

数学

在

经济

中的

应用

福建科学技术出版社

数学在经济中的应用

〔美〕托·道林 著

汪 巽 人 译

*

福建科学技术出版社出版

(福州得贵巷27号)

福建省新华书店发行

福建新华印刷厂印刷

开本850×1168毫米 1/32 18.5印张 432千字

1983年4月第1版

1983年4月第1次印刷

印数: 1—5,600

书号: 15211·26 定价: 1.88元

译 者 的 话

现代的西方经济学热衷于数学的引进，甚至以数学公式作为调制学术论文的佐料。把西方经济学对数学的运用，赞誉为走向科学化精确化的标志；或者，一律视之为装饰品而不屑一顾。这都是不恰当的。表述人们思想的语言可以成为掩饰人们欲念的手段，同样，探索真理的数学工具也可以充当伪装科学的精美羽衣。揭示西方经济学在应用数学上的合理和谬误的界限，是我国经济学界不应回避的一项重要职责。

完成这项职责的另一种主张，就是在我国创建以马克思列宁主义为指导的、同西方经济计量学相区别的数量经济学。这门新兴学科的开拓，指望于经济学界复苏后的新一代。我急于译出本书的目的，是想替新一代开掘一个透视西方经济学的窗台，看看它们的数学应用是怎样起步的。

原著于1980年在美国出版，是为大学生编写的最新补充教材。它的特点是：全面、系统、简明并以题解为主，论述为辅。本书除了财经专业的学生可作为参考教材外，经济工作者也可选为自学读物。阅读本书要具有高中毕业的数学程度，并略知西方经济学的基本概念。当学习微积分部分时，如因论述过简而难以理解，可参阅中等专业学校的教材《高等数学》一书。

由于原著含有“水分”，又为减轻读者负担，译文在保留原有的结构、章节和题数的同时，把篇幅压缩近一半。从第7章到第20章，据我的发现，原著的数学表述不妥的有21处，校对差错有29处。我预计本书的译述不当和校对差错同样是难免的，祈望读者不吝指正。

汪 巽 人

于福建社会科学院

一九八二年六月

前 言（摘要）

当前,要求学生熟悉广泛多样的数学概念,是因为数学对于经济学的研究极为重要。为了满足这种需要,本书的意旨是完整而浅显地引进微积分、矩阵代数、线性规划、微分方程和差分方程,并应用于经济问题。鉴于一般教科书对于微积分和线性代数的出现次序有所不同,本书已预先做了相衔接的安排,可以把第10、第11章的线性代数移在第2章之后,如果读者愿意的话。

每章的布局是释有例题的原理简述和附有精心作答的大量题解。题目按难度排列,由比较简单的数学运算到令人困惑的经济应用。数学的熟练程度并不要求超过高中水平。这种学以致用的教材体例,比较适应学生的需求。

编写本书的主要目的,是为经济系和商学院的学生和毕业生提供补充读物。同时,它也适用于数学系和社会学系的学生。

我不可能独自完成这本书,我要向在本书定稿进程中作出有益贡献的同事和毕业生,表达深切的谢意。

爱德华·托·道林

目 录

第 1 章	名词和概念	1
1.1	常量、变量、参数和系数.....	1
1.2	函数.....	1
1.3	一般函数和特殊函数.....	2
1.4	图象、斜率和截距.....	3
1.5	反函数.....	5
1.6	解法.....	6
题解	函数关系 (1—10)	8
	图象 (11—18)	13
	代数解法 (19—25)	18
第 2 章	图象和方程在经济中的应用	23
2.1	图象和方程的适应范围.....	23
2.2	供求分析.....	24
2.3	收入确定模型.....	24
2.4	商品市场均衡—货币市场均衡的分析.....	25
题解	图象 (1—7)	26
	收入确定模型的图象 (8—14)	32
	供求分析的方程 (15—20)	37
	收入确定模型的方程 (21—27)	40
	商品市场均衡——货币市场均衡 (IS-LM) 的方程 (28—31)	43

第 3 章	导数和微分法则	46
3.1	曲线函数的斜率	46
3.2	导数	48
3.3	导数表示法	48
3.4	微分法则	49
3.5	高阶导数	52
题解	斜率和导数 (1—5)	53
	简单的导数 (6—8)	55
	积的法则 (9—11)	56
	商的法则 (12—13)	58
	链式法则 (14—16)	59
	法则的综合运用 (17—24)	61
	高阶导数 (25—26)	64
第 4 章	导数在经济中的应用	67
4.1	边际概念	67
4.2	函数的极大值和极小值	67
4.3	价格弹性	69
4.4	总体、边际和平均	72
题解	边际、平均和总体 (1—8)	73
	一元函数的最优值 (9—19)	78
	一般弹性 (20—24)	86
	需求弹性 (25—36)	90
	供给弹性 (37—44)	99
第 5 章	多元函数的微分学	104
5.1	偏导数	104
5.2	二阶偏导数	105
5.3	微分	106

5.4	全微分和偏微分	107
5.5	全导数	108
5.6	隐函数法则和反函数法则	109
5.7	多元函数的最优值	110
5.8	条件最优值	112
5.9	拉格朗日乘子	113
题解	一阶偏导数 (1—8)	114
	二阶偏导数 (9—10)	117
	微分 (11—13)	119
	全导数 (14—15)	120
	隐函数和反函数的导数 (16—18)	122
	多元函数的最优值 (19—25)	123
	三次函数的最优值 (26—28)	126
	条件最优值 (29—33)	128
第6章	多元函数微分学在经济学的	131
6.1	边际生产力	131
6.2	收入确定模型的乘数	131
6.3	偏弹性	132
6.4	增量	134
6.5	多元函数最优值在经济学的	135
6.6	条件经济函数的最优值	137
6.7	不等式条件	137
题解	边际概念 (1—3)	139
	收入确定模型的乘数 (4—17)	140
	比较静态学 (18—21)	149
	偏弹性 (22—25)	152
	经济函数的最优值 (26—33)	154

	经济函数的条件最优值 (34—45)	159
	不等式条件 (46—49)	166
第 7 章	对数和指数的复习	169
7.1	幂函数	169
7.2	指数函数	170
7.3	自然指数函数	170
7.4	对数函数	171
7.5	对数构造	171
7.6	插值法	172
7.7	反对数	173
7.8	对数法则	173
7.9	自然对数	175
7.10	用对数解指数函数	175
7.11	对数函数和指数函数的关系	176
题解	指数法则 (1—4)	176
	使用数学用表 (5—14)	178
	用对数解方程 (15)	182
	反函数关系 (16—19)	182
第 8 章	指数、对数和幂的函数在经济学的 应用	185
8.1	计算复利	185
8.2	实际利率和名义利率	186
8.3	贴现	186
8.4	分期回收款的贴现	187
8.5	间断增长和持续增长的转换式	188
8.6	由已知数据计算增长率	190
8.7	齐次生产函数	191
8.8	与生产规模成比例的收益	192

题解	计算复利 (1—16)	193
	贴现 (17—20)	198
	分期回收款的贴现 (21—23)	199
	指数增长函数 (24—37)	200
	转换指数函数 (38—43)	203
	由数据设指数函数 (44—45)	205
	齐次式和比例收益 (46)	206
第 9 章	指数、对数和幂函数的微分运算	208
9.1	幂函数的法则	208
9.2	自然指数函数的法则	208
9.3	指数函数的法则	209
9.4	自然对数函数的法则	209
9.5	对数函数的法则	210
9.6	高阶导数	210
9.7	偏导数	211
9.8	指数函数和对数函数的最优值	212
9.9	计算增长率的两种方法	214
9.10	期限最优值	214
9.11	科布——道格拉斯的条件最优值	216
题解	幂函数的导数 (1—5)	216
	自然指数函数的导数 (6)	218
	指数函数的导数 (7)	218
	自然对数函数的导数 (8—11)	219
	对数函数的导数 (12)	222
	指数函数和对数函数的斜率 (13)	223
	二阶导数 (14—15)	224
	偏导数 (16)	226

指数函数和对数函数的最优值 (17—26)	228
偏导数和偏微分 (27—32)	233
求最优年限 (33—36)	235
条件最优化 (37—40)	237
增长率 (41—46)	239
证明题 (47—62)	242
第10章 矩阵代数的基础	254
10.1 矩阵代数的作用	254
10.2 定义和名词	255
10.3 矩阵的加减	256
10.4 数量乘法	257
10.5 向量乘法	257
10.6 矩阵乘法	258
10.7 矩阵代数的交换律、结合律和分配律	260
10.8 单位阵和零矩阵	262
10.9 线性方程组的矩阵表达式	264
10.10 增广矩阵	265
10.11 行运算	265
10.12 解线性方程组的高斯方法	266
题解 矩阵式 (1—3)	267
矩阵加减 (4—9)	269
矩阵相乘的协调性	271
数量乘法和向量乘法 (10—18)	272
矩阵乘法 (19—33)	275
交换律和矩阵运算 (34—42)	279
结合律和分配律 (43—48)	282
矩阵特性 (49—51)	286

	解矩阵方程的高斯法 (52—59)	287
第11章	矩阵求逆	293
11.1	行列式和非奇异性	293
11.2	高阶行列式	293
11.3	余子式和代数余子式	295
11.4	拉普拉斯展开式	296
11.5	行列式的性质	296
11.6	代数余子式矩阵和伴随矩阵	297
11.7	逆阵	298
11.8	用逆阵解矩阵方程	299
11.9	克莱姆法则解线性方程组	300
11.10	用高斯法求逆阵	301
题解	行列式 (1—2)	303
	行列式性质 (3—15)	304
	计算行列式和化简矩阵 (16—21)	308
	奇异矩阵和非奇异矩阵 (22)	312
	余子式和代数余子式 (23—29)	313
	拉普拉斯展开式 (30)	317
	求逆阵 (31)	319
	用逆阵解方程组 (32—39)	321
	克莱姆法则 (40—44)	326
	用高斯法求逆阵 (45—46)	332
第12章	特定的行列式和矩阵及其在经济学的 应用	335
12.1	雅可比行列式	335
12.2	海赛式行列式	336
12.3	三阶海赛式	337
12.4	加边海赛式	339

12.5	马歇尔需求函数的推导	340
12.6	投入——产出分析	341
12.7	特征根和特征向量	343
12.8	变换矩阵	345
题解	雅可比行列式 (1—4)	346
	二次函数的判别式 (5—7)	348
	海赛式用于最优值问题 (8—22)	349
	加边海赛式用于条件最优值 (23—32)	359
	投入—产出分析 (33—43)	364
	特征值和特征向量 (44—53)	371
	需求函数的构成 (54—55)	376
第13章	线性规划: 图解法	378
13.1	图解法	378
13.2	极值点定理	379
13.3	松弛变量和剩余变量	381
13.4	基的定理	382
题解	经济问题的数学表达式 (1—8)	383
	图解法 (9—18)	386
	多重最优解 (19)	393
	松弛变量和剩余变量 (20—22)	394
第14章	线性规划: 单纯形算法	396
14.1	单纯形算法: 极大值	396
14.2	边际价值	400
14.3	单纯形算法: 极小值	401
题解	极大值 (1—3)	407
	极小值 (4—6)	415
	多重最优解 (7)	423

第15章	线性规划：对偶法	426
15.1	对偶问题	426
15.2	求对偶形的变换法则	426
15.3	对偶定理	428
15.4	对偶形的优点	430
15.5	对偶形的边际价值	430
15.6	边际价值和拉格朗日乘子	431
题解	运用对偶形解原始形 (1—5)	431
	单纯形算法和对偶形 (6—9)	435
	退化 (10)	438
第16章	积分学：不定积分	442
16.1	积分	442
16.2	积分法则	442
16.3	初始条件和边界条件	445
16.4	换元积分法	446
16.5	分部积分法	447
16.6	经济学的应用	448
题解	不定积分 (1—6)	449
	换元积分法 (7—18)	452
	分部积分法 (19—24)	457
	经济学的应用 (25—35)	459
第17章	积分学：定积分	463
17.1	曲线下的面积	463
17.2	定积分	464
17.3	微积分的基本公式	464
17.4	定积分的性质	465
17.5	广义积分	466

17.6	资金流动的现有值	467
17.7	消费者剩余和生产者剩余	467
17.8	定积分和概率	469
题解	定积分 (1)	469
	换元法 (2—7)	470
	分部积分法 (8—10)	473
	定积分性质 (11—14)	475
	广义积分和敛散性 (15—21)	477
	消费者剩余和生产者剩余 (22—26)	479
	频率函数和概率 (27—28)	481
	其他应用 (29)	482
第18章	微分方程	483
18.1	定义和概念	483
18.2	一阶线性微分方程的通式	484
18.3	全微分方程	486
18.4	积分因子	487
18.5	积分因子的法则	487
18.6	变量的分离	488
18.7	贝努里方程	490
18.8	经济学的应用	491
题解	阶和次 (1)	492
	一阶一次线性微分方程 (2—12)	493
	全微分方程 (13—17)	499
	积分因子 (18—22)	501
	求积分因子 (23—28)	504
	变量的分离 (29—35)	507
	贝努里方程 (36—38)	510

	微分方程用于经济学 (39—50)	511
第19章	差分方程	522
19.1	定义和概念	522
19.2	一阶线性差分方程的通式	523
19.3	稳定条件	524
19.4	后期收入确定模型	526
19.5	蛛网模型	527
19.6	哈罗德模型	529
题解	用通式解一阶线性差分方程 (1—13)	530
	后期收入确定模型 (14—20)	536
	蛛网模型 (21—25)	538
	哈罗德增长模型 (26—27)	540
	其他的经济学应用 (28—30)	541
第20章	二阶微分方程和二阶差分方程	543
20.1	二阶微分方程	543
20.2	二阶差分方程	545
20.3	特征根	547
20.4	共轭复数	548
20.5	三角函数	549
20.6	三角函数的导数	550
20.7	复数的变换	551
20.8	稳定条件	553
题解	二阶线性微分方程 (1—7)	554
	定解和稳定条件 (8—11)	556
	二阶线性差分方程 (12—17)	559
	定解和稳定条件 (18—20)	561
	三角函数的导数 (21—27)	562

二阶微分方程的复数根 (28—33)	564
二阶差分方程的复数根 (34—35)	566
经济学的应用 (36—37)	568

第 1 章 名词和概念

1.1 常量、变量、参数和系数

供应方程的标准式为

$$Q_s = -a + bP \quad (1.1)$$

其中 Q_s 为供应数， P 为价格。常量是在给定问题中不会变化的量。数字常量在所有问题中为同值；字母常量或参数，如(1.1)中的 a 和 b ，在给定问题中为定值，而在不同的问题中可取另值。

(1.1) 中的 Q_s 和 P 为变量。由于 Q_s 的值因 P 而定， Q_s 叫做因变量， P 叫做自变量。象乘数一样，放在变量之前的数字常量或字母常量，如(1.1)中的 b ，叫做系数。

例 1 设 $C = 50 + 0.85Y$ ，其中 C 表示消费， Y 表示收入，当 Y 取任意正值时，方程将精确地显示 C 的变化，所以， C 和 Y 为变量； C 是因变量， Y 是自变量，因为 C 的值依赖于 Y 。50和0.85为数字常量，0.85是 Y 的系数。

1.2 函数

如 $y = f(x)$ 的函数，表示两个变量 (x, y) 之间的关系：对于 x 的每一个值， y 就存在有一个唯一对应的值。符号 $y = f(x)$ 读成 y 是 x 的函数。 y 叫做自变量 x 的函数， x 叫做函数的自变量。函数可以表示为文字、代数式或图象（见例3）。

例 2 图1—1(a)所示， $y = f(x)$ 表示 y 是 x 的函数，因为对于 x 的每一个值， y 就有一个唯一对应的值（当 $x = 4$ ，则 $y = 2$ ）。