

# 水弹道学模拟



国防工业出版社

## 内 容 简 介

本书在美国1972年初版，1975年重印。迄今为止，它是水弹道学模拟方面内容最丰富的一本书。本书全面地总结了美国在水弹道学方面的试验研究工作，反映了美国在这一领域的目前水平。

第一部分扼要地给出入水和出水的相似条件（包括水下发射系统的相似条件），为实验研究奠定理论基础；第二部分到第四部分比较详尽地论述了模型和原型的试验研究，分析了各相似条件对试验结果的影响，同时相当详细地观测和分析了各种物理现象；第五部分概略地介绍了美国在该领域的各种试验设备、观测仪表；最后一部分评介了水弹道学模拟技术的现状及其发展方向。

本书可供从事水中武器、反潜武器、水下发射导弹的研究、设计和使用部门的科技人员参考，也可供流体力学和其它有关方面的研究工作者参考。

HYDROBALLISTICS MODELING

J. G. Waugh

G. W. Stubstad

U. S. Government Printing Office 1975年

## 水弹道学模拟

陈九锡 张开荣 译

陈九锡 校

国防工业出版社出版

北京市书刊出版业营业登记证字第 074 号

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

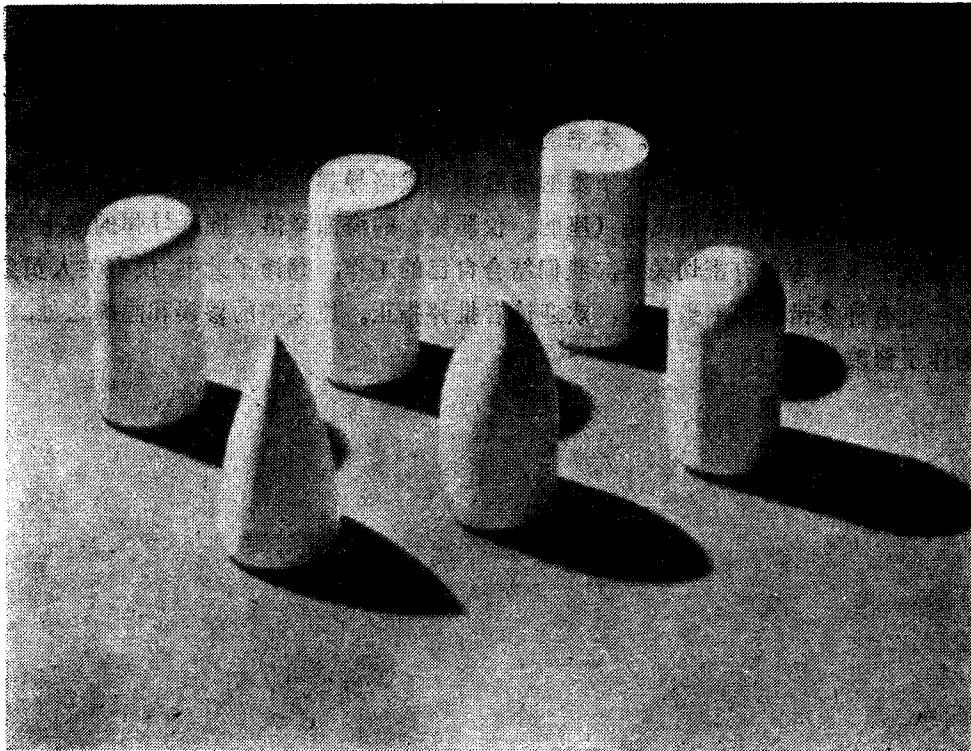
国防工业出版社印刷厂印装

787×1092<sup>1</sup>/16 印张 17<sup>3</sup>/8 插页 10 400 千字

1979年12月第一版 1979年12月第一次印刷 印数：0,001—1,900册

统一书号：15034·1853 定价：2.85元

入水俯仰模拟研究中所用的导弹头部



## 译校者序

《水弹道学模拟》一书，在美国初版于一九七二年，一九七五年重印。作者们相当详尽地论述了美国在这一领域的实验研究工作。从实验的相似理论到实验设备，从小型实验室、大型实验室到原型试验场，从实验方法、过程到实验结果，都有所分析报道。这本书反映了美国水弹道学实验研究的最新水平。

研究导弹、鱼雷及其它经历过撞水、入水、出水和水下航行阶段的武器的水弹道学问题，是一个复杂的课题。从数学、物理和力学的分析角度来看，它涉及空气、水和弹性物体三者之间的相互作用和不定常的运动问题，既是一个具有自由面和特殊空泡的不定常的流体力学问题，又有可能引起结构破坏、使仪表及机构不能正常工作的高速撞击问题，还有弹性体运动的动力学问题。研究解决这些问题，提高武器的性能，分析计算方法是很困难的，试验和实验是必不可少的。本书的意义就在于此。

水弹道学对许多海军武器、水下发射的战术和战略导弹、反潜武器的研究发展具有重要的意义，此外它还涉及宇宙飞船（座舱、仪器舱）的海面降落、洲际导弹的海上试验，与舰船和水上飞机等也有密切关系。我们结合自己的工作，翻译了此书，供有关人员参考。译文中一定有许多错误和不当之处，欢迎读者批评指正。原文中的谬误和隐晦之处，我们已分删作了修改注释。

## 前　　言

最近十年来，海洋给人类带来的价值迅速增长，随之而来的是海下研究和发展活动的增加。各种航行器和武器不断涌现，它们可在从几乎是爬行的速率到比目前已用的速率还要高的速率范围内工作，航行时相对于水面可以有任意取向，下潜深度不断增加。除了包含部分空气或高速废气的空泡以外，各种发展程度的空泡都可遇到。

三相三维流体力学理论还不健全，在未加控制的公海上进行大导弹试验，存在固有的困难，由此而产生对小尺寸模拟技术的需求。原型试验中，时间和金钱的消耗必定是大的，具有适当分辨能力和精度的数据的获取，可能是一项非常艰难的任务。

当然，模拟的最终目的在于能实际地预测原型导弹的性能，这是一个不总是能达到的目的，特别是当所研究的物理现象还不完全懂的时候。模型研究还能提供对那些还毫无所知的现象的洞察力，并将证明这对于改进原型设计和控制影响原型性能的事件是有用的。

入水的实验研究最晚七十五年以前就开始了，但是，本书所报道的工作大部分是第二次世界大战以来所完成的。已经观测了许多特殊的形状和一些一般组合体的入水，通常是低速(500 英尺/秒或更低)静水试验。这些导弹，连同它们的入水空泡及周围的水，仅代表海洋里所遇到的流体动力学流态的一小部分。代表公海的环境条件和由高速推进系统引进的新因素，还没有详尽地研究过。如果模拟要继续是一个有用的工具的话，它必须扩大自己的能力，以适应海洋学不断增长的需要。

我们希望本书所报道的研究（大部分是在美国海军军械试验站即现在的海军水下研究与发展中心帕塞迪纳实验室进行的），将为估计模拟技艺的现状提供一个基础，为未来的实验研究提供一个跳板，为把模拟技术推广到包括水弹道学的其它方面提供一个指南。

作　者

# 目 录

<b>第一部分 理论模拟</b> .....	1
第一章 水弹道学模拟理论 .....	1
小尺寸模型用以模拟原型性能；所包含的相似律；相似参数：弗鲁德数，雷诺数，韦伯数，空泡数， 气体密度。	
第二章 水下发射的模拟 .....	4
模拟技术；相似约束；来自气体物理性质的限制；气体的选择；部分相似和部分相似技术的选择。	
<b>第二部分 实验模拟</b> .....	11
第三章 入水现象 .....	11
影响入水的因素；空中飞行；撞水；流动形成；开空泡；空泡闭合；闭合了的空泡。	
第四章 实验水弹道学模拟的进展 .....	41
早期研究的贡献；球的入水；半球形头导弹、橄榄形头导弹、圆锥形头导弹和平头导弹的入水；空泡 和喷溅研究。	
<b>第三部分 原型和模型实验</b> .....	55
第五章 全尺寸入水忽扑和减速度 .....	55
忽扑和入水减速度对全尺寸导弹性能的重要性；头部形状、攻角和速度的影响。	
第六章 忽扑和低压强 .....	67
低压强对忽扑的影响；低压强在导弹性能方面的重要性；通气的和未通气的全尺寸导弹及模型的试验； 改变大气压强和表面张力的效果。	
第七章 入水俯仰模拟 .....	93
一比一弗鲁德数和空泡数相似；另加部分气体密度相似；原型和模型入水距离。	
第八章 水下轨道的模拟 .....	101
边界层流动在模型入水性能中的重要性；人为地产生湍流；湍流边界层对模型及空泡性能的影响；入 水攻角、大气压强和入水速度的影响。	
第九章 入水空泡的模拟 .....	120
空泡在导弹性能中的作用；空泡对弗鲁德数、空泡数及气体密度相似的敏感性；垂直入水空泡和斜入水 空泡；导弹垂直入水和斜入水出现空泡时的性能。	
第十章 探索性入地研究 .....	145
模型发射进干净的沙子；轨道、忽扑和空泡的观察。	
第十一章 出水研究 .....	152
与入水的比较；导弹出水时其姿态受到的扰动；轨道角、空泡数、不稳定空泡流、导弹外形和雷诺数 的影响；经历出水的现役导弹的设计。	
<b>第四部分 现象学的研究</b> .....	179
第十二章 入水喷溅的轮廓 .....	179
在大气条件下球的垂直入水和斜入水；喷溅轮廓的叙述。	
第十三章 尾流的形成 .....	183
球和平头圆柱体导弹后面的全湿流动；尾流的发展；涡的形成及其特性；球和平头圆柱体导弹后面的 空泡流；空泡、涡及回射流的形成和它们的特性。	

<b>第十四章 尾流效应</b>	205
从全湿流导弹底部脱落的涡；尾流与导弹速度扰动之间的关联；经过尾翼的流动。	
<b>第十五章 旋转球体的入水空泡</b>	210
空泡的特性；分离点；球的阻力系数；边界层的影响。	
<b>第十六章 重力对入水空泡的影响</b>	215
借在自由降落系统中进行发射试验消除重力影响；球体和杆状物体的垂直入水空泡；空泡闭合；环境条件的影响；喷溅。	
<b>第五部分 特殊试验技术和水弹道学试验设备</b>	223
<b>第十七章 试验设备和装置</b>	223
可变角度可变压强发射水箱；可控大气发射水箱；定角发射器；可变角度发射器；开式水箱；两种液体交界面水箱；垂直降落水箱；二维截面水箱。	
<b>第十八章 实验技术</b>	257
发射水箱内水的制备和保管；按需要预备大气；雷诺效应的控制；模型的制作；照相；流动显示技术。	
<b>第十九章 水弹道学实验设备的设计</b>	267
设备设计；仪表测量设备；水箱建造；水箱材料；照相设备；最新设计；水箱设计最近的发展；美国海军水下研究与发展中心(NUC)的可变大气水箱；洛克希德(Lockheed)水下导弹实验设备；美国国家海军军械实验室(NOL)水弹道学实验设备；美国加里福尼亚理工学院(CIT)可变大气波浪水箱；沃尔登研究实验室(ARL)可控大气水箱。	
<b>第六部分 水弹道学模拟技术的发展状况</b>	279
<b>第二十章 水弹道学模拟技术的发展状况</b>	279
今天对模拟的不完全认识；需要进一步确定和验证许多方面的相似条件；需要进一步研究环境对导弹性能的影响；需要进一步研究的水弹道学问题。	
<b>符号表</b>	282
<b>参考文献</b>	284

# 第一部分 理论模拟

## 第一章 水弹道学模拟理论

用小尺度的模型模拟原型的条件，这在航空学、船舶设计和流体力学的其它领域里，是通用的做法。当模型沿着与原型几何相似的轨道运动，并在轨道的对应点上复现原型的姿态时就存在着模拟。在模型上施加一个与作用在原型上的力系相似的力系，就实现了模拟（见参考文献〔61〕）。

在模拟里有待解决的问题是要识别出所包含的影响导弹运动的各个力。在有实际意义的水弹道学现象里，惯性力、重力和粘性力是首先要考虑的。在所要考虑的速度范围内惯性力总是重要的，因此，别的力就和它比较。不论是重力还是粘性力都可以和惯性力同时得到相似，但是除非在模型和原型系统用不同的液体，否则重力和粘性力不能同时和惯性力得到相似。不幸的是，当原型液体是水时，现在没有哪个液体用在模型系统中可满足重力（弗鲁德——Froude）和粘性力（雷诺——Reynolds）同时相似的要求●。水弹道学模拟系统必须使一个力的比值（即一个相似参数或模拟参数）相等，另一个尽可能减小。

因为弗鲁德力和雷诺力的相对重要性可以通过导弹速度的选择而加以调整，所以水弹道学的模拟是可能的。在比较低的层流速度下，雷诺效应是不可不管的；或者在弗鲁德相似系统中对粘性力加以修正，或者必须想出一个特别受约束的模型系统。前者是一个在把拖池结果应用到船舶设计方面久已实行的方法。受限制系统的一个例子是，在弗鲁德相似时，用足够大的模型，使模型和原型的速度都超过临界雷诺数所要求的值，粘性效应由此可以忽略；另一个例子是深潜潜水艇在垂直平面内的高速机动运动的模拟，在此弗鲁德相似可以忽略，模型工作速率（如果大于临界雷诺数所要求的值）就可以自由选择。

在高速下，可以成功地采用弗鲁德相似，因为一俟湍流建立起来，雷诺力实际上就变为常数。在层流和湍流的过渡区内，模拟是不能指望得到的，虽然有时它可借助于人为地产生湍流而获得。当重力和惯性力比较可忽略时，或当导弹内的或其周围流体内的可压缩力变为重要时，就存在一个弗鲁德相似的速度上限，这时就得用马赫（Mach）相似。

满足弗鲁德相似律或满足雷诺相似律的模型和原型，外形和重心位置都要是几何相似的，它们的质量和转动惯量分别按导弹的线性尺度比（即模型直径/原型直径的比值）的三次方和五次方相似。如在模型系统和原型系统中用不同的液体，则质量和转动惯量也必须与各自所用的液体密度成正比地相似。

弗鲁德相似律和雷诺相似律对模型的试验速度要求不同。弗鲁德相似律要求比原型小的模型其速度也比原型的速度小；雷诺相似律则要求小模型的速度比原型的速度大。

模拟理论是从量纲分析的基本概念演化来的，量纲分析只不过企图通过古希腊的几何相似性和成比例地放大和缩小的思想，把物理现象关联起来。叙述量纲分析和模拟理论的

● 聚合物的水溶液将可能使这三个参数同时相似。

广泛的文献已由加勒特·伯克霍夫（见参考文献[5]、[6]和[55]）列出，由 F.S. 伯特（见参考文献[10]）加以讨论。

在弗鲁德相似系统中，重要的水弹道学模拟参数是弗鲁德数、空泡数、气体密度系数和韦伯（Weber）数。

雷诺数和马赫数也是重要的，因为模拟技术的有效性就靠能忽略这两个参数。仅当在撞击载荷或水动力的作用下导弹变为畸形的时候，弯曲数（flexure number）才必须考虑。

弗鲁德数  $F$  是惯性力和重力的比，它定义为：

$$F = \frac{v}{(dg)^{1/2}} \quad (1.1)$$

空泡数  $\sigma$  是静压力和动压力之比，它由下式给出：

$$\sigma = \frac{p_a + \rho_\infty gh - (p_g + p_v)}{\frac{1}{2}\rho_\infty v^2} \quad (1.2)$$

气体密度系数  $\rho'$  定义为模型系统气体密度对标准温度、标准压力●条件下的空气密度的比值：

$$\rho' = \frac{\rho_m}{\rho_{std}} \quad (1.3)$$

雷诺数  $R$  是惯性力和粘性力的比值：

$$R = \frac{vd}{\nu} \quad (1.4)$$

韦伯数  $\tau$  是惯性力和表面张力的比值：

$$\tau = \frac{v}{(S/\rho_\infty d)^{1/2}} \quad (1.5)$$

马赫数  $Ma$  是导弹的速度和导弹将要进入其中的流体中的声速之比：

$$Ma = \frac{v}{c} \quad (1.6)$$

弯曲数  $f$  是惯性力与弯曲力的比值：

$$f = \frac{v^2}{n_0^2 l^2} \quad (1.7)$$

其中  $n_0$  是导弹横振动的基频。

在入水和出水方面，用导弹首次和空气-水交界面接触，即入水和出水瞬时的速度，来定义模型系统的参数。在空气-水交界面上，静压头  $\rho_\infty gh$  等于零，对于入水，空泡还没有形成；于是入水系统的空泡数简化为：

$$\sigma = \frac{p_a - (p_g + p_v)}{\frac{1}{2}\rho_\infty v_e^2} \approx \frac{p_a}{\frac{1}{2}\rho_\infty v_e^2} \quad (1.8)$$

当  $p_g + p_v$  与  $p_a$  比较为小量时，上式的近似等式成立。

由弗鲁德相似律派生出来的模拟约束和模型-原型关系，可在几何和动力相似的模型及以水作为模型与原型的流体的基础上，逐步推出。

● 在美国海军水下研究与发展中心 (NUC) 的研究中，参考密度是 20℃ 和 740 托（一托等于 1 毫米汞柱的压强——校者注）下的空气密度，即做原型发射实验的加州 Azusa 附近的莫里斯水坝鱼雷试验场 (Morris Dam Torpedo Range) 的平均环境密度。

让模型直径对原型直径的比值（模拟相似比例）由

$$\lambda = d_m/d_p \quad (1.9)$$

给出。于是，动力相似的模拟约束为：

$$l_m = \lambda l_p \quad (1.10)$$

$$m_m = \lambda^3 m_p \quad (1.11)$$

$$I_m = \lambda^5 I_p \quad (1.12)$$

流体（水）密度相似约束是：

$$\rho_{wm} = \rho_{wp} \quad (1.13)$$

因此流体温度相似约束是：

$$T_{wm} = T_{wp} \quad (1.14)$$

因为水的密度在通常的温度范围内随温度只有很小的变化，所以方程 (1.14) 的约束对水密度相似大概是不重要的；在  $0 \sim 25^\circ\text{C}$  的温度范围内，水的密度变化仅为 0.3%。

几何相似轨道上的对应点由相等的、经直径无量纲化的距离确定：

$$s_m = \lambda s_p; \quad h_m = \lambda h_p \quad (1.15)$$

时间相似是：  $t_m(s_m) = \sqrt{\lambda} t_p(s_p); \quad t_m(h_m) = \sqrt{\lambda} t_p(h_p) \quad (1.16)$

$$s_m(t_m) = \lambda s_p(t_p); \quad h_m(t_m) = \lambda h_p(t_p) \quad (1.17)$$

其中  $t_m$  和  $t_p$  是模型和原型到达对应点所需要的时间间隔。

其它模型-原型间的关系是：

$$v_m(t_m) = \sqrt{\lambda} v_p(t_p) \quad (1.18)$$

$$a_m(t_m) = a_p(t_p) \quad (1.19)$$

$$\zeta_m(t_m) = \zeta_p(t_p) \quad (1.20)$$

$$\sqrt{\lambda} \dot{\zeta}(t_m) = \dot{\zeta}_p(t_p) \quad (1.21)$$

$$\lambda \ddot{\zeta}(t_m) = \ddot{\zeta}_p(t_p) \quad (1.22)$$

其中  $v$  和  $a$  是导弹的速度和加速度， $\zeta$  代表某个角度，即俯仰角  $\theta$ ，轨道角  $\xi$  和攻角  $\alpha$ （如图 1.1 所示）以及偏航角  $\psi$ ，滚转角  $\phi$ ； $\dot{\zeta}$  和  $\ddot{\zeta}$  分别是角速度和角加速度。

很明显，空泡的大小和形状影响导弹在水面处的和水下的轨道，导弹在空泡内运动的成功模拟必须包括空泡的模拟。空泡模拟要求使空泡破灭的压力对使空泡张开着的动压力的比值维持不变。于是空泡数必须按弗雷德定律相似地决定，这可以通过在模型系统中使大气压力<sup>●</sup> 按下式相似来达到<sup>●</sup>：

$$p_{am} = \lambda p_{ap} \quad (1.23)$$

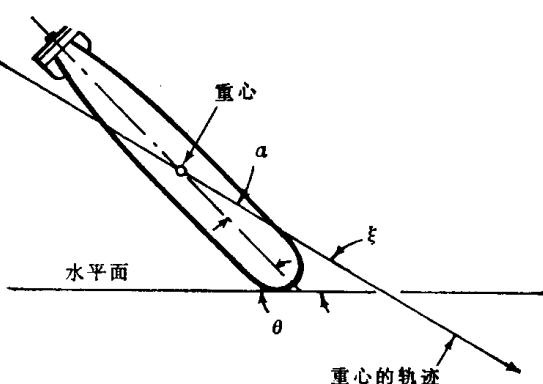


图 1.1 攻角、俯仰角和轨道角；所有角度都是负的  
(引自参考文献[96])

- 在美国海军水下研究与发展中心(NUC)和美国海军水下研究与发展中心——加利福尼亚理工学院(NUC-CIT)的研究中心，一个大气压定义为 740 托，此即进行原型发射试验的加利福尼亚 Azusa 莫里斯水坝鱼雷发射场的平均环境压力。

$$\bullet \sigma = \left[ \frac{(p_a - p_c)_p + \rho_{wp} g h_p}{\frac{1}{2} \rho_{wp} v_p^2} \right]_p = \left[ \frac{\lambda (p_a - p_c)_p + \rho_{wp} \lambda g h_p}{\frac{1}{2} \rho_{wp} \lambda v_p^2} \right]_m.$$

这种类型的相似通常叫做弗鲁德和空泡数相似。它当压力在与空气连通的区域内是常数时，使作用在水和空泡面上的静压力相似，但是，它没有使水的蒸汽压力相似，也没有使空气（气体）的动压力  $\frac{1}{2} \rho v_g^2$  相似。已由实验发现这个动压力起着闭合空泡的作用；因此，降低动压力就延迟空泡的闭合，从而由于允许更大体积的空气进入空泡而加大空泡的尺寸。欲模拟空泡的大小，也需要气体密度相似：

$$\rho_m = \rho_p \quad (1.24)$$

弗鲁德定律的这种推广叫做弗鲁德、空泡数和气体密度相似。

欲使韦伯数相似<sup>●</sup>，需要按

$$S_m = \lambda^2 S_p \quad (1.25)$$

关系相似地取定水的表面张力。在水内加入少量的气溶胶（Aerosol），在模型系统可以降低一些表面张力，而不使水的其它特性有大的改变。按体积计 0.1% 的气溶胶溶液<sup>●</sup> 可使表面张力从 20°C 的 76 达因/厘米降低到 40 达因/厘米，即得到 47% 的降低量。这是  $\lambda = 1/1.38$  时模拟韦伯数所需要的降低量，这个  $\lambda = 1/1.38$  是比通常所用的相似因子还要大的相似因子。因此，在许多弗鲁德相似模型系统中，韦伯数只能部分相似。很幸运，在受表面张力重大影响的入水模型系统中，这种部分相似业已合适。

弯曲数的相似需要原型的体积弹性模量等于模型的体积弹性模量<sup>●</sup>除以  $\lambda$  的平方根<sup>●</sup>。如果导弹很易弯曲而需要弯曲相似的话，可在不大的  $\lambda$  范围内做到相似的材料是有。

## 第二章 水下发射的模拟

对导弹从水中冒出引起的问题的关心导致出水模拟和水下发射系统模拟的需要（见参考文献[88]）。由对出水问题物理方面的考察，得出这样的结论：在弗鲁德数-空泡数相似系统中，模拟导弹的水下航行、出水和其后的空中轨道应是可能的；同时也得出结论，对可能需要的附加的气体密度相似的约束也必须加以认识。

### 模拟技术

在导弹发射的部分或整个阶段水与导弹接触的水下发射系统中，流动和导弹运动的特征必须加以模拟。如果在导弹底部出发射器口<sup>●</sup>的时候气体射进水中，则气体空泡可能影响导弹的性能，因而必须加以模拟。

$$\text{● } \tau = \left( \frac{v_p \sqrt{\rho_{wp} d_p}}{\sqrt{S_p}} \right)_p = \left( \frac{v_p \lambda^{1/2} \sqrt{\rho_{wp} d_p \lambda}}{\sqrt{S_p \lambda^2}} \right)_m.$$

<sup>●</sup> Aerosol OT (气溶胶OT)，dioctylsodiumsulfosuccinate 二辛基硫代琥珀酸钠（见参考文献[2]）。

<sup>●</sup> 由弯曲数  $v_g^2/n_0 l^2$ ，得  $n_{0m} = n_{0p}/\lambda^{1/2}$ 。对于两端自由支撑的均匀截面的梁（参考文献[61]，第40~42页）， $n_0 = (11.2/\pi) (cK/l^2)$ ，其中  $c$  是导弹材料中的声速， $K$  是梁的横截面相对于中性轴的转动半径， $l$  是梁的长度。于是  $c_m = \lambda^{1/2} c_p$ ，其中  $c = (E/\rho_M)^{1/2}$ ， $E$  和  $\rho_M$  分别是材料的弹性模量和密度。弯曲数的另一种形式是  $l^2 v^2 / K^2 c^2$ 。

<sup>●</sup> 这一结论是错误的。正确的结论应为：弯曲数的相似需要原型材料中的声速应等于模型材料中的声速除以  $\lambda$  的平方根。——校者注

<sup>●</sup> 当导弹的圆柱体下缘越过发射器口，允许发射气体自由射入水中的时候，就认为导弹底部已出发射器口。

在下面的讨论中，假设是压缩气体发射系统，在此系统中，在导弹的发射阶段水是与导弹接触的，一个气体空泡在导弹底部出管后形成。作了如下的假设：

1. 原型和模型发射系统几何上是相似的。
2. 发射过程和气体空泡膨胀阶段气体的膨胀是自由的、绝热的<sup>●</sup>。
3. 采用弗鲁德数和空泡数相似的约束条件（导弹轨道模拟所必需）。
4. 粘性、表面张力和水的可压缩性效应都是可以忽略的。

可以证明下列附加的发射前的约束条件对模拟发射阶段的导弹运动是充分的：

$$p_{gm_0} = \lambda p_{gp_0} \quad (2.1)$$

其中  $p_g$  是气体的压力，

$$T_{gm_0} = \gamma_{gp_0} \quad (2.2)$$

其中  $T_g$  是气体的温度，

$$V_{m_0} = \lambda^3 V_{p_0} \quad (2.3)$$

其中  $V$  是气体的体积，

$$\gamma_m = \gamma_p \quad (2.4)$$

其中  $\gamma$  是气体的比热比。以后将证明，倘若气体的膨胀是绝热的，或者可以假定两个系统所用的气体比热比是相等的，则这些约束条件对模拟气体空泡也是充分的。若气体密度也是相似的，则约束条件还应包括方程 (1.24)。

保持原型和模型发射系统在同样温度下，则方程 (2.2) 的约束条件即得到满足(见方程 (1.14) 及其后的讨论)，方程 (2.3) 的约束条件是借助于发射系统的几何相似得到满足的。利用方程 (2.1)、(2.2)、(2.3) 和等温状态方程

$$p_g V = n R' T_g; \quad p_g = (R' / M) \rho T_g \quad (2.5)$$

得出：  $n_m = \lambda^4 n_p$  (2.6)

其中  $n$  是发射系统中的气体量（以克分子计）。

在通常压力下，气体绝热状态方程由

$$p_g V^\gamma = c; \quad T_g V^{\gamma-1} = c' \quad (2.7)$$

给出，其中  $c$  和  $c'$  是常数。由发射前约束条件（方程 (2.1)、(2.2)、(2.3) 和 (2.4)），所采用的原型和模型发射系统的几何相似，以及绝热状态方程（方程 (2.7)）可见，对于发射系统中的导弹的几何上相似的位置，有，

$$V_m = \lambda^3 V_p \quad (2.8)$$

$$p_{gm} = \lambda p_{gp} \quad (2.9)$$

$$T_{gm} = T_{gp} \quad (2.10)$$

可以证明，几何相似导弹位置处的导弹加速度直接按方程 (1.19) 相似决定，因此（因为导弹的初始速度为零）导弹的速度按方程 (1.18) 相似决定。因为导弹是几何相似的，所以从方程 (2.9) 可见，作用于导弹上的气体压强按  $\lambda^3$  相似。假定在两个系统中流动的相似性是存在的，则在两个系统中产生同样的流体加速度所需要的力按  $\lambda^3$  相似。对于

<sup>●</sup> 由于弹底和发射器口之间的孔口节流效应，在弹底从发射器口出来之后的一个短暂状态中，将得不到自由的气体膨胀，气体空泡将不能为所讨论的相似技术所模拟。假设上述状态充分短暂，在气体空泡的模拟中不引起有意义的偏差。

几何相似，产生摩擦力的面积按  $\lambda^2$  相似。如果假设作用于产生摩擦力的面上的作用力按  $\lambda$  相似，而两个系统中的滑动摩擦系数是相等的，则摩擦力按  $\lambda^3$  相似。于是加速导弹的力必定按  $\lambda^3$  相似。因导弹的质量按  $\lambda^3$  相似，所以导弹的加速度就直接相似<sup>●</sup>，而其速度则按  $\lambda^{1/2}$  相似。简单地说，在弹底从发射器口出来的时候，即得到方程（1.18）、（1.19）、（2.8）、（2.9）和（2.10）。

对于气体空泡，忽略流体的蒸汽压力，空泡数  $\sigma$  取如下形式：

$$\sigma = \frac{p_a + \rho_\infty gh - p_g}{\frac{1}{2}\rho_\infty v^2} \quad (2.11)$$

可以看出，在弹底从发射器口出来的瞬时  $\sigma$  是相似的。利用气体压力相似，在能把气体的膨胀假设为绝热的状态下，可以获得气泡的模拟。

上面的相似约束条件可以容易地加以推广，以包括发射器口有一个薄膜，发射前气体在管内的那种水下发射系统的模拟。作为初始边界条件，假定所用的气体是同类的，它的容积、温度和压力（发射器出口处的流体静压力）在原型和模型发射系统中是相似的。而导弹一开始运动，薄膜就破灭。于是方程（2.8）、（2.9）和（2.10）得到满足。

相似分析证明，导弹的速度和加速度适当地得到了相似（方程（1.18）和（1.19））；空泡数（方程（2.11））也得到相似。于是，对气体的膨胀可以被认为是绝热的那种状态，将得到鼻部气泡的模拟。

很明显，在初始气体空泡膨胀阶段以后，气泡气体和其周围的水之间的热交换可以引起气泡模拟的偏差，但是，在初始膨胀阶段以后，气体空泡的特性对导弹性能的影响可能是很小的，因此，上面讨论的相似约束条件将是适当的。

不考虑气体密度相似时，气体比热比的相似（方程（2.4））未出现什么问题，因为这可以由在模型和原型系统中采用同样的气体来完成。然而，气体密度相似的附加的约束条件（方程（1.24））却要在两个系统中采用不同的气体。

在模型系统中，把气体的密度和比热比调节到如方程（1.24）和（2.4）所给的相似值，一般地需要采用气体混合物。命  $M_p$  是原型系统中所用气体的分子量（若是空气， $M_p=29$ ），再命  $M_1, M_2, \dots, M_r$  是模型系统中气体混合物各成分的分子量， $n_1, n_2, \dots, n_r$  是对应的各成分的克分子分数，则有

$$\sum_{i=1}^r n_i = 1 \quad (2.12)$$

和

$$M_m = \sum_{i=1}^r n_i M_i \quad (2.13)$$

可以把其中  $M_m$  当作模型系统中气体混合物的分子量。从方程（1.24）、（2.5）、（2.9）、（2.10）和（2.13）得

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{1}{M_p} \sum_{i=1}^r n_i M_i = \frac{1}{\lambda} \quad (2.14)$$

1 克分子量气体在定容下温度升高  $1^\circ\text{C}$  所需要的热量就是定容分子热  $C_v$ ，1 克分子量

<sup>●</sup> 即加速度按方程（1.19）相似。——校者注

气体在定压下温度升高  $1^{\circ}\text{C}$  所需要的热量就是定压分子热  $C_p$ 。现在让  $C_{v_i}$  和  $C_{p_i}$  代表分子量为  $M_i$ 、克分子分数为  $n_i$  的那一种气体成分的分子热。如果按通用的假设，混合物的内能等于各成分气体在同样温度下分别所具有的内能之和，则模型系统中气体混合物的比热比由下式给出：

$$\gamma_m = \frac{\sum_{i=1}^r n_i C_{p_i}}{\sum_{i=1}^r n_i C_{v_i}} \quad (2.15)$$

在这里，假定在系统所遇到的温度和压力范围内  $\gamma$  是常数。不过，应该注意，一般来说  $\gamma$  随压力升高而增大，随温度升高而减小。下列的空气  $\gamma$  值（取自参考文献[16]）给出这种变化的一个示例。

$t, ^{\circ}\text{F}$	$\gamma$ 磅/英寸 <sup>2</sup> (绝对)		
	0	1000	2000
0	1.40	1.58	—
200	1.39	1.47	1.53
400	1.38	1.43	1.46
600	1.37	1.39	1.42
			1.45

很明显，当压力趋近于 1000 磅/英寸<sup>2</sup> 数量级时， $\gamma$  就发生不可忽视的变化。例如，以 1000 磅/英寸<sup>2</sup> 压力发射的原型弹的 1/10 模型，只需要 100 磅/英寸<sup>2</sup> 数量级的压力。于是，若在两个系统中都用空气，那就在这个虚拟的模拟问题中不能满足相似的需要。

气体各成分的分压由

$$p_{g_i} = n_i p_g \quad (2.16)$$

给出，其中  $p_g$  是气体混合物的压力。也就是说

$$\sum_{i=1}^r p_{g_i} = \sum_{i=1}^r n_i p_g = p_g \sum_{i=1}^r n_i = p_g \quad (2.17)$$

应当注意，气体的蒸汽压通常随着分子量的增大而降低。如果气体的蒸汽压超过该气体工作时的分压，则气体将液化。同时，加大了分子量的气体将变为多原子的，而比热比迅速减小。因此，适合于同时模拟气体密度和比热比的可用的气体数目随着模拟相似比  $\lambda$  的减小而减小。对气体的附加限制是：在模拟条件下无毒、不易燃、化学上不活泼。

### 工作气体的选择

在满足气体密度和比热比相似（原型系统用空气）要求的气体中，氩气和氟利昂 C-318（辛氟环丁烷）的混合物能给出一个最小模拟相似比。用这个混合物得到的相似比的值由下表决定。

	空 气	氩 气	氟 利 昆 C-318
比热比， $\gamma$	1.4	1.666(参考文献[40])	1.059(参考文献[67])
$C_p$ , 卡/克分子· $^{\circ}\text{C}$	...	4.97(参考文献[25])	38.353(参考文献[67])
$C_v$ , 卡/克分子· $^{\circ}\text{C}$	...	2.98	36.216
分子量, $M$	(29)	131.3(参考文献[25])	200(参考文献[67])

令  $n$  代表双气体混合物中氩气的克分子分数，则从方程 (2.12) 得氟利昂 C-318 的克分子分数是  $1 - n$ 。由方程 (2.15) 和上表可见，对于比热比相似，

$$\gamma_p(\text{空气}) = 1.4 = \frac{4.97n + 38.353(1-n)}{2.98n + 36.216(1-n)} \quad (2.18)$$

由方程 (2.18)，得  $n = 0.9393$ 。因此，氩气的克分子分数是 0.9393，氟利昂 C-318 的克分子分数是 0.0607。由方程 (2.14)，

$$\frac{M_m}{M_p} = \frac{1}{29} [131.3(0.9393) + 200(0.0607)] = 4.67 = \frac{1}{\lambda} \quad (2.19)$$

在环境温度 ( $70^{\circ}\text{F}$ ) 下，氟利昂 C-318 的蒸汽压为 40 磅/英寸<sup>2</sup>(绝对)，这一压力似乎不会为相似模型系统的发射气体压力所超过，因而没有气体液化的危险。

用这个气体混合物，模型相似比小到  $\lambda = \frac{1}{4.67}$  的完全相似是可能的。对于  $1/5$  相似模拟 ( $\lambda = 1/5$ ) 来说，相似性将仍然是好的；可以获得完全的比热比相似和 93.4% 的气体密度相似。

别的重气体（见参考文献[67]）也可用于模拟研究。研究者必须在要求的相似程度跟适于达到这个相似程度的气体的价格和易得性之间取一个折中。譬如，氩气是昂贵的。

### 部分相似

以别的因素不相似为代价的一个因素的相似，可能引起模型和原型性能之间的大的差别；因此，为了获得准确度可接受的模型数据，考虑几个因素的折中的部分相似是必须的。部分相似可以通过物理参数的选择而获得，水下发射系统的相似也能靠改变发射阶段的气体膨胀而加以调整。

和前面一样，假定原型和模型系统几何上和动力学上都是相似的，而且，导弹底部的出管速度也是相似的（因为只涉及发射器气体，所以在以后的方程中，从表示气体压力的记号中省去脚标  $g$ ）。

在发射导弹过程中气体所完成的功等于传给导弹和水的动能、克服摩擦力的功和气体反抗水静压力的膨胀功的和。若  $W$  是气体完成的功，则

$$W = \int_{V_0}^{V_1} p dV \quad (2.20)$$

这里  $V_0$  和  $V_1$  是发射器气体的初始体积和最终体积。由方程 (2.7) 和初始边界条件：当  $V = V_0$  时  $p = p_0$ ，得

$$W = \frac{p_0 V_0}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_0}{V_1} \right)^{\gamma-1} \right] \quad (2.21)$$

若  $\gamma = 1$ （等温膨胀），则

$$W = p_0 V_0 \ln \frac{V_1}{V_0} \quad (2.22)$$

由方程 (2.20)，原型系统和模型系统气体膨胀所做的功将分别由

$$W_p = \frac{p_{p_0} V_{p_0}}{\gamma_p - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_{p_0}}{V_{p_1}} \right)^{\gamma_p-1} \right] \quad (2.23)$$

和

$$W_m = \frac{p_{m_0} V_{m_0}}{\gamma_m - 1} \left[ 1 - \left( -\frac{V_{m_0}}{V_{m_1}} \right)^{\gamma_m - 1} \right] \quad (2.24)$$

给出。

很明显，在方程 (2.1)、(2.2)、(2.3)、(2.4) 和 (2.6) 的发射约束条件下， $W_m = \lambda^4 W_p$ 。假设在模型导弹和原型导弹上做的功（也就是传给二者的能）是占同样的比例，再应用方程 (1.11) 的约束条件，就得方程 (1.18)，且导弹的速度是弗鲁德相似的。

现在，取一个适当相似的模型系统，在这个系统中， $\gamma_m = \gamma_p$ ，则

$$W_m = \frac{p_{m_0} V_{m_0}}{\gamma_p - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_{m_0}}{V_{m_1}} \right)^{\gamma_p - 1} \right] \quad (2.25)$$

在同样的模型系统中，但  $\gamma_m \neq \gamma_p$ ，则有

$$W_m = \frac{p'_{m_0} V'_{m_0}}{\gamma_m - 1} \left[ 1 - \left( -\frac{V'_{m_0}}{V'_{m_1}} \right)^{\gamma_m - 1} \right] \quad (2.26)$$

方程 (2.26) 内带撇的量不一定是相似的。在导弹底部出口时的最终气体容积  $V'_{m_1}$  是相似的，因为在两个系统中用了同样的发射器。

如果假设在导弹发射阶段，导弹位置-时间关系小的变化对传给水的能量和流谱的影响可以忽略（倘若相似的弹底出口速度的约束条件满足的话），则可以使方程 (2.25) 和 (2.26) 相等。也就是说，

$$\frac{p'_{m_0} V'_{m_0}}{\gamma_m - 1} \left[ 1 - \left( -\frac{V'_{m_0}}{V'_{m_1}} \right)^{\gamma_m - 1} \right] = \frac{p_{m_0} V_{m_0}}{\gamma_p - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_{m_0}}{V_{m_1}} \right)^{\gamma_p - 1} \right] \quad (2.27)$$

发射器气体的初始温度和最终温度得自第二个形式的绝热状态方程 (方程 (2.7))。对于适当相似的模型发射条件，有

$$T_{g_{m_1}} = T_{g_{m_0}} \left( \frac{V_{m_0}}{V_{m_1}} \right)^{\gamma_p - 1} \quad (2.28)$$

现在，满足方程 (2.27) 的非相似发射条件的各种组合，可用来近似相似发射条件。研究者认为对于相似来说可能是最重要的那些参数，决定组合的各组成，那些参数是：气体密度、发射器气体的量、气体的初始温度和最终温度，或这些参数的某些折中组合。

很明显， $\rho$  和  $\gamma$  二者的完全相似，仅在有限的情况下才是可能的；通常必须选择一个部分相似技术。气体密度的重要性为已有的实验结果（如第七章、第九章）所证实，但是，气体比热比的实验相似事实上不知道。必须做一个理论估计。检查方程 (2.14) 和 (2.15)，发现比热比的相似随着气体密度相似的些微改善而将迅速发散。

当实际的发射器的尺寸和假定的初始发射条件代入方程 (2.27) 时，系统内的各项压力、容积和温度借助于方程 (2.5) 或 (2.7) 可以算出。在方程 (2.27) 中试取不同的  $\gamma$  值而比较其结果，就可以从数值上估定使  $\gamma$  相似的重要性。考虑一个简单的球形气泡膨胀时  $\gamma$  变化的影响，可以进一步探究自由膨胀时使  $\gamma$  相似的重要性。借助于检查这个平行的物理系统，可以观察到构成方程 (2.27) 时所用的那些假设不存在时  $\gamma$  的影响（见参考文献 [35]）。

模拟方程指出，模型系统中一个小于约 1.3 的  $\gamma$  将在模型的和原型的气体膨胀之间引

起不可忽视的偏差。很幸运，气体密度相似的数据提示人们， $\rho$  的部分相似可能是适当的。在第九章所叙述的入水系统中（在此，气体密度是影响入水现象的基本物理参数之一）好的相似来自 80% 的气体密度相似，一般地说，仅约 70% 的气体密度相似就可以得到有用的结果。在水下发射系统中，气体密度似乎只具有较小的重要性（无表面闭合现象）。获得足够的气体密度相似以从实验上来评价上述各点是可能的。也许在用最小为 1.3 的  $\gamma$  时，同时获得部分气体密度相似，以模拟这儿所考虑的水下发射系统，是可能的。

像这里所作的这样一个初步的分析，是基于对所包含的物理现象的一种判断，同时，构成这个理论时所作的假设必定是“理想的”（“ideal”）。推导得的相似律应当用作初期实验的指南，同时应当根据积累的实际数据继续再检验这些定律。系统内的物理参数可以进行测量而不再是假定的；譬如说，原型的气体膨胀事实上既不是等温的也不是绝热的，相似所需要的比热比和气体密度可加以确定。一个从实验到理论的连续的反馈导致引出一个相似技术，它既有健全的理论基础，又有物理真实性。