$\dot{U}_L=U_Le^{j(20°+90°)}=1.11e^{j110°}V,$$

或写成为

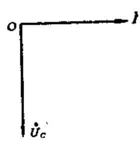
$$\dot{U}_L=1.11\angle 110°V.$$

三、纯电容电路

图 1-12(a)是电容量为C的纯电容电路。



(a) 电路图



(b) 向量图

图 1-12 纯电容电路

设加在电容C两端的电压为

$$U_C(t)=U_{Cm}\sin(\omega t+\phi_C), \tag{1-18}$$

则在电容C的板极上的电荷量为

$$q(t)=Cu_c(t)=CU_{cm}\sin(\omega t+\phi_c),$$

通过电容C的电流为

$$i_c(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{dU_c(t)}{dt}$$

$$=\omega CU_{cm}\cos(\omega t+\phi_c)=I_{cm}\sin\left(\omega t+\phi_c+\frac{\pi}{2}\right). \tag{1-19}$$

由 (1-18) 和 (1-19) 两式相比较，可以看出在正弦电压作用下，通过电容C的电流也是一个正弦量，此电流的相位超前于电压的相位$\frac{\pi}{2}$，或电压落后电流$\pi/2$，电流$i_C(t)$的幅值$I_{Cm}=\omega CU_{Cm}$。因此，电压和电流的幅值或有效值之间的比值为

$$\frac{U_{cm}}{I_{cm}}=\frac{U_c}{I_c}=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=x_c, \tag{1-20}$$

x_c称为电容的电抗，简称容抗，单位是欧姆(Ω)。应该指出，容抗的概念和感抗一样，也只适用于正弦交流电路的分析。电容两端的电压与通过电容的电流之间关系的复数表示式为

$$\dot{U}_c=-jx_c\dot{I}_c=\frac{1}{j\omega C}\dot{I}_c=\frac{\dot{I}_c}{\omega C}e^{-j\frac{\pi}{2}}. \tag{1-21}$$

图 1-12(b)是表示电压与电流之间相位关系的向量图。

［例 1-4］ 设电容$C=200\text{pF}$，在电容两端的电压$u_c(t)=14.1\sin(6.28\times10^6t-30^\circ)$(V)，求通过电容$C$的有效值，并写出电流的复数表示式。

解： 因为容抗$x_c=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{6.28\times10^6\times200\times10^{-12}}=796\ \Omega$，

所以电流的有效值为

$$I_c=\frac{U_c}{x_c}=\frac{U_{cm}}{x_c\sqrt{2}}=\frac{14.1}{769\times1.41}=12.6\ \text{mA};$$

电流有效值的复数式为

$$\dot{I}_c=\frac{U_c}{x_c}e^{j(90^\circ-30^\circ)}=12.6e^{j60^\circ}\text{mA}.$$

§ 1-6 电阻、电感和电容串联电路

图 1-13(a)是RLC串联电路。

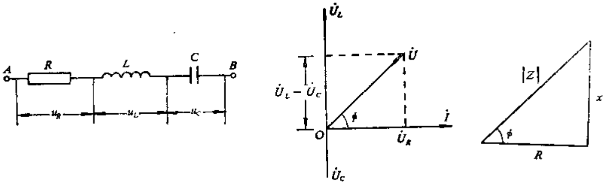
设通过此串联电路的电流为

$$i(t)=I_m\sin\omega t; \tag{1-22}$$

在电阻两端的电压是

$$u_R(t)=Ri(t)=RI_m\sin\omega t; \tag{1-23}$$

在电感两端的电压是



(*a*) 电路图　　　　(*b*) 向量图　　　　(*c*) 阻抗三角形

图 1-13　*RLC* 串联电路

$$u_L(t)=\omega LI_m\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right);\tag{1-24}$$

在电容两端的电压是

$$u_C(t)=\frac{I_m}{\omega C}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right);\tag{1-25}$$

串联电路 AB 两端的总电压应为

$$u(t)=u_R(t)+u_L(t)+u_C(t).\tag{1-26}$$

因为电路中的电流和电压都是同频率的正弦量，所以可用向量或复数进行运算。

一、向量法

考虑到串联电路中的电流相等，所以用电流向量$\overline{I}$作参考比较方便。因为电阻两端电压与电流同相，所以向量$\overline{U}_R$的方向与$\overline{I}$相同，而$\overline{U}_R$的长度等于IR；电感两端电压的相位超前于电流的相位$\frac{\pi}{2}$角，所以向量$\overline{U}_L$方向是正向垂直于$\overline{I}$，$\overline{U}_L$的长度等于Ix_L；电容两端电压的相位落后于电流的相位$\frac{\pi}{2}$，所以向量$\overline{U}_C$的方向应反向垂直于$\overline{I}$，$\overline{U}_C$的长度等于Ix_C，如图 1-13(*b*)所示。根据向量的几何作图法，得到总电压的有效值为

$$U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}=\sqrt{I^2R^2+\left(I\omega L-\frac{I}{\omega C}\right)^2}$$

$$=I\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}=I|Z|.\tag{1-27}$$

由 (1-27) 式可以看出，*RLC* 串联电路的总电压与电流的有效值之间的比值为

$$\frac{U}{I}=|Z|=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2},\tag{1-28}$$

Z 称为串联电路的阻抗，单位是欧姆(Ω)。

从向量图可以看出，如果$U_L>U_C$，则总电压向量$\overline{U}$超前于电流向量$\overline{I}$ ϕ角，即

$$\phi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{U_L-U_C}{U_R}=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\omega L-\frac{1}{\omega C}}{R},\qquad(1\text{-}29)$$

因此总电压的瞬时值的表示式为

$$u(t)=U_m\sin(\omega t+\phi)=I_m|Z|\sin(\omega t+\phi).\qquad(1\text{-}30)$$

由边长为U、U_R和U_L-U_C三边构成的直角三角形称为电压三角形。电压三角形的各边除以电流有效值I得到由$x=x_L-x_C$，R和$|Z|$构成的直角三角形，称为阻抗三角形，如图1-13(c)所示。电压三角形或阻抗三角形中的锐角ϕ是表示总电压与电流之间的相位差。

二、复数法

用$\dot{I}$表示电流有效值的复数，则电阻、电感和电容上的电压的有效值的复数可分别表示为

$$\dot{U}_R=\dot{I}R;$$
$$\dot{U}_L=j\omega L\dot{I}$$

和

$$\dot{U}_C=\frac{1}{j\omega C}\dot{I},$$

总电压为

$$\dot{U}=\dot{U}_R+\dot{U}_L+\dot{U}_C=\dot{I}\left[R+j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\right]$$

$$=\dot{I}[R+jx]=\dot{I}Z,\qquad(1\text{-}31)$$

式中$Z=R+jx=R+j(x_L-x_C)=\sqrt{R^2+x^2}e^{j\phi}=|Z|e^{j\phi}$，称为复数阻抗。

(1-31)式是正弦交流电路所服从的复数形式的欧姆定律。

[例1-5] 如图1-13(a)所示的串联电路$L=0.2\mathrm{mH}$，$C=0.4\mu\mathrm{F}$，$R=5\Omega$.设外加电压$u(t)=50\sin(10^5t+30^\circ)$ (mV)，求电路的复数阻抗Z和电流有效值复数$\dot{I}$.

解：因为$u(t)$的角频率$\omega=10^5\mathrm{rad/s}$，根据复数阻抗定义

$$Z=|Z|e^{j\phi}=\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}\,e^{j\phi},$$

$$\phi=\mathrm{tg}^{-1}\frac{\omega L-1/\omega C}{R},$$

得

$$|Z|=\sqrt{5^2+\left(10^5\times0.2\times10^{-3}-\frac{1}{10^5\times0.4\times10^{-6}}\right)^2}$$

$$=7.07\ \Omega,$$

$$\phi=\mathrm{tg}^{-1}\left(\frac{10^5\times0.2\times10^{-3}-\frac{1}{10^5\times0.4\times10^{-6}}}{5}\right)=-45^\circ;$$

所以复数阻抗

$$Z=7.07e^{-j45^\circ}\Omega,$$