

电磁场理论

林为干 符果行 邬琳若 刘仁厚 著

人民邮电出版社

电 磁 场 理 论

林为干 符果行
邬琳若 刘仁厚 著

人 民 邮 电 出 版 社

内 容 简 介

本书讨论电磁场的基本理论，且偏重于微波理论与技术方面。

全书分三部分，第一部分(1~5章)为静态场的基本理论，第二部分(6~9章)为时变场与波的基本理论，第三部分(10~13章)是场与波的教学处理方法。

本书可供电磁场工程专业的大学高年级学生、研究生、教师 and 科技人员参考。

电 磁 场 理 论

林为干 符果行 著

邬琳若 刘仁厚

责任编辑：俞天林

人民邮电出版社出版

北京东长安街27号

北京印刷一厂印刷

新华书店北京发行所发行

各地新华书店经售

开本：850×1168 1/32 1984年7月第一版

印张：20 20/32页数：330 1984年7月北京第一次印刷

字数：545千字

印数：(精)1—3,850册

(平)1—6,000册

统一书号：15045·总2857-无6276

定价：(精) 4.00 元

(平) 3.05

前 言

近代电磁场问题能够精确求解的不多，故多借助于静电方法来得到近似的解，所以静电方法的掌握十分重要。它是进一步解决电动力学问题的基础。因此，本书以相当篇幅介绍了静电理论和位场计算。由于篇幅所限，不能对电磁场理论涉及的各个领域都作论述，本书偏重微波理论与技术的内容。

全书共分十三章，第一至五章是静态场的基本理论，包括静电场、准静电场、静磁场和准静磁场；第六至九章是时变场与波的基本理论，包括时变场、平面波、波导和辐射；第十至十三章是场与波的数学处理方法，包括解析函数法、特殊函数法、计算机法和级数展开法。

在静态场理论中，不论章节名称还是内容安排，都注意了电场与磁场的类比关系。这样，在论述静电理论的基础上容易建立静磁理论，进而对静态场理论加以推广，就建立了时变场与波的理论。同时，在论述场与波基本理论的基础上，介绍场与波的各种数学处理方法，特别是位场边值问题的计算方法。这是符合由特殊到一般的认识规律的。但我们没有把理论问题与计算问题截然分开，在理论部分中也有计算问题，在计算部分中也有理论问题，前者计算偏重基本问题，后者计算偏重综合应用问题。比如，第二章和第十一章比较集中地介绍了分离变量法，其区别在于前者仅限于静态场。例题多系基本问题，不涉及特殊函数的性质，后者已扩展到时变场与波，例题多系综合问题，专门讨论了各种特殊函数的性质。此外，前面着重列举了球坐标的例题，故球坐标安排在柱坐标前面，后面则考虑到各坐标系由简到繁的发展过程，加之球坐标中的混合边值问题需要利用贝塞尔函数的知识，故球坐标安排在柱坐标后

面。

全书采用国际单位制。

本书的编写工作是在林为干的讲稿的基础上进行的。第一至五章由符果行执笔，第六至九章由刘仁厚执笔，第十、十一章和附录由邬琳若执笔，第十二至十三章由林为干执笔，邬琳若协助整理。全书由林为干审阅，符果行统一。对于书中的缺点和错误，望读者不吝指正。

作者

一九八一年十月二十日

目 录

前言	1
第一章 静电场	1
1.1 静电力作用定律和电场强度公式	1
库仑定律	1
电场 电场强度公式	2
1.2 静电场的通量定理	4
高斯定理	4
静电场的散度	5
1.3 静电场的环量定理 静电位	7
静电场的保守性	7
标量电位 静电位的梯度	9
1.4 泊松方程和拉普拉斯方程	14
1.5 位场的基本定理	15
格林定理	15
唯一性定理	16
格林互易定理	17
叠加原理	18
1.6 位解的形式	19
闭合界面内电荷分布的位解形式	19
用格林函数求闭合界面内电荷分布的位解形式	20
存在规则边界的无源区中位解的形式	22
1.7 电偶极子和电多极子	24
电多极子展开	24
任意体分布的电偶极子	30
电偶层(电壳)	32
1.8 电介质理论	36

电位移	36
边界条件	38
1.9 电容和电容器	40
电容	40
自电容系数和互电容系数	41
电容器	43
1.10 静电场的能量和静电力	46
自由空间的静电能量	46
电介质中的静电能量	49
静电场的应力张量	52
习题	58
参考资料	62
第二章 静电场的边值问题	63
2.1 电像解原理	63
2.2 点电荷和平面的电像解	63
2.3 点电荷和球的电像解	68
2.4 线电荷和圆柱的电像解	77
2.5 直角坐标中的级数解	78
2.6 球坐标中的级数解	87
2.7 柱坐标中的级数解	93
2.8 格林函数解原理	97
2.9 格林函数方程的基本解	100
2.10 格林函数的电像解	101
2.11 直角坐标中格林函数的级数解	105
2.12 球坐标中格林函数的级数解	114
2.13 柱坐标中格林函数的级数解	120
2.14 积分解	122
积分方程的建立	122
导体问题的积分方程——鲁宾(Robin)积分方程	122
电介质问题的积分方程	124

积分方程的解法	127
习题	129
参考资料	137
第三章 准静电场	138
3.1 导体中的电流	138
欧姆定律	138
焦耳定律	140
电流连续性方程	141
弛豫时间	141
3.2 动电迴路中的电流	142
3.3 准静电场	144
基本方程	144
边界条件	145
静电比拟	146
3.4 准静电场的边值问题	148
3.5 电解槽理论及其应用	160
双层电解槽	161
习题	174
参考资料	176
第四章 静磁场	177
4.1 静磁力作用定律和磁感强度公式	177
安培定律	177
磁场 毕奥-沙伐定律	178
4.2 静磁场的环量定理	180
安培环路定律	180
静磁场的旋度	181
4.3 静磁场的通量定理	182
磁通连续性原理	182
矢量磁位	183
4.4 泊松方程和拉普拉斯方程	187
4.5 磁偶极子和磁多极子	188

磁多极子展开	188
任意体分布的磁偶极子	190
磁偶层(磁壳)	192
4.6 磁介质理论	195
磁场强度	195
边界条件	197
4.7 位解的形式	198
矢量磁位的位解形式	199
标量磁位的位解形式	199
4.8 静磁场的边值问题	205
磁像解	205
球坐标中的级数解	207
柱坐标中的级数解	211
习题	219
参考资料	222
第五章 准静磁场	223
5.1 电磁感应定律	223
运动回路的电磁感应定律	224
5.2 准静磁场	228
5.3 电感和电感器	230
电感	230
自感和互感的公式	231
电感器	233
5.4 磁场的能量和磁力	239
自由空间的磁场能量	239
磁介质中的磁场能量	241
磁场的应力张量	243
自感系数和互感系数	246
习题	251
参考资料	253
第六章 时变电磁场	254

6.1	麦克斯韦方程组	254
6.2	标量位和矢量位	256
6.3	赫兹矢量	258
6.4	点电荷的标量位	260
6.5	滞后位	262
6.6	波动方程的基尔霍夫通解	266
6.7	亥姆霍兹方程的通解	268
6.8	格林函数	270
6.9	格林张量(并矢格林函数)	272
6.10	外部问题	276
6.11	坡印廷定理	278
6.12	洛伦兹互易定理	281
	习题	283
	参考资料	286
第七章 平面电磁波		287
7.1	各向同性的均匀媒质中的平面波	287
	平面波	287
	简谐平面波	289
	平面波的极化	290
	导电媒质中的波	292
7.2	波在平面界面上的反射和折射	292
	电场垂直于入射面的反射和折射	293
	磁场垂直于入射面的反射和折射	296
7.3	波在电介质面上的全反射和全折射	297
7.4	波在导电媒质中的折射	300
7.5	均匀介质层	305
	成层电介质	307
7.6	各向异性的均匀媒质中的平面波	308
7.7	晶体中的折射	312
7.8	非均匀各向同性媒质中的平面波	315

雷利-高斯近似	316
高频近似	316
7.9 电介质仅沿一个坐标变化的波动方程	313
7.10 W. K. B 法	319
7.11 兰格尔法	323
习题	330
参考资料	333
第八章 波导和谐振腔	334
8.1 电磁波解的分类	334
TEM 波	336
TE 波和 TM 波	337
8.2 矩形波导管	339
TE 波	340
TM 波	341
8.3 圆形波导管	343
TM 波	343
TE 波	345
8.4 波导管的衰减常数	346
8.5 介质波导	350
介质板波导	350
介质圆波导	354
8.6 空腔谐振器	358
矩形谐振腔	359
圆柱谐振腔	362
8.7 波导中的柱体	365
8.8 循环的 H-面波导结的三维场解	369
习题	383
参考资料	385
第九章 辐射和绕射	386
9.1 电偶极子的辐射	336

9.2	磁偶极子的辐射	388
9.3	时谐偶极子的辐射	389
9.4	二维偶极子的辐射	392
9.5	细线天线的辐射	393
9.6	线性阵列	399
9.7	线性阵列的谢昆诺夫法	404
9.8	波束的综合	408
9.9	口径天线	411
9.10	平面导体的绕射	414
习题		419
参考资料		421
第十章 解析函数及其应用		422
10.1	解析函数的基本知识	422
	区域、复变函数和连续的概念	422
	解析函数	424
	多值函数	426
10.2	复电位函数及其应用	427
10.3	保角变换及其应用	430
10.4	多边形变换(许瓦兹变换)	439
10.5	求许瓦兹变换式中常数和界点的公式	443
10.6	应用许瓦兹变换求解电磁场的边值问题	446
习题		477
参考资料		480
第十一章 特殊函数及其应用		481
11.1	贝塞尔函数的性质	481
11.2	贝塞尔函数的应用	484
11.3	勒让德函数的性质	497
11.4	勒让德函数的应用	503
11.5	椭球函数的性质	522
11.6	椭球函数的应用	526

习题	540
参考资料	542
第十二章 电磁场问题的计算机方法	543
12.1 单色场的格林张量法	543
矩形波导的E面和H面的转弯问题	543
波导中的散射问题	549
12.2 应用变分原理、求矩法和迭代法解天线阵和波 导问题	559
无限金属栅的散射问题	559
变分原理、求矩法和迭代法	564
圆波导的阶梯式不连续性(波型转换问题)	567
双不连续面问题	573
同轴波导中的带阻滤波器	577
12.3 小结	580
习题	581
参考资料	582
第十三章 电磁场的级数展开问题	583
13.1 亥姆霍兹定理	583
13.2 谐振腔中的电磁场的级数展开	585
13.3 微带天线的电磁场的级数展开	591
波型匹配表示法	594
辐射功率和输入阻抗	594
13.4 旋磁媒质中电磁场的级数展开	596
习题	608
参考资料	608
附 I 矢量分析	609
一、矢量恒等式	609
二、高斯公式	609
三、格林公式	609
四、斯托克斯公式	610
附 II 三维正交曲线坐标系	610

一、坐标的变换	610
二、拉梅系数	612
三、曲线坐标中的梯度、散度和旋度	613
四、曲线坐标中的 δ -函数	615
附 III 贝塞尔函数	618
附 IV 勒让德函数	630
附 V 张量运算	638
一、张量积	638
二、张量恒等式	639
三、张量的旋转	640
四、张量或矩阵的乘法	643
五、对称张量 and 对称矩阵	644
六、反对称张量 and 反对称矩阵	644
七、微分关系	645
八、积分关系	646

第一章 静 电 场

1.1 静电力作用定律和电场强度公式

库仑定律

早在 1785 年库仑就进行了静电的基础实验。当实验所用的小带电体间的距离比带电体本身的线度大很多时,就可忽略带电体的体积而视为点电荷。实验结果表述为库仑定律:在真空中两点电荷间相互作用的力与两电荷的乘积成正比,且与电荷间距离的平方成反比。力的方向沿着电荷之间的连线,其指向按同性电荷相斥、异性电荷相引来决定。库仑定律的数学表达式为

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{R^2} \mathbf{a}_R = -k q_1 q_2 \nabla \left(\frac{1}{R} \right) \quad (1.1)$$

式中 $\mathbf{F}$ 是电荷 q_1 作用于电荷 q_2 上的力, $\mathbf{a}_R$ 是由 q_1 指向 q_2 的单位矢量, q_1 和 q_2 是电荷的代数值,有正负之分, R 是电荷间的距离,而 k 是比例常数,在 SI 单位制中, k 被取作 $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$ 。于是

$$\mathbf{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \mathbf{a}_R = -\frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0} \nabla \left(\frac{1}{R} \right) \quad (1.2)$$

库仑当时所使用的实验方法不很准确,后来麦克斯韦得出:二方反比定律中的 2,其误差小于 21600 分之一,更近代的实验(1936 年)进一步证明了二方反比定律的正确性大于 10^{-9} 。

实验还表明,若干点电荷间的相互作用力符合力的叠加原理。

注:① 黑斜体代表矢量,如 $\mathbf{F}$ 即 $\vec{F}$

② 黑正体代表张量,如 $\mathbf{F}$ 即 $\mathbf{F}$, 以下相同。

电场 电场强度公式

电荷间相互作用力的存在揭示了电场的存在,反映了电场的物质性。电荷在周围空间形成电场,静止电荷在周围空间形成静电场。

设电荷 q_2 位于另一电荷 q_1 附近,按照库仑定律, q_2 受到的作用力 F 是与 q_2 的大小成正比的,故电场定义为作用于给定点单位电荷上的力,它是位置的函数,用 E 来表示,得

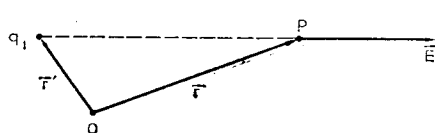
$$F = q_2 E \quad (1.3)$$

设 F 是在 r' 的电荷 q_1 作用于在 r 的电荷 q_2 上的力,则库仑定律表示为

$$F = \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0} \frac{r - r'}{|r - r'|^3} = - \frac{q_1 q_2}{4 \pi \epsilon_0} \nabla \left(\frac{1}{|r - r'|} \right) \quad (1.4)$$

显然,式中运用了如下关系

$$R = |r - r'| = [(x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2]^{1/2}$$



$$a_R = \frac{r - r'}{|r - r'|}$$

于是,立即得到点源电荷 q_1 作用于场点 P 的电场强度 E ,如图 1.1 所示,其

图 1.1 点电荷的电场强度

表达式为

$$E(r) = \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{r - r'}{|r - r'|^3} = - \frac{q_1}{4 \pi \epsilon_0} \nabla \left(\frac{1}{|r - r'|} \right) \quad (1.5)$$

对于离散分布的点电荷系 q_i , 其位置为 r_i' ($i=1, 2, \dots, n$), 利用叠加原理,可以写出在 r 的电场强度的矢量和为

$$\begin{aligned} E(r) &= \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0} \frac{r - r_i'}{|r - r_i'|^3} \\ &= \sum_{i=1}^n - \frac{q_i}{4 \pi \epsilon_0} \nabla \left(\frac{1}{|r - r_i'|} \right) \end{aligned} \quad (1.6)$$

对于连续分布的电荷，其电荷密度为 $\rho(\mathbf{r}')$ 。设 Δq 是在点 $\mathbf{r}'$ 处体积元 $\Delta x \Delta y \Delta z$ 中的电荷，则 $\Delta q = \rho(\mathbf{r}') \Delta x \Delta y \Delta z$ ，于是，矢量和表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= \int \frac{\rho(\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0} \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} dV' \\ &= \int -\frac{\rho(\mathbf{r}')}{4\pi\epsilon_0} \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} \right) dV' \end{aligned} \quad (1.7)$$

式中 $dV' = dx' dy' dz'$ 为在点 $\mathbf{r}'$ 处的三维体积元。

如果引入 δ -函数，离散分布的点电荷可借助于 δ -函数表示为电荷密度

$$\rho(\mathbf{r}') = \sum_{i=1}^n q_i \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}'_i) \quad (1.8)$$

上式表示 n 个点电荷 q_i 的分布的电荷密度，将该式代入式(1.7)，利用 δ -函数的性质*，也能得到离散分布的和式(1.6)。

例 1.1 无限大带电平面附近的场。

一均匀带电的无限大平面，其面电荷密度为 ρ_s ，求该平面前 h 处的电场。为此，取过场点 P 与带电平面垂直的垂线足作为原点，可求出以此原点为心的各个圆环上的电荷在 P 点的效应。如图 1.2

* δ -函数的性质：

(1) $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')$ ，设 $\delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ 表示直角坐标中的三维 δ -函数。

$$(2) \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = \begin{cases} 0 & \mathbf{r} \neq \mathbf{r}' \\ \infty & \mathbf{r} = \mathbf{r}' \end{cases}$$

$$(3) \int_{\Delta V} \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') dV = \begin{cases} 0 & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 外} \\ 1 & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 内} \end{cases}$$

$$(4) \int_{\Delta V} f(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') dV = \begin{cases} 0 & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 外} \\ f(\mathbf{r}') & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 内} \end{cases}$$

$$(5) \int_{\Delta V} f(\mathbf{r}) \delta'(\mathbf{r}-\mathbf{r}') dV = \begin{cases} 0 & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 外} \\ -f'(\mathbf{r}') & \mathbf{r}' \text{ 在 } \Delta V \text{ 内} \end{cases}$$

$$(6) f(\mathbf{r}) \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = f(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

$$(7) f(\mathbf{r}) \delta'(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = -f'(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$

$$(8) f(\mathbf{r}) \delta^{(n)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}') = (-1)^n f^{(n)}(\mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$$