

高等学校教学参考书

# 工程力学

下 册

兰州铁道学院《工程力学》编写组



人民教育出版社

# 工 程 力 学

下 册

兰州铁道学院《工程力学》编写组

\*

人 民 教 育 出 版 社 出 版

新 华 书 店 北 京 发 行 所 发 行

人 民 教 育 出 版 社 印 刷 厂 印 装

\*

1977年12月第1版      1978年7月第1次印刷  
书号 15012·034          定价 2.95元

# 目 录

<b>第六章 桥墩的应力与位移分析</b> .....	1
<b>第一节 概述</b> .....	1
1-1 对屋架与梁的回顾.....	1
1-2 铁路桥墩简述.....	2
1-3 组合变形问题的分析方法.....	3
<b>第二节 偏心荷载作用下桥墩的应力分析</b> .....	4
2-1 压力沿一个对称轴偏心的情况.....	4
2-2 压力对两个对称轴偏心的情况.....	8
2-3 偏心压缩时的中性轴.....	10
2-4 小结.....	12
<b>第三节 截面核心</b> .....	13
3-1 截面核心的概念.....	13
3-2 截面核心边界的确定.....	13
3-3 偏心距的检算.....	15
3-4 应力重分布.....	17
3-5 小结.....	18
<b>第四节 桥墩强度的计算实例</b> .....	19
4-1 桥墩的设计资料.....	19
4-2 荷载计算.....	19
4-3 检算偏心距.....	24
4-4 检算压应力.....	27
4-5 小结.....	30
<b>第五节 墩顶位移计算</b> .....	31
5-1 墩顶位移计算方法.....	31
5-2 47米高厚壁空心圆墩墩顶位移计算实例.....	32
5-3 36.6米高矩形桥墩墩顶位移计算实例.....	35
5-4 小结.....	42
<b>第六节 现场教学</b> .....	43
<b>第七节 其他组合变形实例</b> .....	46
7-1 屋架檩条的斜弯曲.....	46
7-2 弯曲与拉伸的组合.....	48
7-3 静定刚架的受力分析.....	49
<b>第六章 习题</b> .....	51
<b>第七章 桁架桥跨的计算原理</b> .....	55
<b>第一节 概述</b> .....	55
1-1 桁架是梁的发展.....	55
1-2 桁架桥跨的荷载与计算简图.....	56

1-3	主桁架杆件设计的几个主要问题	57
<b>第二节</b>	<b>主桁架的内力影响线</b>	<b>58</b>
2-1	间接荷载下简支梁的内力影响线	58
2-2	主桁架内力影响线	59
2-3	用影响线计算 64 米简支桁梁主桁架杆件的内力	65
<b>第三节</b>	<b>桁架内力分析的其他实例</b>	<b>69</b>
3-1	桁梁的平纵联的风力计算	69
3-2	有交叉斜杆的木桁梁的内力分析	71
<b>第四节</b>	<b>桁架桥跨的刚度计算</b>	<b>73</b>
4-1	能量法的位移公式	73
4-2	64 米栓焊桁梁的刚度计算	76
4-3	弹性荷载法	77
<b>第五节</b>	<b>压杆稳定</b>	<b>81</b>
5-1	概述	81
5-2	中心压杆临界力的计算公式	84
5-3	临界应力	87
5-4	压杆的实用计算——折减系数法	89
5-5	64 米桁梁主桁架压杆的稳定检算	92
5-6	其他实例	93
5-7	偏心压杆的稳定概念	94
5-8	小结	98
<b>第六节</b>	<b>疲劳</b>	<b>99</b>
6-1	工程实际中的交变应力问题	99
6-2	交变应力下材料强度问题的特点	100
6-3	持久极限与疲劳曲线	103
6-4	疲劳图	104
6-5	影响持久极限(疲劳极限)的因素	106
6-6	铁路钢桥的疲劳强度计算	108
6-7	小结	111
<b>第七章</b>	<b>习题</b>	<b>112</b>
<b>第八章</b>	<b>连续梁与力法</b>	<b>115</b>
<b>第一节</b>	<b>连续梁简介</b>	<b>115</b>
1-1	连续梁的概念	115
1-2	三孔 64 米连续箱形钢梁简介	116
<b>第二节</b>	<b>超静定结构与超静定次数</b>	<b>119</b>
<b>第三节</b>	<b>力法原理</b>	<b>122</b>
3-1	三孔连续梁内力分析方法	122
3-2	力法原理	124
3-3	力法解超静定结构举例	126
3-4	小结	129
<b>第四节</b>	<b>超静定结构的位移计算与力法校核</b>	<b>130</b>
4-1	超静定结构的位移计算	130
4-2	力法校核	131

第五节	连续梁三弯矩方程式	133
5-1	三孔 64 米连续箱形钢梁的安装内力	133
5-2	连续梁三弯矩方程式	137
第六节	结构对称性在力法中的应用	143
6-1	对称结构	143
6-2	对称力与反对称力	144
6-3	利用对称性简化结构计算的几条规律	144
6-4	钢筋混凝土箱形涵洞	147
6-5	超静定桁架	155
第七节	连续梁影响线	160
7-1	二孔连续梁影响线分析	160
7-2	三孔连续梁影响线分析	163
7-3	三孔 64 米连续箱形钢梁影响线与内力计算	167
7-4	用力法作三孔连续梁影响线的一般规律	178
7-5	弹性荷载法的应用	178
7-6	钢筋混凝土变截面连续梁桥算例	182
第八节	连续梁的温度内力	188
8-1	引起温度内力的原因	188
8-2	力法方程	189
8-3	一般规律	189
8-4	箱形钢梁温度应力计算公式	191
第九节	支座移动引起的连续梁内力	196
第八章	习题	199
第九章	拱式结构的计算原理	202
第一节	双曲拱桥的构造与计算简图	204
1-1	双曲拱桥的构造	204
1-2	双曲拱桥的计算简图	206
第二节	肩拱的分析	208
2-1	肩拱的几何尺寸和荷载	208
2-2	计算肩拱的恒载内力	211
2-3	计算肩拱的活载内力	215
2-4	梁和拱的内力比较	218
2-5	小结	220
第三节	拱轴曲线	220
3-1	均布荷载下三铰拱的合理拱轴	220
3-2	实腹式荷载下三铰拱的合理拱轴	222
3-3	悬链线的几点说明	225
3-4	拱轴的选择	226
3-5	小结	228
第四节	恒载下的腹拱	228
4-1	基本结构和弹性中心	229
4-2	腹拱的恒载内力	232
4-3	无铰拱的拱轴曲线	237

4-4	小结	238
<b>第五节 主拱圈的几何特性</b> 239		
5-1	准备工作	239
5-2	选择拱轴	244
5-3	弹性中心	245
5-4	小结	247
<b>第六节 主拱圈影响线</b> 247		
6-1	多余未知力影响线方程	247
6-2	曲梁的弹性荷载公式	249
6-3	多余未知力影响线的作法	249
6-4	内力影响线	255
6-5	从《手册》查出的内力影响线	256
6-6	小结	258
<b>第七节 主拱圈的内力</b> 259		
7-1	恒载内力	259
7-2	活载内力	262
7-3	小结	263
<b>第八节 温度变化和混凝土收缩</b> 265		
8-1	温度变形和混凝土收缩变形	265
8-2	主拱圈在温度变化和混凝土收缩时的内力计算	266
8-3	混凝土收缩的详细计算方法	267
8-4	小结	270
<b>第九节 双曲拱总结及其他</b> 271		
9-1	主拱圈的强度验算	271
9-2	关于双曲拱的两个问题	271
9-3	变截面无铰拱	272
9-4	弹性压缩	274
9-5	变截面无铰拱算例	275
9-6	两铰拱和系杆拱	281
<b>第十节 隧道衬砌</b> 286		
10-1	几何数据和荷载	287
10-2	分析方法	289
10-3	弹性地基梁的力学特性	290
10-4	基本结构的 $\delta_{11}$ 、 $\delta_{22}$ 和 $\delta_{12}$	292
10-5	计算主动荷载作用下的多余未知力	295
10-6	计算被动荷载作用下的多余未知力	297
10-7	计算 $\delta_c$ 和衬砌中内力	299
10-8	小结	301
<b>第九章 习题</b> 302		
<b>第十章 超静定刚架, 位移法和弯矩分配法</b> 303		
<b>第一节 位移法解常截面超静定刚架</b> 304		
1-1	常截面立交桥刚架的计算数据	304
1-2	位移法概念	307

1-3	角变位移方程和常截面杆的固端弯矩表	310
1-4	用位移法计算恒载和制动力作用下的常截面立交桥刚架	319
1-5	位移法小结和例题	325
<b>第二节</b>	<b>用弯矩分配法解常截面超静定刚架</b>	<b>332</b>
2-1	用弯矩分配法解无侧移的结构	332
2-2	用弯矩分配法计算有侧移的结构	343
2-3	对称性的利用	349
2-4	用弯矩分配法画超静定刚架的影响线	355
2-5	小结	360
<b>第三节</b>	<b>用弯矩分配法解变截面刚架</b>	<b>361</b>
3-1	等宽矩形截面变截面杆的形常数和载常数	362
3-2	变截面立交桥刚架的内力计算	387
3-3	一般变截面杆的形常数和载常数	396
3-4	变截面斜柱刚架桥内力影响线例题	415
3-5	小结	419
<b>第十章</b>	<b>习题</b>	<b>421</b>
<b>第十一章</b>	<b>结构动力计算</b>	<b>423</b>
<b>第一节</b>	<b>概述</b>	<b>423</b>
1-1	什么是动荷载	423
1-2	惯性力与动力平衡	423
1-3	构件作等加速运动时的惯性力和应力	424
1-4	构件作等速转动时的惯性力	425
<b>第二节</b>	<b>冲击时的应力计算</b>	<b>426</b>
2-1	落体冲击	426
2-2	水平冲击	427
2-3	起吊重物时的冲击	429
2-4	钢材的冲击韧度	430
<b>第三节</b>	<b>单自由度结构的自由振动</b>	<b>431</b>
3-1	自由振动与强迫振动的现象	431
3-2	结构自由度和结构简化	432
3-3	单自由度结构的无阻尼自由振动	432
3-4	单自由度结构的有阻尼自由振动(衰减自由振动)	435
<b>第四节</b>	<b>单自由度结构的强迫振动</b>	<b>437</b>
4-1	单自由度简支梁的强迫振动	437
4-2	排架桩墩在地震力作用下的强迫振动	441
<b>第五节</b>	<b>无限个自由度结构的自由振动</b>	<b>446</b>
5-1	等截面简支梁的自由振动	446
5-2	等截面桥墩的弯曲自由振动	449
5-3	计算结构自振频率的近似方法——能量法	453
5-4	重力式桥墩自振频率的简化计算方法	465
<b>第六节</b>	<b>无限个自由度结构的强迫振动</b>	<b>468</b>
6-1	等截面简支梁的强迫振动	468
6-2	铁路桥梁动力计算的实用方法	470

6-3	等截面桥墩在地震力作用下的强迫振动	470
第七节	重力式桥墩在地震荷载下内力的简化计算方法	471
7-1	地震荷载下的内力公式	472
7-2	剪力系数与弯矩系数的简化计算	473
7-3	计算实例	477
第十一章	习题	481
第十二章	结构分析的矩阵法	483
第一节	概述	483
第二节	矩阵代数基础知识	486
2-1	$n$ 维向量	486
2-2	线性代数方程组与矩阵	487
2-3	矩阵的运算规则	489
第三节	矩阵位移法	504
3-1	平面桁架的离散化	504
3-2	等直杆轴力元素刚度矩阵	505
3-3	元素坐标系向结构坐标系的变换	508
3-4	结构刚度矩阵	514
3-5	未知节点位移、支座反力和单元端荷载的计算	522
3-6	矩阵位移法计算步骤的小结与平面桁架算例	525
3-7	用矩阵位移法解梁的问题	529
3-8	用矩阵位移法解平面刚架的问题	536
3-9	跨间荷载的置换	542
第四节	矩阵力法	543
4-1	力法方程的矩阵形式	544
4-2	元素柔度矩阵	545
4-3	元力柔度矩阵和荷载柔度矩阵的计算	549
4-4	矩阵力法计算步骤的小结与算例	554
第五节	迁移矩阵法	559
5-1	桥墩弯曲振动的计算模型	559
5-2	梁元素弯曲振动的状态向量和场迁移矩阵	560
5-3	边界矩阵与点迁移矩阵	562
5-4	频率方程、自振频率及振型函数的求解	564



# 第六章 桥墩的应力与位移分析

## 第一节 概 述

前面几章我们学习了屋架结构及梁式桥跨的强度与刚度计算。现在接着学习桥墩的计算原理和方法。对梁式桥来讲,梁属于上部结构,墩则属于下部结构。建桥时,总是先建立起基础、桥墩和桥台,然后才能架梁。从它们之间的联系上看,梁架立在墩台上,依靠墩台支承并传递各种荷载,梁与墩台之间有着内在的力学联系。本章结合常用矩形桥墩和圆端形桥墩结构,讲述各种组合变形构件的力学分析。

### 1-1 对屋架与梁的回顾

屋架属于杆系结构,承受结点荷载,各杆件均为二力构件。杆件的受力特征是力的作用线与杆件的轴线相重合,内力仅有轴向力,或是拉力或是压力;杆件的变形特征是横截面作符合平面假设的平行移动,即纵向均匀伸长或缩短,其应力计算公式为:

$$\sigma = \frac{N}{A}$$

横截面的应力分布图呈矩形(图 6-1b)。当变形在弹性范围内时,  $\sigma = E\varepsilon$ 。

梁是以弯曲变形为主的构件。平面弯曲时的受力特征是外力作用在通过横截面主惯性轴的纵向平面内(图 6-2a),并且垂直梁的轴线。横截面上的内力有弯矩  $M$  和剪力  $Q$ ; 变形特征是梁的轴线变弯,但既不伸长也不缩短,横截面保持为平面而绕中性轴转动一个角度,即符合弯曲情形的平面假设;在弹性阶段内,应力计算公式为:

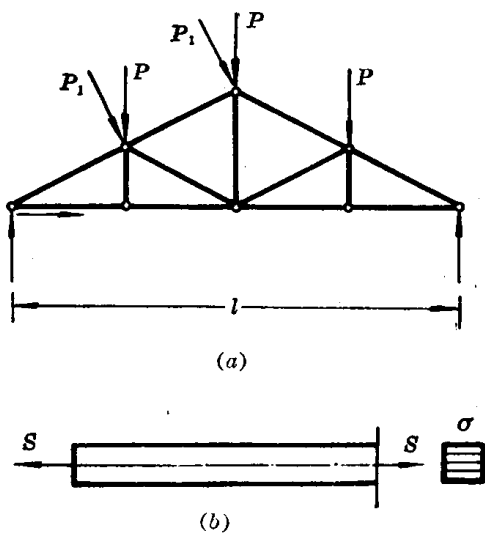


图 6-1

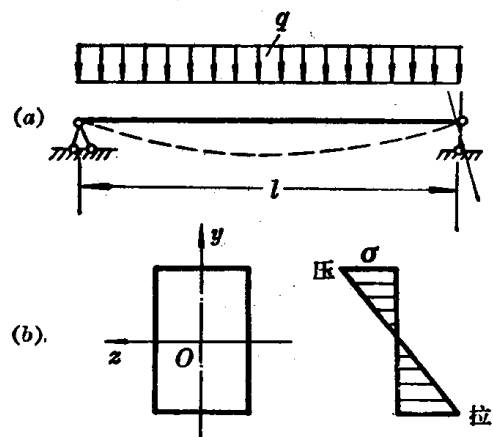


图 6-2

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

在横截面内,正应力沿截面高度呈直线分布,如图 6-2b 所示。

以上两种结构,其受力特征对应两种基本变形形式,即轴向拉伸(压缩)与平面弯曲。

### 1-2 铁路桥墩简述

铁路桥墩大多是实体结构,常用混凝土或浆砌片石建造,它由顶帽、托盘、墩身等部分构成。对于高桥墩,为了节约圬工材料,也可采用各种空心桥墩。桥墩截面形状有矩形(图 6-3)、圆端形(图 6-4)及圆形等。

桥墩在建造和使用过程中,由于所受荷载的变化,它的变形形式也是不断变化的。如图 6-5 所示圆端形桥墩,在施工过程中,从开始浇筑到建造完毕,受自重作用,只有轴向压缩变形。架梁时,如只架好左边一孔中的一片梁,则梁重对墩的压力是 $P_1$ ,其作用线与墩身轴线平行而不重合,所以在 $P_1$ 作用下,墩子就不是轴向压缩,而是“偏心压缩”。在使用时,如列车在桥上制动,则通过支座传给墩顶一水平推力 $P_2$ (沿线路方向),使墩身在 $xy$ 主惯性平面发生弯曲,横截面绕 $z$ 轴转动,这时桥墩的受力是偏心压缩与平面弯曲的组合,形成一种组合变形,称为“压弯组合”。若考虑墩身还受到水流冲击力 $P_3$ 的作用,则墩身在 $xz$ 主惯性平面也将发生弯曲,横截面绕 $y$ 轴转动,这样就同时在两个不同的主惯性平面内发生弯曲,这是两个平面弯曲的组合,其弯曲平面将是两个主平面之间的某一平面,通常把这种情况称为“斜弯曲”,这时桥墩的受力情况是偏心压缩

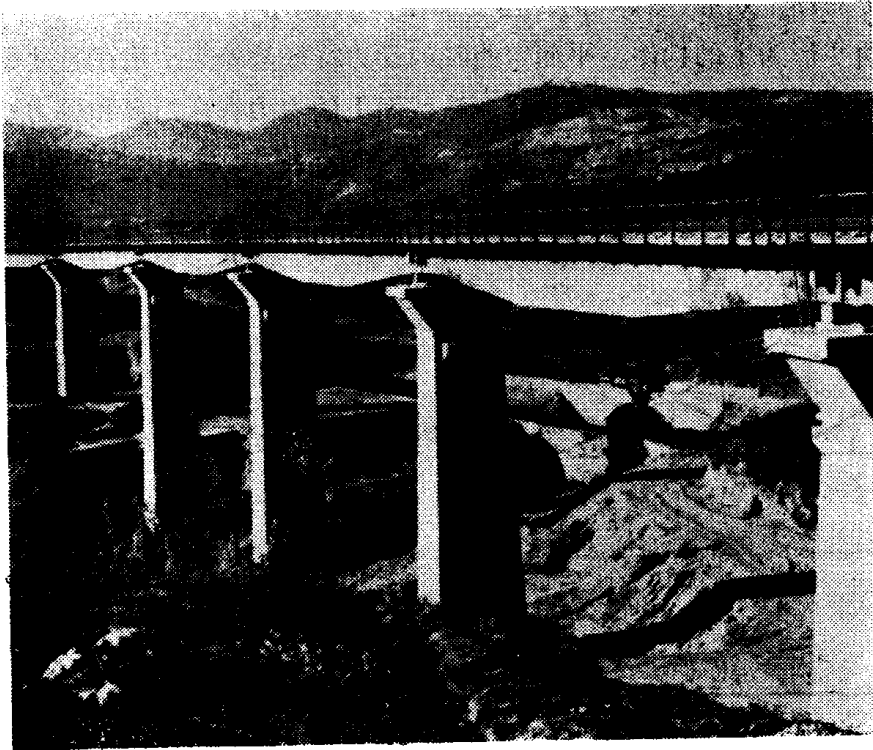


图 6-3

与斜弯曲的组合。所以,总起来看,桥墩的受力可以统称为是压弯组合。

工程实践中,大多数构件在荷载作用下,往往包含有两种或两种以上基本形式的变形,构件同时包含几种基本形式的变形就称为“组合变形”。以前各章,讲述的屋架与梁的变形都是属于某一种基本变形形式,都是某种特殊情况,我们是在某种特殊条件下研究了构件的强度与刚度。组合变形是相对基本变形而言的,是一般情形。

桥墩的变形形式是不断变化的,而且经常同时出现几种基本的变形形式。要正确设计和使用变形比较复杂的桥墩,我们就需要在原有对基本变形认识的基础上进行学习。

### 1-3 组合变形问题的分析方法

前面,我们以桥墩的变形为例列举出偏心压缩、压弯组合及斜弯曲等组合变形的类型,本章就要讨论构件在组合变形情况下的应力、强度以及刚度计算问题。

像桥墩这类铁路工程中常见的组合变形构件,在材料服从弹性定律和变形微小的前提下,可以认为,对应各种基本变形的荷载或荷载分量的作用是独立的,其总的效果可以按叠加原理进行综合。因此,解决这类问题的方法是:先分解,后综合。分解即是按基本变形形式将荷载分解或分组,计算各自的独立作用效果;综合即是将彼此独立作用的力所产生的效果进行叠加。

以桥墩的偏心压缩为例,如图 6-6 所示。分析方法是,首先应用力的平移原理,使偏心力分解为轴向压力 $P$ 与在横截面对称平面内的力偶 $M$ 的联合作用,并分别计算出在某一种基本变形形式下横截

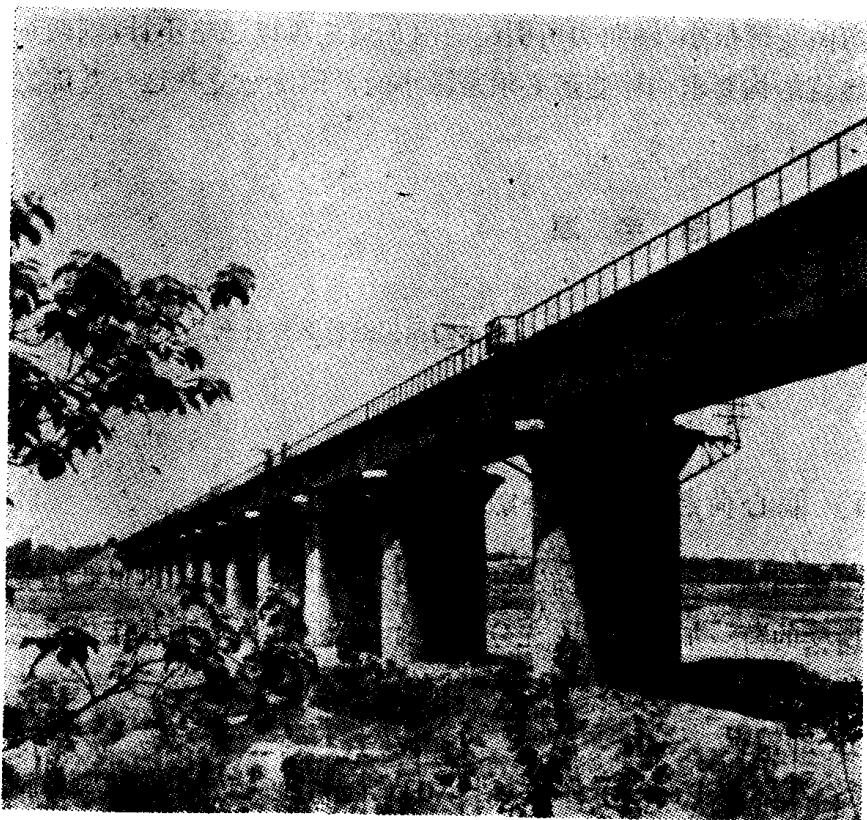


图 6-4

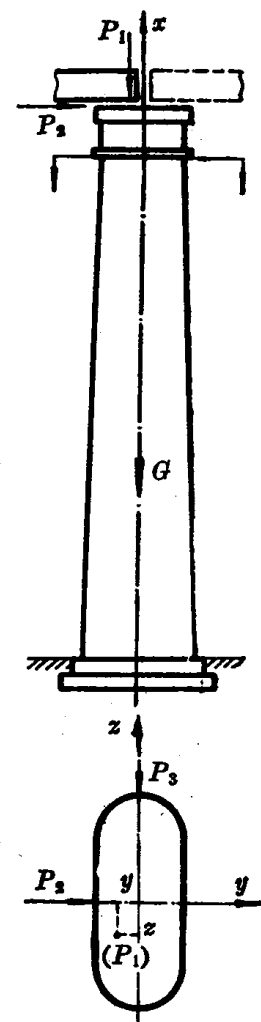


图 6-5

面上的应力；然后应用叠加原理将两种应力叠加，就得到构件在偏心荷载作用下该横截面上的应力。

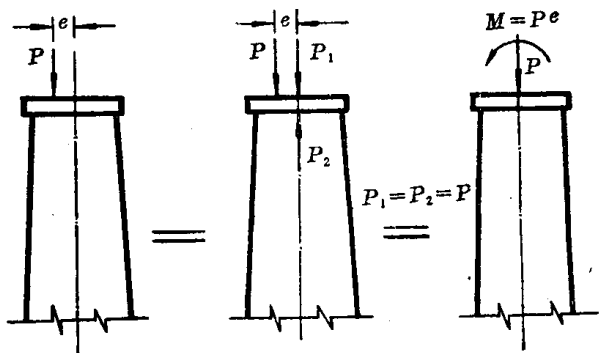


图 6-6



图 6-7

这里需要注意，所谓分解，它有两种含义，一是当作用多个荷载时，需将它们按基本变形形式分组。如图 6-5 中， $P_2$  的作用使桥墩发生纵向弯曲， $P_3$  的作用则发生横向弯曲，它们分别属于两组。二是当作用任意荷载时，需分解出对应于各种基本变形形式的荷载分量。

这种分析处理方法与变形微小前提之间的关系，可用下例来说明。例如一根杆件（图 6-7）在横向力单独作用下会引起内力（弯矩） $M$ ，在轴向力单独作用下会引起内力  $N$ ；若两种力同时作用，由于杆的弯曲，使轴向力也会产生一定的弯矩，于是横向力就影响了轴向力的效果，两种力的作用就不是独立的了。但若弯曲变形很小，轴向力所引起的附加弯矩可以忽略不计，则两种力就接近于彼此独立作用。铁道建筑结构要求构件变形必须是微小的，因此建立在这一基础之上的分析方法是可行的。

### 思考题

1. 试列举几种组合变形的实例。
2. 应用分析和综合的方法解决组合变形问题时，能分解的最根本的原因是什么？什么是综合，怎样进行综合？分解与综合的关系如何？

## 第二节 偏心荷载作用下桥墩的应力分析

桥墩沿高度方向一般都是变截面的，受力也是比较复杂的，这将在以后叙述。这里我们先以等截面矩形桥墩为例，并将它所受的荷载加以简化，先分析只有一个竖向偏心荷载作用时的应力，以便由“认识个别的和特殊的事物，逐步地扩大到认识一般的事物”。

### 2-1 压力沿一个对称轴偏心的情况

如图 6-8a 所示的矩形桥墩，在墩顶平面的对称轴  $y$  上  $K$  点作用由梁跨传来的与墩身轴线  $x$  平行且偏离截面形心  $OK = e$  的压力  $P$ 。其作用经分解转化为轴向压缩与平面弯曲的组合（图 6-8b），各横截面的内力均为常数：

$$N = P$$

$$M = Pe$$

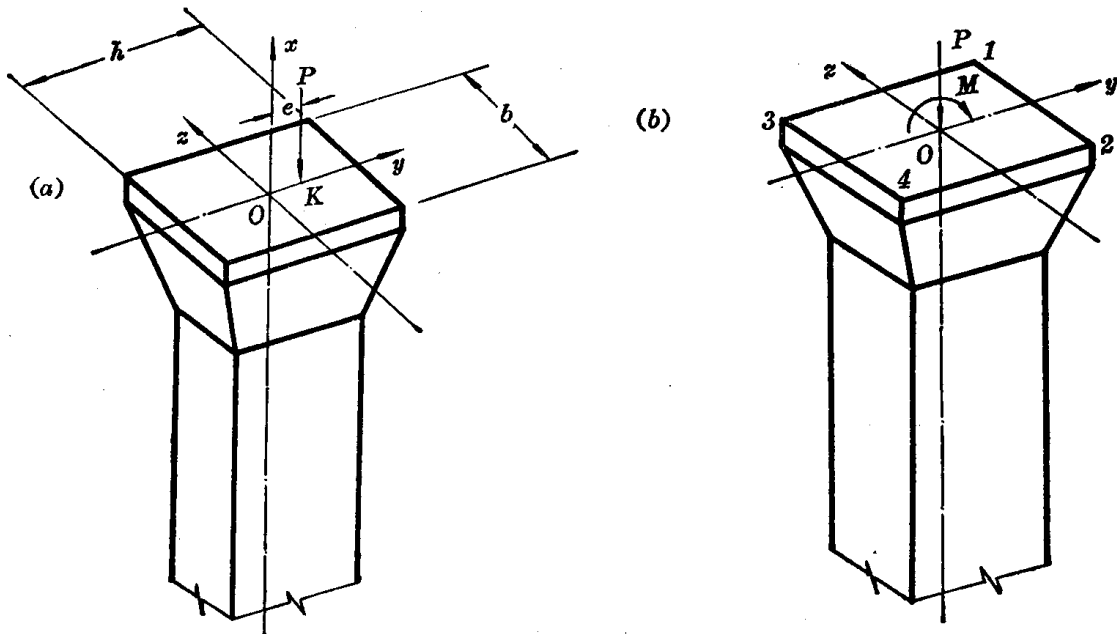


图 6-8

所以各截面的偏心受压状态相同,因而它们的危险程度也相同。

横截面上任一点的正应力为:

轴向压力引起的应力

$$\sigma' = \frac{N}{A} = \frac{P}{A}$$

其分布如图 6-9a 所示;

在  $xy$  平面内弯矩引起的应力

$$\sigma'' = \frac{My}{I_z}$$

其分布如图 6-9b 所示;

叠加后横截面上  $z$  轴右侧任一点的应力为:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = \frac{P}{A} + \frac{My}{I_z} \quad (6-1a)$$

$z$  轴左侧任一点的应力为:

$$\sigma = \sigma' - \sigma'' = \frac{P}{A} - \frac{My}{I_z} \quad (6-1b)$$

以前,我们是以拉应力为正值;现在,桥墩是以受压应力为主的构件,为计算方便起见,就以压应力为正值。叠加后横截面上的应力分布如图 6-9 c、d、e 所示,最大压应力发生在 12 边,最小压应力(或拉应力)发生在 34 边。从这里,我们可以看到,由于压力偏心作用,不仅使截面应力呈非均匀分布,而且有出现拉应力的可能。

强度条件为:

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{Emax}} &= \frac{P}{A} + \frac{Pe}{W_z} \\ &= P \left( \frac{1}{A} + \frac{e}{W_z} \right) \leq [\sigma]\end{aligned}\quad (6-2a)$$

式中： $[\sigma]$ ——中心及偏心受压容许应力。

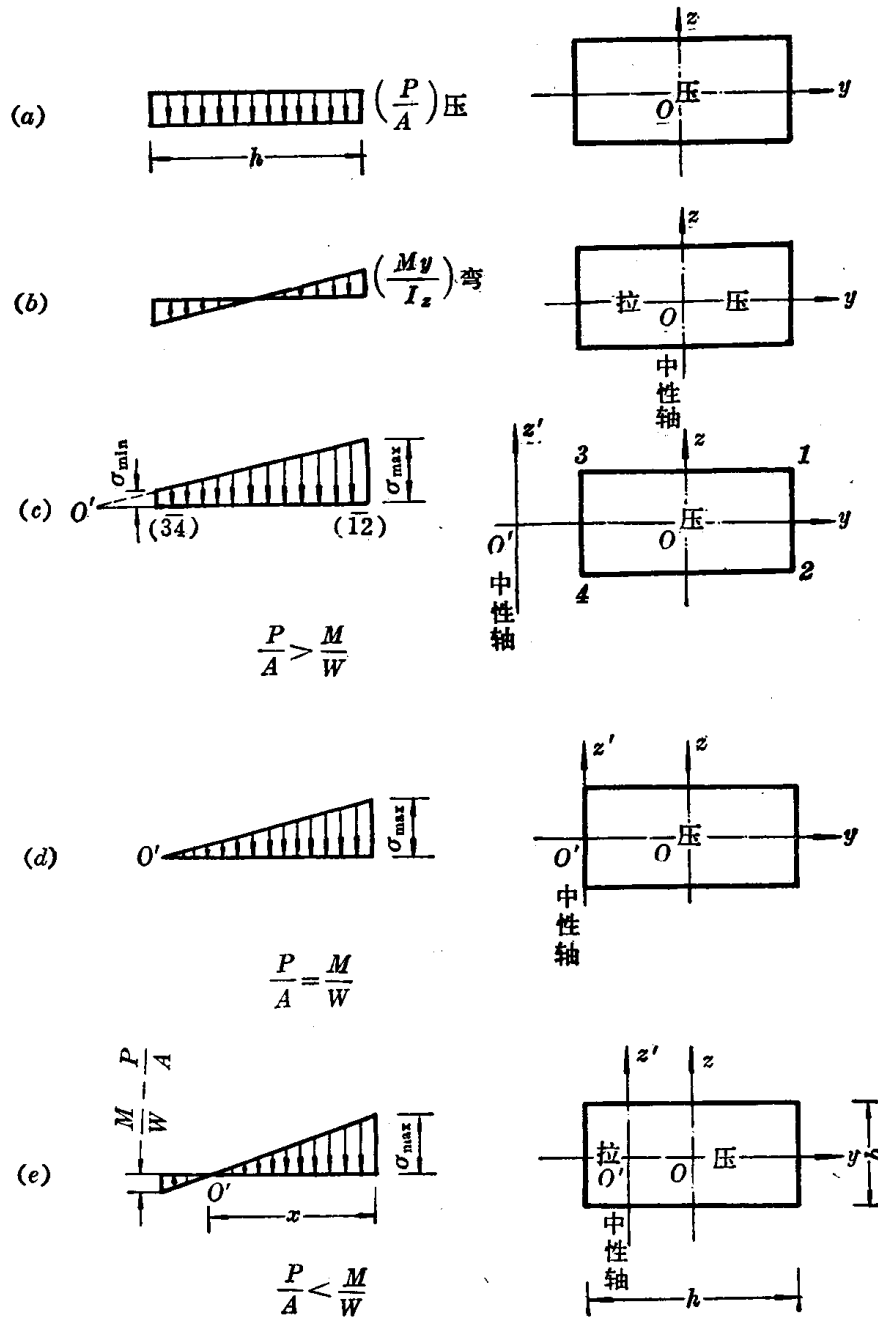


图 6-9

如果出现了拉应力, 还需要校核弯曲受拉的强度, 即

$$\sigma_{\text{拉max}} = \frac{P}{A} - \frac{Pe}{W_z}$$

$$= P \left( \frac{1}{A} - \frac{e}{W_z} \right) \leq [\sigma_{wt}] \quad (6-2b)$$

式中:  $[\sigma_{wt}]$ ——弯曲受拉容许应力。

代入  $A = bh, W_z = \frac{bh^2}{6}$

得:  $\sigma_{\max} = \frac{P}{bh} + \frac{6Pe}{bh^2}$

$$\sigma_{\min} = \frac{P}{bh} - \frac{6Pe}{bh^2}$$

**例 6-1** 木屋架的上弦压杆为矩形截面, 在其上刻了一个槽子, 尺寸如图 6-10, 试分析刻槽对上弦杆强度的影响。

**【解】**  $a-a$  截面没有刻槽, 内力  $N = P$ , 为轴向压力。

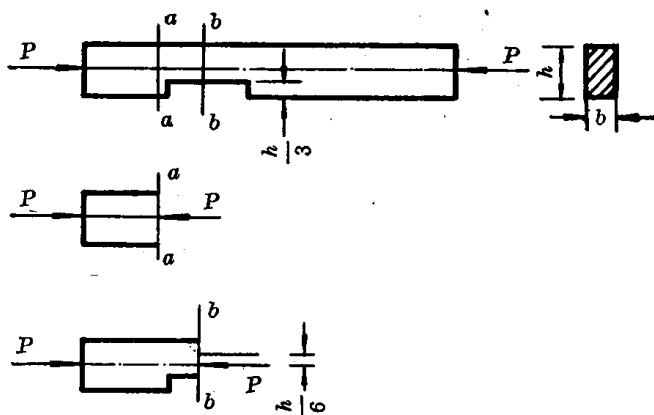


图 6-10

$b-b$  截面内力  $P$  由于刻槽偏离截面形心  $e = \frac{h}{6}$ , 为对一个对称轴的偏心压缩情况。

由力的平移原理可知,  $b-b$  截面受轴向压力  $P$  及弯矩  $M = P \frac{h}{6}$  的组合作用, 其中轴向压力产生的均匀分布的正应力为:

$$\sigma' = \frac{P}{b \frac{2h}{3}} = 1.5 \frac{P}{bh}$$

弯矩所产生的最大正应力为:

$$\sigma'' = \frac{P \frac{h}{6}}{\frac{1}{6} b \left( \frac{2h}{3} \right)^2} = 2.25 \frac{P}{bh}$$

所以下边缘压应力:

$$\sigma_{\max} = (2.25 + 1.5) \frac{P}{bh} = 3.75 \frac{P}{bh}$$

上边缘拉应力:

$$\sigma_{\min} = (2.25 - 1.5) \frac{P}{bh} = 0.75 \frac{P}{bh}$$

说明有刻槽比没刻槽的截面压应力增大 3.75 倍; 同时又使截面出现了拉应力, 即刻槽改变了上弦杆在局部范围的受力性质。

**例 6-2** 某厂房的边柱如图 6-11 所示, 受到屋架传来的荷载  $P_1=12$  吨、吊车传来的荷载  $P_2=10$  吨及柱的自重  $G=7.7$  吨的作用, 求柱底截面上的正应力分布。

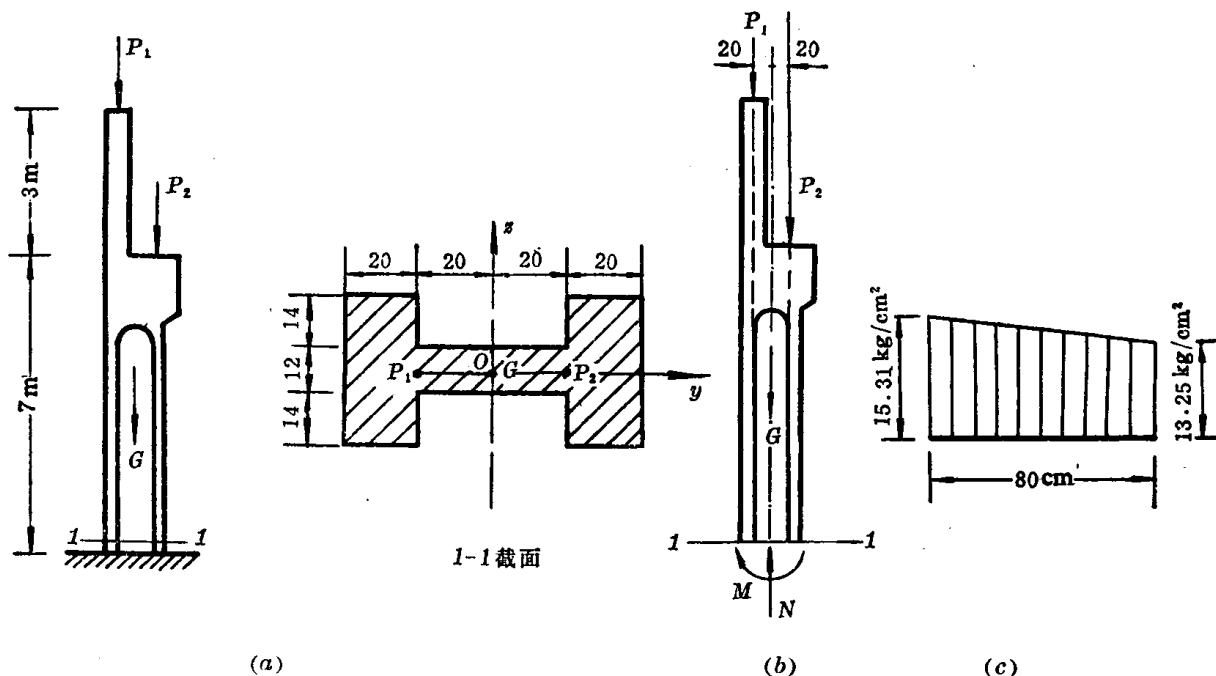


图 6-11 (单位: 厘米)

**【解】** 厂房边柱是偏心受压构件。

(1) 计算柱底 1-1 截面的内力:

受力如图 6-11b 所示。  $P_1$  与  $P_2$  是偏心压力, 偏心距各为 20 厘米, 它们的作用效果都相当于一个轴向压力和一个弯矩的组合作用。边柱自重可近似地看作轴向力。于是由边柱的平衡条件, 可得出基底截面内力:

$$N = P_1 + P_2 + G = 12 + 10 + 7.7 = 29.7\text{t}$$

$$M = 12 \times 0.2 - 10 \times 0.2 = 0.4\text{t-m}$$

(2) 计算应力:

横截面面积  $A = 20 \times 40 \times 2 + 12 \times 40 = 2080\text{ cm}^2$

中性轴至截面边缘距离  $y_{\max} = 40\text{ cm}$

弯曲平面的惯性矩:

$$I_z = \frac{40 \times 80^3}{12} - \frac{28 \times 40^3}{12} = 1557000\text{ cm}^4$$

故 
$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{My_{\max}}{I_z} = \frac{29700}{2080} + \frac{40000 \times 40}{1557000} = 14.28 + 1.03 = 15.31\text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{\min} = 14.28 - 1.03 = 13.25\text{ kg/cm}^2$$

应力分布如图 6-11c。

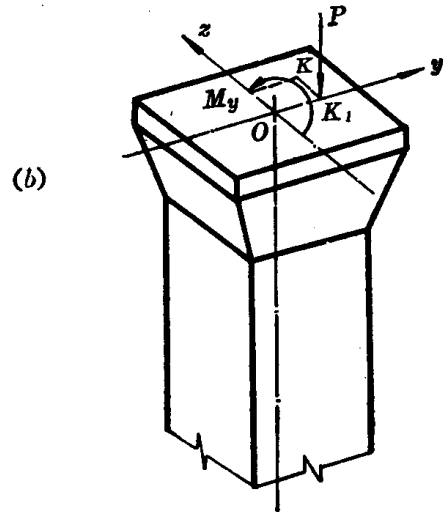
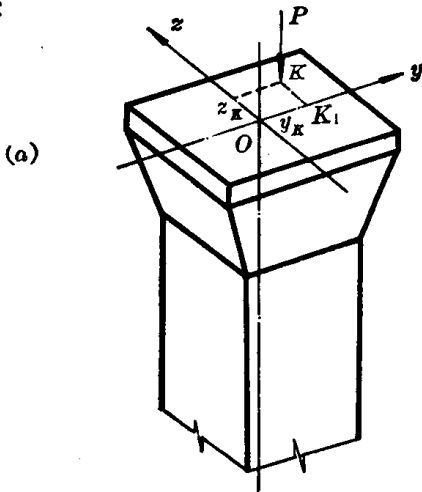
## 2-2 压力对两个对称轴偏心的情况

图 6-12a 所示的情形, 是单线铁路桥墩架上第一片梁后的情况。梁的重量对于桥墩的作用是



一个集中力  $P$ ，作用于  $K$  点， $K$  点不在墩顶平面的两个对称轴上。所以，这是对两个对称轴都有偏心的压缩问题。

根据分解与综合的基本方法，应用力的平移原理，先将力  $P$  移到  $y$  轴上  $K_1$  点(图 6-12b)，并附加一个力偶矩  $M_y$ ；然后再向截面形心移去(图 6-12c)又附加一个力偶矩  $M_z$ 。这两个力偶矩分别为：



$$M_y = Pz_K$$

$$M_z = Py_K$$

由此可知，这种偏心压缩实际上是轴向压缩与两个平面弯曲(即斜弯曲)的组合。

应用叠加原理，将每个基本变形中的应力叠加，则横截面上任一点的应力为：

$$\sigma = \frac{P}{A} \pm \frac{M_y z}{I_y} \pm \frac{M_z y}{I_z} \quad (6-3)$$

这里仍以压应力为正值，弯曲应力仍和以前一样，根据弯矩的方向判断其是拉应力或是压应力，不考虑  $y$ 、 $z$  的符号，只按其绝对值使用。也就是在应用公式(6-3)时，对于第二项和第三项，当其为压应力时，取正号，反之取负号。横截面上各种正应力的分布如图 6-13a、b、c 所示，最后叠加的应力分布如图 6-13d 所示。

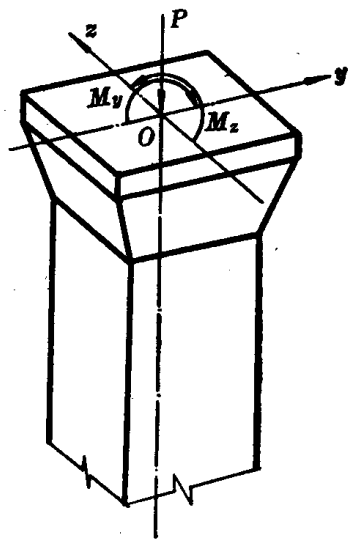


图 6-12

当力作用点  $K (y_K, z_K)$  位于第一象限时，横截面上四个象限内各基本变形正应力的性质如图 6-13e 所示。只有第一象限的正应力肯定是压应力，其余三个象限内由于受偏心压力作用的结果，都有可能出现拉应力。

对于矩形截面，可以直接看出最大应力发生在 1 点，最小应力发生在 4 点。其强度条件为：

$$\sigma_{\text{压max}} = \sigma_1 = \frac{P}{A} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma] \quad (6-4a)$$

如果出现拉应力，则同时还需有：

$$\sigma_{\text{拉max}} = \sigma_4 = \frac{P}{A} - \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} \leq [\sigma_{wl}] \quad (6-4b)$$