使用放射性元素的工作方法

В. И. 巴拉諾夫 等著

科學出版社

使用放射性元素的工作方法

（附同位素表等）

巴拉諾夫 札波連柯 湼斯米揚諾夫 著
張 家 琨　馬 明 燮　蔡 親 顏 譯

科　學　出　版　社

1 9 5 6

В. И. Баранов, К. Б. Заборенко и Ан. Н. Несмеянов:
"Методы работы с радиоактивными элементами".
От "Радиохимия, сборник работ", изд. московского университета, 1952 г.

內容提要

本書原文係選自莫斯科大學出版社出版的'Радиохимия'論文集中的一篇論文"Методы работы с радиоактивными элементами"。原文比較全面地介紹了放射性的現象、放射性射線的性質、測量與製備的方法以及使用放射性同位素工作的一般方法。本書後還選有附錄12種，也都是極有參考價值的資料。

使用放射性元素的工作方法

翻譯者	張家琨　馬明燮　蔡觀顏
出版者	科學出版社 北京東皇城根甲42號 北京市書刊出版業營業許可證出字第061號
印刷者	上海啓智印刷廠
總經售	新華書店

1956年7月第一版　　書號：0468　字數：311,000
1956年7月第一次印刷　　開本：787×1092 1/25
(滬) 0001—3 270　　印張：14 4/5　插頁：2

定價：(10) 2.10元

譯 者 序

和平利用原子能，這在我國已經不是什麼遙遠的事了。作爲和平利用原子能的一個重要方面，放射性同位素在各種科學與技術部門中的應用也將大大地擴展起來。在這種情況下，應用放射性同位素的一般知識，對於從事或準備從事同位素應用的各門科學與技術工作者來說，是非常重要的；不但如此，近年來由於和平利用原子能（包括原子核物理）的發展，大大豐富了各門科學和技術的知識。所以，對於一般科學和技術的教、學或研究工作，這方面的知識是不可缺少的參考資料。本書的編譯，正是爲了試圖滿足這種需要。

本書譯自莫斯科大學出版社出版的論文集“Радио имия”中 В.И. Баранов，К.Б. Заборенко 與 Ан.Н. Несмеянов 三人著的“Методы работы с радиоактивными элементами”一文，文中比較全面而詳細地介紹了放射性的現象、放射性射線的性質、測量與製備的方法以及使用放射性同位素工作時的一般方法等，相當於專門教科書中詳盡的一章，對於這方面工作的同志作爲日常參考書，無疑是極有用處的。

書後附錄大部分是上述原文中的原有附錄，但附錄 1，附錄 2 與附錄 11 係選自 Ан. Н. Несмеянов, А. В. Лапицкий 與 Н. П. Руденко 三人合著的“Получение радиоактивных изотопов”一書。

譯　者　1955 年 8 月

目　錄

引　　言

作爲指示劑用的放射性元素在近代自然科學中得到了日益廣泛的應用。"標記原子"使我們可以根據體系各部分放射性的改變來追踪許多物理與化學過程。

藉標記原子的幫助，曾研究過化學反應的機制與動力學、複雜分子的結構與穩定性、化合物的溶解度、擴散過程、金屬的自擴散及生銹、活的有機體中的消化過程及元素的代謝以及許多其他問題。

爲了用放射性指示劑的方法進行研究，必須把一定量的、作爲被研究物質成份之一的元素的放射性同位素引入到該物質中。如果能得到壽命足夠長並且能放出適合於測量的射線的放射性同位素，那麼就可以用標記原子來進行工作。製備某一同位素的核反應，通常是將可以從其中分離出同位素的物質（靶）進行照射，然後將放射性同位素分離、純化並鑑定。將製得的放射性元素引入起始的化合物中，來進行研究所必需的實驗。在這以後，將被研究的元素與其放射性同位素一起以適合於測量的狀態從被研究的體系的各部分中分離出來。這樣得到的樣品用一種記錄放射性射線的儀器來測量。將測量結果經過必要的整理，做出結論。

在本篇論文中將簡單地說明放射性元素及其化合物的製備、記錄射線的方法與使用標記原子的實驗結果的整理。

關於放射性元素的工作方法的文獻是比較零散的，因此在本文中對這問題所作的說明，對於初做研究工作的人是有意義的。

本文中的圖有一部分是從所舉的文獻中抄錄的。

I. 放射性射線及其性質

在研究放射性元素時，必須解決下列問題：

1）探察放射性元素的存在；

2）測量總的放射性；

3）定量地測定單個放射性元素；

4）測定混合物中單個放射性元素；

5）研究被研究對象中放射性元素的分佈特徵（拓撲學）；

6）鑑定放射性元素。

為了解決上述這些問題，必須研究放射性射線的各種不同作用：它們所引起的氣體電離、發光現象、對照相板的作用。根據這些作用，採用了各種形式的測量放射性的儀器與方法：電離室與靜電計、脈衝線路（計數器）、威爾遜云室、閃爍法以及射線照相法。

1. α-射線

放射性元素放出的 α-射線，實際上是一樣的。α-粒子起始能量的不大的差別（“精細結構”）以及某些放射性元素所放出的長射程α-粒子的存在，可以不必考慮，這對於 α-射線強度測量的精確度，不會引起顯著的影響。α-射線在物質中的徑跡是直線。射程——粒子在正常條件下在空氣中的直線路程，是 α-射線的特徵常數。α-粒子的射程 R_0 與其起始速度 V_0 以蓋革公式聯系起來：

$$V_0^3 = aR_0, \tag{1}$$

此處 $a = 1.08 \times 10^{27}$。

這一關係對任何初速的 α-粒子都是對的，並且可以寫成：

$$V^3 = a(R_0 - x), \tag{2}$$

此處 x 是 α-粒子在物質中所經過的路程。

各種不同元素對 α-粒子的吸收以所謂“阻止本領” S 來表徵：

$$S = \frac{\rho \cdot d}{A} : \frac{\rho_0 d_0}{A_0}, \tag{3}$$

此處 d_0 是 α-粒子在空氣中的射程；d 是該物質層減少的厚度（即通常所謂 α-粒子在該物質中之射程——譯者）；ρ 是物質密度；ρ_0 是空氣密度；A 是元素的原子量；A_0 是空氣的平均“原子量” = 14.4。

實驗數據指出：阻止本領隨吸收元素的原子量與原子序數的增加而增加，表式 $\frac{S}{\sqrt{A}}$ 與 $\frac{S}{Z^{2/3}}$ 接近常數。

α-粒子在任何物質中的射程在 15% 精確度內可用勃萊格-克里曼公式表示：

$$R=3\times10^{-4}\frac{R_0}{\rho}(A)^{1/2}, \tag{4}$$

或表示成每平方厘米的克數：

$$R_\rho=3\times10^{-4}R_0A^{1/2}. \tag{5}$$

對於複雜的物質可用加法規則。

每平方厘米表面放出 n_1 個 α-粒子的均匀 α-射線平面源，在蓋上厚度爲 d_1 的平行平板以後，在各個方向共給出 n_2 個 α-粒子：

$$\left.\begin{aligned} &n_2=\frac{n_1}{2}\left(1-\frac{d_1}{R}\right) \quad 當\ d_1\leqslant R,\\ &n_2=0 \quad\quad\quad\quad\quad\ \ 當\ d_1\geqslant R. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

這裏 n_1 是每平方厘米表面上放射性物質所放出的 α-粒子數，R 是在蓋住射線源的物質中 α-粒子的射程。如果放射 α-粒子的一層有有限厚度 d_2，那麼每一平方厘米上垂直於表面放出的 α-粒子數 n_3 等於：

$$\left.\begin{aligned} &n_3=\frac{n_0}{2}d_2 \quad 當\ d_2\leqslant R,\\ &n_3=\frac{n_0}{2}R \quad 當\ d_2\geqslant R, \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

此處 n_0 是單位體積的放射性物質在一平方厘米無限薄（即無吸收——譯者）的面積上垂直方向放出的粒子。

在厚度爲 d 的均匀的平面放射性物質層放出的散射束中的 α-粒子數 n_4 等於：

$$\left.\begin{aligned} &n_4=\frac{n_1}{2}d\left(1-\frac{d}{2R}\right) \quad 當\ d\leqslant R,\\ &n_4=\frac{n_1}{4}R \quad\quad\quad\quad\quad\quad 當\ d\geqslant R. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

α-粒子在空氣中的電離正比於 α-粒子的強度，決定於 α-粒子在

其全部射程中所產生的離子對數 K。 K 值與射程的關係如下：

$$\left.\begin{aligned} K&=K_0R^{1/3}, \\ \text{此處}\quad K_0&=6.25\times10^4. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

在 α-粒子的射程末端，電離比度增加。 它正比於剩餘射程數值的立方根。

厚度爲 d 的均勻放射層每一面所放出的 α-射線在空氣中所產生的總離子數 Q，是放射層厚度與 α-粒子在此物質中的射程之比——d/R 的函數。 這函數的值引於表1中。

表 1. 隨物質層厚度與 α-粒子射程之比的增加，離子總數與最大離子數之比的改變

$\frac{d}{R}$	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\frac{Q}{Q_\infty}$	0	0.284	0.497	0.659	0.780	0.869	0.930	0.967	0.989	0.988	1.000

表中符號：

R 是 α-粒子在物質中的射程；

d 是放射層厚度；

Q_∞ 是飽和層所產生的最大離子數；

Q 是厚度爲 d 的物質層所產生的離子數。

每一種符號的離子數按下列關係決定：

$$Q_\infty=\frac{3}{20}n_\alpha K_0R^{5/3}, \tag{10}$$

此處 n_α 是1厘米^{3}物質在1秒中所放出的 α-粒子數。

在同一放射系的放射性元素的 α-粒子的射程值 R 與蛻變常數 λ 之間有下列關係，這關係爲蓋革與努塔耳所確立：

$$\lg\lambda=a-b\lg R, \tag{11}$$

此處 a 與 b 是放射系的特徵係數。

2. β-射線

β-射線是電子(或正電子)流，它與 α-射線不同，有複雜的能譜。在核蛻變時放出的原始射線組成連續的速度譜，其粒子數目按能量

的分佈很像幾率曲線。β-粒子譜中能量的下限決定於研究方法的靈敏度，能量的上限是放射性元素的特徵常數。

在 β-射線的最大能量與放射性元素的蛻變常數之間，沒有類似於蓋革-努塔耳定律的關係，但這裏也觀察到隨着壽命的減少而能量增加的總的傾向。 各種不同的放射性元素的 β-粒子按能量分佈的曲線的形狀是相似的。 最可幾的能量（вероятная энергия）約爲最大能量的 1/3。 除了蛻變的電子以外，某些放射性元素還放出幾組單能量的 β-射線。 這是內變換的電子，是由於得到 γ-射線的能量而從原子的電子殼上拋出的電子*。 內變換的電子數在總的射線譜中佔百分之幾。

複雜的 β-射線在物質中的吸收，相當精確地遵守簡單的指數定律：

$$J = J_0 e^{-\mu d}, \tag{12}$$

此處 d 是吸收層厚度，J_0 與 J 是電子束在吸收前與吸收後的強度。 吸收係數 μ 的數值近似地正比於吸收物質的密度，而 μ/ρ 的比值是常數。 因此如以每單位面積的質量來表示吸收層厚度，得到的放射性元素放出的 β-射線對不同吸收劑的吸收曲線是相同的。

β-粒子在物質中的徑跡不是直線，並且它們也沒有確定的射程數值，但它們與 α-粒子一樣在物質中只能走有限的距離。 β-射線的穿透性決定於最大射程的數值，而最大射程是 β-射線最大能量的函數。 β-射線的質量吸收係數正比於 Z/A 而增加。

β-射線吸收的指數定律不但表現在粒子數目上，也表現在其所產生的電離上。 單色的內變換電子的吸收不遵守指數定律。

用電離方法或脈衝方法可以根據 β-射線的電離作用來測量 β-射線的強度。 在利用電離法時，射線的電離作用對其能量的依賴關

---

* 根據以後的研究確定，內變換的過程是激發態的原子核直接將激發能傳給核外電子，沒有經過放 γ-射線的階段。因爲根據 γ-射線的光電效應計算得到的內變換的幾率比實際觀察到的要小 100 倍左右。內變換與放射 γ-射線，都是激發態的核釋放能量的可能方式，而且 γ-射線往往是主要的方式，因而常把內變換叫做是 γ-射線的內變換(27 頁)請參看 Э. В. Шпольский, Атомная физика 第二卷 436—437 頁。——譯者

係（參看附錄 8）有着重要的作用。

在測量 β–射線時，放置樣品的底墊所放出的二次射線有很大作用。 不同物質放出二次輻射的本領隨其原子核電荷之增加而增加，這從表 2 可以看出。

表 2. 隨着底墊的原子序數增加 β–射線的相對電離的改變

底墊物質	沒有底墊	C	Al	S	Cu	Ag	Au	Pb
原子序	—	6	13	16	29	47	79	82
相對電離	1	1.17	1.30	1.32	1.45	1.57	1.68	1.70

3. γ–射線

γ–射線是原子核從一個能級躍遷到另一能級時所放出的電磁輻射。γ–光子的能量 E 等於放出 γ–射線前後原子核能量之差。γ–光子的動量 p 等於 E/C，此處 C 是光速。

γ–射線以光速傳播。 當 γ–射線與物質相互作用時發生下列現象：

1. 光電效應　光子將全部能量傳給電子，這過程按照愛因斯坦方程式進行：

$$E=E_0+\frac{mv^2}{2},$$

此處 E_0 是電子從原子殼中脫出所需的功，$\frac{mv^2}{2}$ 是電子的動能。

2. 康普頓散射　光子與電子相碰撞時遵守能量及角動量守恆定律。

散射時，波長 λ 的改變由下列方程式給出：

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)=0.042(1-\cos\theta),$$

此處 m 是電子質量，h 是普朗克常數，θ 是入射與反射光子間的角

度，波長改變的單位是 Å。

3. 正負電子對的形成 在原子核場中當 γ-光子能量大於 1.02 兆電子伏特時發生這種過程。

除此之外，γ-射線也可以引起核反應，但是引起核反應的幾率比之前三種形式的相互作用的幾率要小得多。

當 γ-射線經過物質時，近似地按照像方程式(12)那樣的指數定律被吸收。

這裏吸收係數 μ 等於表徵光電吸收 (τ)、康普頓散射 (δ) 以及電子對的形成 ($\varkappa$) 的三個係數的總和：

$$\mu=\tau+\delta+\varkappa. \tag{13}$$

吸收係數 τ 正比於 $Z^5/E^{5/3}$，對於重元素與低能量 γ-射線這個係數佔優勢。

散射係數 δ 正比於 Z/E，它是在輕元素中減弱中等能量 (0.5 兆電子伏特$<E<$3 兆電子伏特) 的 γ-射線的主要因素。電子對形成的係數 $\varkappa$ 正比於 $Z^2 \lg E$，它只對高能量的 γ-射線有意義。

在第一次近似中，總質量吸收係數是常數：

$$\mu/\rho=\text{常數}. \tag{14}$$

質量係數 τ/ρ, δ/ρ, $\varkappa/\rho$ 可以按下面諸公式計算：

$$\tau/\rho=0.0089\left(\frac{Z^{4.1}}{A}\right)\lambda^n. \tag{15}$$

在這公式中 λ 用 Å 表示，指數 n 對於 C, N, O 等於 3.05，對於 Na－Fe 是 2.85。

如已知例如鉛的總吸收係數，那麼可以按下面公式算出任何其他元素的總吸收係數：

$$\mu=4.07\mu_{\mathrm{Pb}}\frac{\rho Z^4}{A}\times 10^{-7}. \tag{16}$$

如已知鉛的散射係數 δ，那麼也可以按下面公式計算其他任何元素的散射係數：

$$\delta = 0.224\,\delta_{Pb}\frac{\rho Z}{A}. \tag{17}$$

電子對的形成的係數 $\varkappa$ 近似地用下式表示:

$$\varkappa = bZ^2(h\nu - 2mc^2), \tag{18}$$

此處 b 是常數。 在能量很大時,方程式(18)轉變爲

$$\varkappa = aZ^2 \lg E, \tag{19}$$

這裏 a 也是常數。 從鉛換算成其他元素時用下式:

$$\varkappa = \varkappa_{Pb}\frac{207.2\,\rho}{(82)^2 \times 11.3}\frac{Z^2}{A}. \tag{20}$$

II. 放射性元素的衰減與增長

放射性核自發的蛻變按照這樣的規律進行:在 t 到 $t+dt$ 時間間隔內蛻變的原子核數目與時間間隔 dt 及時間 t 時所存在的原子核數 N 成正比:

$$dN = -\lambda N dt. \tag{21}$$

比例係數 λ 稱爲原子核的放射性常數,它表徵核的不穩定性。

從起始的原子(核)數目 N_0 經過時間間隔 t 以後剩下的數目 N,可積分(21)式來求得。 當 $t=0$ 時,$N=N_0$,得

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \tag{22}$$

這定律只能用於大數目的放射性原子。 在蛻變的原子核數目不大時,表現出平均值附近的統計起伏。

放射性蛻變是偶然的現象,每個個別的原子的"壽命"是不能預先確定的。 放射性常數是原子核在單位時間內發生轉變的幾率,利用它可以算出大數目的原子的平均壽命。因爲根據(21)式,生存 t 秒的原子數等於 $\lambda N dt$,它們的總壽命是 $t\lambda N dt$。 在時間 $t=0$ 時存在過的全部原子 N_0 的壽命總和,按下面積分算出:

$$\Sigma t = \int_{t=0}^{t=\infty} t\lambda N dt.$$

平均壽命 τ 是

$$\tau = \frac{\Sigma t}{N_0} = \frac{1}{N_0} \int_0^\infty t\lambda N dt = \frac{1}{\lambda}. \qquad (23)$$

在實際上常利用放射性元素的半衰期 T。

現有的原子數目的一半發生了蛻變的時間間隔定爲半衰期。半衰期與蛻變常數之間的關係很容易從方程式(22)算出

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = \frac{1}{2},$$

由此

$$T\lambda = \ln 2 = 0.693. \qquad (24)$$

某些放射性核經歷一連串的轉變，形成一個鎖鏈。

在普遍情况下，如知道單位時間內由母體物質(материнское вещество)所生成的任何一放射性元素的量，那麼在某一時間(t)該放射性元素的數量 N 就可以求得。

對我們有興趣的元素增長的微分方程式爲：

$$\frac{dN}{dt} = Q(t) - \lambda N, \qquad (25)$$

此處 $Q(t)$ 是元素形成的速度，而 λN 是其蛻變的速度。這個線性方程的普遍解按下式求出

$$N = e^{-\lambda t}\left[N_0 + \int_0^t Q(t) e^{\lambda t} dt\right]. \qquad (26)$$

1. 計算放射性元素數量的理論

1. 以不變速度形成的放射性元素的增長。

這裏所講的是在連續地照射靶時由核反應所生成的放射性元素的增長，以及長壽命放射性元素的蛻變產物的增長。在這情况下放射性元素形成的速度 $Q(t)$ 是常數。這個數值用 A 表示，得

$$\frac{dN}{dt} = A - \lambda N, \qquad (27)$$

增長着的元素的原子數量由下式決定:

$$N=N_0e^{-\lambda t}+\frac{A}{\lambda}(1-e^{-\lambda t}). \tag{28}$$

當 $N_0=0$ 時,(28) 式變成

$$N=\frac{A}{\lambda}(1-e^{-\lambda t}). \tag{29}$$

分析對應於 (29) 式的曲線表明,放射性元素的原子數量 N 漸近地趨向於極限值 N_∞。

$$N_\infty=\frac{A}{\lambda}.$$

2. 由蛻變得相當快的同位素形成放射性元素。

放射性元素形成的速度 $Q(t)$ 爲

$$Q(t)=N_1\lambda_1,$$

此處 N_1 是第一個放射性元素的原子數目,它可以用這元素原子的起始數目來表示:

$$N_1=N_{1,0}e^{-\lambda_1 t}.$$

解微分方程

$$\frac{dN_2}{dt}=N_{1,0}\lambda e^{-\lambda_1 t}-N_2\lambda_2, \tag{30}$$

條件爲 $t=0$ 時 $N_2=N_{2,0}$,得

$$N_2=N_{2,0}e^{-\lambda_2 t}+\frac{N_{1,0}\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_2 t}). \tag{31}$$

隨着時間 t 的增加,第一元素以及第二元素的原子數目漸近地接近於零。 如第一放射性元素的蛻變常數小於第二個元素的蛻變常數,那麼在這兩種元素的原子數目之間逐漸地建立一個不變的關係(放射性平衡),這關係用下式來表徵:

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}. \tag{32}$$

若第一放射性元素是長壽命的 ($\lambda_1\ll\lambda_2$),放射性平衡的比例變爲

$$\frac{N_2}{N_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_2} \text{ 或 } N_1\lambda_1=N_2\lambda_2. \tag{33}$$

這種情況卽所謂穩定平衡（стационарное равновесие）或長期平衡（вековое равновесие）。

如第一元素的蛻變常數大於第二個元素的蛻變常數，那麽它們之間不可能建立放射性平衡，而第二元素的原子數與第一元素的原子數之比隨着時間不斷地增加。

3. 形成一連串的放射性元素的蛻變產物。

讓我們分析一連串元素轉變的普遍情形

$$A\to B\to C\to\cdots。$$

設蛻變產物的原子數分別爲

$$N_1, N_2, N_3, \cdots, N_i,$$

而蛻變常數分別爲

$$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \cdots, \lambda_i.$$

假定在開始時（$t=0$）只有第一種元素，其量爲

$$N_1=N_{1,0}, \text{ 而 } N_2=N_3=\cdots=N_i=\cdots=0.$$

在時間 t 時任何一元素的原子的數量 N_i 爲

$$\begin{aligned}N_i=N_{1,0}\lambda_1\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_{i-1}\Big[&\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_i-\lambda_1)}+\\&+\frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_i-\lambda_2)}+\cdots+\\&+\frac{e^{-\lambda_i t}}{(\lambda_1-\lambda_i)(\lambda_2-\lambda_i)\cdots(\lambda_{i-1}-\lambda_i)}\Big].\end{aligned} \tag{34}$$

常常利用某一元素的原子的數目與第一元素原子的數目的比 $\frac{N_i}{N_1}$，這個比在平衡狀態時等於

$$\frac{N_i}{N_1}=\frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_{i-1}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)\cdots(\lambda_i-\lambda_1)}.$$

當 $\lambda_1\ll\lambda_2, \lambda_3, \cdots, \lambda_i$ 時，得

$$\frac{N_i}{N_1}=\frac{\lambda_1}{\lambda_i} \quad 或 \quad N_1\lambda_1=N_i\lambda_i。 \tag{35}$$

如第一元素是長壽命的，或者這一串元素是在連續進行的原子核反應中生成的，則有

$$\lambda_1 \ll \lambda_i \quad 和 \quad N_1\lambda_1=A。$$

那麼原子數目的表式可以寫成

$$N_i=A\lambda_2\lambda_3\cdots\lambda_{i-1}\left[\frac{1}{\lambda_2\lambda_3\lambda_4\cdots\lambda_i}-\frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2(\lambda_3-\lambda_2)\cdots(\lambda_i-\lambda_2)}-\right.$$
$$-\frac{e^{-\lambda_3 t}}{\lambda_3(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)\cdots(\lambda_i-\lambda_3)}-\cdots-$$
$$\left.-\frac{e^{-\lambda_i t}}{\lambda_i(\lambda_2-\lambda_i)\cdots(\lambda_{i-1}-\lambda_i)}\right]。$$

2. 計算放射性元素數量的例子

1. 如在一連串的蛻變中的兩個放射性元素之間有一短壽命的元素，那麼在計算中可以認爲第三個元素直接由第一元素所生成。新釷-1($MsTh_1$)經過新釷-2($MsTh_2$)變成射釷(RaTh)，可以做爲例子：

$$MsTh_1 \xrightarrow[6.7\,年]{} MsTh_2 \xrightarrow[6.13\,小時]{} RaTh \xrightarrow[1.9\,年]{}。$$

實際上，從普遍公式可得到射釷原子數目爲

$$N_3=N_{1\,0}\lambda_1\lambda_2\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)}+\right.$$
$$\left.+\frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)}+\frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}\right]$$

因 $\lambda_2 \gg \lambda_1$，$\lambda_2 \gg \lambda_3$，以及 $e^{-\lambda_2 t}=0$，得

$$N_3=N_{1,0}\lambda_1\lambda_2\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_2(\lambda_3-\lambda_1)}+\frac{e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2(\lambda_1-\lambda_3)}\right]=$$
$$=\frac{N_{1\,0}\lambda_1}{\lambda_3-\lambda_1}(e^{-\lambda_1 t}-e^{-\lambda_3 t}),$$