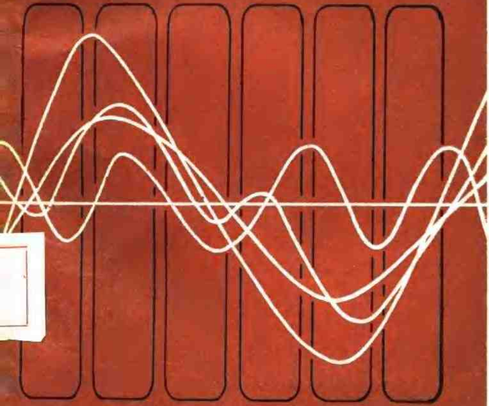
黑龙江科学技术出版社

电力系统谐波技术

方朝飞 编著



内 容 提 要

本书阐述以下几个高次谐波技术问题：电力系统谐波源的谐波特性理论分析与计算；电力电容器无功补偿及其运行中的高次谐波问题；谐波谐振问题；谐波抑制技术；交流滤波器运行中的技术问题；高次谐波测试、电压闪变测试及高次谐波的管理任务。

本书可供供电系统及供电单位工程技术人员阅读，也可供有关专业人员参考。

封 面 设 计： 赵 元 奎

电力系统谐波技术

方 朝 旭 编 著

黑龙江科学技术出版社出版

（哈尔滨市南岗区建设街35号）

四平市站前印刷厂印刷

787×1092毫米 32开本 11.5印张 254千字

1986年11月第1版 · 1986年11月第1次印刷

印数1—10000册

书号：15217 · 236 定价：2.40元

前 言

目前，国际上已公认谐波源是污染电力系统的公害。近年来，电气化铁道逐渐增多，化工、冶金、煤炭、采矿等工业部门大量使用非线性设备，如硅整流技术的应用及电弧炉、交流调压装置、铁磁饱和等设备大量接入电网，致使不少电网中的高次谐波分量数值已大大超过了国际公认的标准。一九八四年水利电力部颁发了《电力系统高次谐波管理暂行规定》并规定自一九八五年一月一日起正式执行。这对改善我国电力系统波形，提高电能质量，保证电网安全经济运行，将起到保证作用。本人受东北电业管理局用电处委托编著了这本《电力系统谐波技术》，以供用电系统及用电单位工程技术人员阅读。本书是在东北电网举办的二期用电监察专责工程师及部分大用户管电工程师高次谐波学习班教材的基础上，吸取了部分同志的意见，进行较大的修改与补充整理而成。本书在编写过程中，得到东北电业管理局用电处、吉林省电力工业局用电处、黑龙江省电力工业局用电处及四平电业局有关领导的热情帮助与支持。陈砚侠、王宣群等同志参加了初稿的整理工作；李纯洁同志审阅了全文；秦林、李福才、文红、陈守平、高景文、李万祥等同志为本书出版也付出了辛勤的劳动，在此一并致谢。

由于作者水平有限，书中错误和缺点在所难免，欢迎广大读者批评指正。

作者

1985 年12 月

目 录

第一章　基础理论

第一节　非正弦交流电及级数分解

一、非正弦交流电

在交流电路中，如果电源的电势是正弦波，电路中各元件（R、L、C）又是线性的，则此电路中的电流电压也是正弦的。但电力系统中碰到的电路并不都这样简单，发电机转子绕组产生的磁通在气隙中的空间分布不可能完全是正弦的，所以发电机发出的电势是非正弦的。另外，即使电势可以认为是正弦函数的，但由于在各种具有铁芯的负载内，磁通与激磁电流间存在着非线性关系，即电感不是常数，所以电路中电流也不可能是正弦的。

在电工技术及电子技术中，常遇到的各种典型周期性电流或电压波形都与频率不同、振幅不同的一系列（理论上为无穷多）正弦波之和有一定关系，如图1—1(a)为$f_1(t)=\frac{4}{\pi}\sin\omega t$，(b)为$f_2(t)=\frac{4}{\pi}\sin\omega t+\frac{4}{3\pi}\sin 3\omega t$，(c)为$f_3(t)=\frac{4}{\pi}\sin\omega t+\frac{4}{3\pi}\sin\omega t+\frac{4}{5\pi}\sin 5\omega t$，(d)为$f_4(t)=\frac{4}{\pi}\sin\omega t+\frac{4}{3\pi}\sin 3\omega t+\frac{4}{5\pi}\sin 5\omega t+\frac{4}{7\pi}\sin 7\omega t$。这四个波形逐步接近于矩形波，图1—1(d)的$f_4(t)$与矩形波的误差已经很小了。如果这样不断加下去，就会得到任意小误

差的矩形方波。

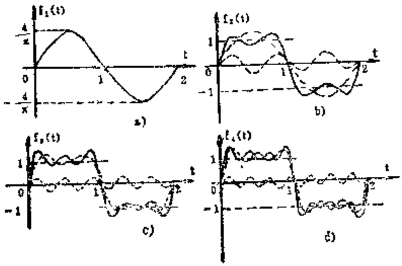


图1—1

电工上都把非正弦波形分解为无穷多个正弦波来计算，所分解出的各种频率的正弦波，称为非正弦波的各次谐波，以下我们将讨论这种分解的数学手段—傅里叶级数。

二傅里叶级数分解

在工程上遇到的周期性函数，大都能满足狄里赫利条件，因此，这种函数都可以用傅里叶级数表示出来。

如以弧度ωt作为自变量，f（ωt）表示原函数，则

$$f(\omega t)=A_0+A_1\sin(\omega t+\varphi_1)+A_2\sin(2\omega t+\varphi_2)+A_3\sin(3\omega t+\varphi_3)+\cdots+A_n\sin(n\omega t+\varphi_n)+\cdots$$

$$=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\sin(n\omega t+\varphi_n) \qquad (1—1)$$

这个无穷三角级数称为傅里叶级数，其中A_0是常数项，因常数项的频率为零，所以常数项可称为零次谐波，又可

称为直流分量。

式（1—1）中的第二项$A_1\sin(\omega t+\varphi_1)$的频率与原函数$f(\omega t)$的频率相同、故称为基波或一次谐波，第三项$A_2\sin(2\omega t+\varphi_2)$其频率为基波频率的二倍，故称为二次谐波。如此类推、有三次、n次……谐波。除直流分量和基波外，其余各项都可称为高次谐波。

由于傅里叶级数的收敛性质，一般谐波次数越高，其波幅也越小（可能有个别项例外）。因此一般情况下，次数较高的谐波可以略去不计。

利用三角学中的两角和的正弦公式$\sin(n\omega t+\varphi_n)=\sin n\omega t\cos\varphi_n+\cos n\omega t\sin\varphi_n$将（1－1）式展开并整理，则得到傅里叶级数的另一表达形式：

$$f(\omega t)=A_0+B_1\sin\omega t+B_2\sin 2\omega t+B_3\sin 3\omega t+\cdots+B_n\sin n\omega t+\cdots+C_1\cos\omega t+C_2\cos 2\omega t+\cdots+C_n\cos n\omega t+\cdots$$

$$=A_0+\sum_{n=1}^{\infty}B_n\sin n\omega t+\sum_{n=1}^{\infty}C_n\cos n\omega t \qquad (1-2)$$

式中

$$\left.\begin{aligned}B_n&=A_n\cos\varphi_n\\C_n&=A_n\sin\varphi_n\end{aligned}\right\} \qquad (1-3)$$

可以推算出：

$$\left.\begin{aligned}A_n&=\sqrt{B_n^2+C_n^2}\\\varphi_n&=\operatorname{arctg}\frac{C_n}{B_n}\end{aligned}\right\} \qquad (1-4)$$

上面所说的A_0、A_n、B_n、C_n称为傅里叶级数的系数。非正弦函数的谐波分析，就是求满足上面等式的各系数。

三系数的求法

1.常数项A_0的求法

A_0是常数，又称直流分量。在正弦函数一周期内(零到

2π)进行研究，对各项求积分得：

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t)d(\omega t) = \int_0^{2\pi} A_0 d(\omega t) + \int_0^{2\pi} B_1 \sin\omega t d(\omega t) + \int_0^{2\pi} B_2 \sin 2\omega t\, d(\omega t) + \cdots + \int_0^{2\pi} B_n \sin n\omega t d(\omega t) + \cdots \int_0^{2\pi} C_1 \cos\omega t d(\omega t) + \int_0^{2\pi} C_2 \cos 2\omega t d(\omega t) + \cdots \int_0^{2\pi} C_n \cos n\omega t d(\omega t) + \cdots \quad (1-5)$$

式中 $\int_0^{2\pi} B_n \sin n\omega t d(\omega t) = \frac{B_n}{n}[-\cos n\omega t]_0^{2\pi} = \frac{B_n}{n}[-\cos n2\pi + \cos 0] = 0$

$$\int_0^{2\pi} C_n \cos n\omega t d(\omega t) = \frac{C_n}{n}[\sin n\omega t]_0^{2\pi} = \frac{C_n}{n}[\sin n2\pi - \sin 0] = 0$$

则 $\int_0^{2\pi} f(\omega t)d(\omega t) = \int_0^{2\pi} A_0 d(\omega t) = 2\pi A_0$

移项得：

$$A_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(\omega t)d(\omega t) \quad (1-6)$$

从（1—6）式可知非正弦周期性函数的傅里叶级数展开式中常数项A_0为该函数在一周期内的平均值。

2.正弦项系数Bn的求法

对傅里叶级数等式两端同乘以$\sin n\omega t$，对ωt求零到2π的积分得：

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t)\sin n\omega t d(\omega t) = \int_0^{2\pi} A_0 \sin n\omega t d(\omega t) + \int_0^{2\pi} B_1 \sin$$

$\omega t\sin n\omega t d(\omega t)+\int_0^{2\pi}B_2\sin 2\omega t\ \sin n\omega t d(\omega t)+\cdots+\int_0^{2\pi}B_n\sin$

$nt\sin n\omega t d(\omega t)+\cdots+\int_0^{2\pi}C_1\cos\omega t\sin n\omega t d(\omega t)+\int_0^{2\pi}C_2\cos 2\omega t$

$\sin n\omega t d(\omega t)+\cdots+\int_0^{2\pi}C_n\cos n\omega t\sin n\omega t d(\omega t)+\cdots$

（1—7）

第一项的积分：

$$\int_0^{2\pi}A_0\sin n\omega t d(\omega t)=\frac{A_0}{n}[-\cos n\omega t]_0^{2\pi}=\frac{A_0}{n}[$$

$$-\cos n\cdot 2\pi+\cos 0]=0$$

正弦一般项的积分：

$m\neq n$时

$$\int_0^{2\pi}B_m\sin m\omega t\sin n\omega t d(\omega t)$$

$$=-\frac{B_m}{2}\left[\int_0^{2\pi}\cos(m+n)\omega t d(\omega t)-\int_0^{2\pi}\cos(m-n)\omega t d(\right.$$

$$\left.\omega t)\right]$$

$$=-\frac{B_m}{2}\left\{\frac{1}{m+n}[\sin(m+n)\omega t]_0^{2\pi}-\frac{1}{m-n}[\right.$$

$$\left.\sin(m-n)\omega t]_0^{2\pi}\right\}$$

$$=-\frac{A_m}{2}\left\{\frac{1}{m+n}[0-0]-\frac{1}{m-n}[0-0]\right\}=0$$

当$m=n$时

$$\sin m\omega t \sin n\omega t = \sin^2 n\omega t = \frac{1-\cos 2n\omega t}{2}$$

这时积分为

$$\int_0^{2\pi} B_n \sin^2 n\omega t d(\omega t) = \frac{B_n}{2}\left[\int_0^{2\pi} d(\omega t) - \int_0^{2\pi} \cos 2n\omega t d(\omega t)\right]$$

$$= \frac{B_n}{2}\int_0^{2\pi} d(\omega t) = \frac{B_n}{2}\left[\omega t\right]_0^{2\pi}$$

$$= \pi B_n \qquad (1-8)$$

除$m=n$这一项外，其它所有正弦项的积分为零。

余弦项的一般项的积分：

当$m \neq n$时

$$\cos m\omega t \sin n\omega t = \frac{1}{2}[\sin(m+n)\omega t - \sin(m-n)\omega t]$$

$$\int_0^{2\pi} C_m \cos m\omega t \sin n\omega t d(\omega t) = \frac{C_m}{2}\left[\int_0^{2\pi} \sin(m+n)\omega t d(\omega t) - \int_0^{2\pi} \sin(m-n)\omega t d(\omega t)\right] = 0$$

当$m=n$时

$$\cos m\omega t \sin n\omega t = \cos n\omega t \sin n\omega t = \frac{1}{2}\sin 2n\omega t$$

从以上积分可以得出：

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2}\sin 2n\omega t d(\omega t) = 0$$

由以上可知，在等式右边各项中除$m=n$的正弦项$\sin^2 n\omega t$的积分外，其余各项的积分均为零，所以

$$\int_0^{2\pi} f(\omega t)\sin n\omega t d(\omega t) = \int_0^{2\pi} B_n \sin^2 n\omega t d(\omega t) = \pi B_n$$

即 $B_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\omega t)\sin n\omega t d(\omega t)$ (1—9)

从（1—9）式可知傅氏级数正弦项的系数B_n等于非正弦函数$f(\omega t)$乘以$\sin n\omega t$在一周期内积分除以π。

3. 余弦项系数

同求正弦项系数B_n一样，要求余弦项各系数，只需在傅氏级数两端同乘以$\cos n\omega t$，然后进行零到2π的积分即可。

与上述各积分运算同理可得，除 m = n 的余弦项外，等式右边其它各项均为零，即：

$$\int_0^{2\pi}f(\omega t)\cos n\omega t d(\omega t)=\int_0^{2\pi}C_n\cos^2 n\omega t d(\omega t)=\pi C_n$$

$$C_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\omega t)\cos n\omega t d(\omega t) \qquad (1—10)$$

根据以上讨论，非周期函数$f(\omega t)$的傅里叶级数的各项系数与$f(\omega t)$的关系如下：

$$A_0=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}f(\omega t)d(\omega t)$$

$$B_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\omega t)\sin n\omega t d(\omega t)$$

$$C_n=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}f(\omega t)\cos n\omega t d(\omega t)$$

四几种非正弦交流电曲线

1. 与横轴对称的曲线

图（1—2）所示的曲线，如将负半周翻上去（如虚线所示），然后将其向左移π角，则刚好与原正半周波重合，这种函数称为与横轴对称的函数。用数学式子可表示为：

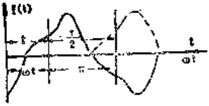


图1—2

$$f(\omega t)=-f(\omega t+\pi) \qquad (1\text{—}11)$$

左端可改写为如下形式：

$$f(\omega t)=A_0+\Sigma A_{n1}\sin(n_1\omega t+\varphi n_1)$$
$$+\Sigma A_{n2}\sin(n_2\omega t+\varphi_{n2}) \qquad (1\text{—}12)$$

式中n_1表示奇数，n_2表示偶数。

对于$f(\omega t+\pi)$则有：

$$f(\omega t+\pi)=A_0-\Sigma A_{n1}\sin(n_1\omega t+\varphi_{n1})$$
$$+\Sigma A_{n2}\sin(n_2\omega t+\varphi_{n2}) \qquad (1\text{—}13)$$

(1—12)与(1—13)两式要满足$f(\omega t)=-f(\omega t+\pi)$的条件必须有$A_0=0$，$A_{n2}=0$，即级数不含直流分量与偶次谐波函数而为奇次谐波函数，即：

$$f(\omega t)=A_1\sin(\omega t+\varphi_1)+A_3\sin(3\omega t+\varphi_3)+\cdots+A_n\sin(n\omega t+\varphi_n)+\cdots$$
$$=B_1\sin\omega t+B_3\sin3\omega t+\cdots+B_n\sin n\omega t+\cdots$$
$$+C_1\cos\omega t+C_3\cos3\omega t+\cdots+C_n\cos n\omega t+\cdots \qquad (1-14)$$

这就证明了与横轴对称的曲线只含奇次谐波，而不含常数项和偶次谐波。

2.与纵轴对称的曲线

图（1—3）所示，如以纵轴为中线迭折波形，则其左右两半波重合，这种函数便叫做与纵轴对称的函数，它是偶函数：

$$f(\omega t)=f(-\omega t) \qquad (1\text{—}15)$$

$$f(\omega t)=A_0+B_1\sin\omega t+B_2\sin2\omega t+\cdots+B_n\sin n\omega t+\cdots$$
$$+C_1\cos\omega t+C_2\cos2\omega t+\cdots+C_n\cos n\omega t+\cdots$$
$$f(-\omega t)=A_0-B_1\sin\omega t-B_2\sin2\omega t-\cdots-B_n\sin n\omega t$$
$$-\cdots+C_1\cos\omega t+C_2\cos2\omega t+\cdots+C_n\cos n\omega t+\cdots$$

(1—16)

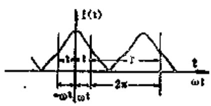


图1—3

要满足$f(\omega t)=f(-\omega t)$，则B_1，B_2，…，B_n…必须为零，所以这种函数只有直流分量和余弦项。因此这类函数可用下式表示：

$$f(\omega t)=A_0+C_1\cos\omega t+C_2\cos2\omega t+C_3\cos3\omega t+\cdots+C_n\cos n\omega t+\cdots$$

(1—17)

3.与原点对称的曲线

如图（1—4）所示波形，将其负半周翻上去，然后再将它向右翻转（以纵轴为中线），则与正半波重合，这种函数称为与原点对称的函数，它是奇函数：

$$f(\omega t)=-f(-\omega t) \qquad (1-18)$$

即对应ωt和$(-\omega t)$函数的两个纵坐标值大小相等，符号相反。把展开式代入上面方程，可以得到$A_0=C_n=0$，即这种曲线的特点是只含正弦项，而不含常数项和余弦项：

$$f(\omega t)=B_1\sin\omega t+B_2\sin2\omega t+\cdots+B_n\sin n\omega t+\cdots$$

(1—19)

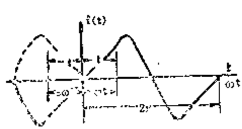


图1—4

4.与横轴和原点对称的曲线

由上面提到的，对称于横轴和对称于原点的曲线，前者不含常数项及偶次谐波，只含奇次谐波；后者不含常数项及余弦项，而只含正弦项的奇次谐波。

$$f(\omega t)=B_1\sin\omega t+B_3\sin3\omega t+B_5\sin5\omega t+\cdots+B_n\sin n\omega t \qquad (1-20)$$

曲线既对称于横轴又对称于原点，除与它本身特性有关外，还与开始时间的选择有关；曲线只对称横轴，则只决定于其本身，而与开始的选择无关。

电工技术中常遇到的尖顶波和平顶波，和交流发电机所产生的电势或电压波形，都是既对称于横轴又对称于原点的，所以只含正弦项的奇次谐波。

例1—1．求全波整流波形的傅里叶级数

解：如图（1—6）所示的波形是周期性偶函数，因此其正弦项为零，仅存在直流分量与余弦项。

原函数$u=U_m\cos\omega t$，整流后$f(\omega t)$的基波角频率为2ω，故

$$u=U_0+C_2\cos2\omega t+C_4\cos4\omega t+\cdots+C_{n2}\cos n_2\omega t+\cdots$$

$$A_0=\frac{1}{\pi}\int f(\omega t)d(\omega t)$$

$$=\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi}U_m\cos\omega t\,d(\omega t)$$

$$=\frac{2U_m}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\omega t\,d(\omega t)=\frac{2U_m}{\pi}\Big[\sin\omega t\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{2U_m}{\pi}$$

$$C_n=\frac{2U_m}{\pi}\int_0^{\pi}\cos\omega t\cos n\omega t\,d(\omega t)$$

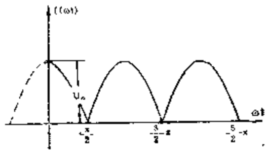


图1—5

$$=\frac{2\times 2U_m}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos\omega t\cos 2n\omega t d(\omega t)$$

$$=\frac{4U_m}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos(2n+1)\omega t+\cos(2n-1)\omega t}{2}$$

$$d(\omega t)$$

$$=\frac{2U_m}{\pi}\left[\frac{\sin(2n+1)\omega t}{2n+1}+\frac{\sin(2n-1)\omega t}{2n-1}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\frac{2U_m}{\pi}\left[\frac{-\sin(2\pi+1)\frac{1}{2}\pi+\sin(2n-1)\frac{1}{2}\pi}{(2n+1)(2n-1)}\right]$$

$$=\frac{4U_m}{\pi}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n-1)(2n+1)}$$

所以 $u=\frac{4U_m}{\pi}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{1\times 3}\cos 2\omega t-\frac{1}{3\times 5}\cos 4\omega t+\right.$

$$\left.\frac{1}{5\times 7}\cos 6\omega t+\cdots\right)$$

例1—2。一个线圈的磁势曲数如图1—6所示，求各次谐波。

$$\begin{cases} f(x)=M & 0<x<\pi \\ f(x)=(-M) & \pi<x<2\pi \end{cases}$$

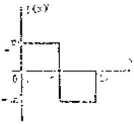


图1—9

解：这个波形既与原点对称又与横轴对称，故仅含有奇次正弦波。

$$f(x)=B_1\sin x+B_3\sin 3x+B_5\sin 5x+\cdots+B_{n1}\sin n_1x+\cdots$$

$$B_n=\frac{2}{\pi}\int_0^{\pi}f(x)\sin x dx=\frac{4}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}f(x)\sin x dx=\frac{4M}{n\pi}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x d(nx)=\frac{4M}{n\pi}\Big[-\cos n\Big]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{4M}{\pi n}$$

故

$$f(x)=\frac{4M}{\pi}\left(\sin x+\frac{1}{3}\sin 3x+\frac{1}{5}\sin 5x+\cdots\right)$$

第二节 正弦交流电路

一、正弦交流电的周期和频率

工业上用的正弦交流电是指按正弦规律变化的电动势和电流。正弦交流电由零值增加到最大值，又逐渐减少到零，然后改变方向由零值增加到负的最大值，最后减少到零。这一个循环变化过程叫做正弦交流的一个周期。

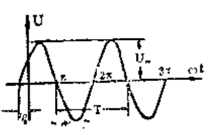


图1—7

图1—7画出了以ωt为横坐标的正弦交流电压的变化曲线，称为