

本书承霍英东基金部分资助

控制系统的 分析与设计

史忠科 郑永安 等编著



西北工业大学出版社

9
F
3
2

95
F273
71
2

控制系统的分析与设计

史忠科 郑永安 周 烜 编著
王晋霞 胡至微

14-8/26

西北工业大学出版社

1995年4月 西安



3 0085 1896 5

210550

C



(陕)新登字 009 号

【内容简介】本书全面地阐述了自动控制的基本原理,并从实际应用的角度给出了自动控制系统设计的基本方法和技巧。

全书共分九章,涉及了经典控制和线性系统的有关内容,给出了一般教科书中的有关难题解法。本书可作为自控类专业师生的参考书,亦可供从事自动控制、工业自动化及系统工程的各类科技人员自学或参考。

控制系统分析与设计

史忠科 郑永安 等编著

责任编辑 王俊轩

责任校对 李珂

©1995 西北工业大学出版社出版发行

(710072 西安市友谊西路 127 号 电话 5269046)

陕西省新华书店经销

西北工业大学出版社印刷厂印装

ISBN 7-5612-0777-8/TP·89

开本:787×1092 毫米 1/16 印张:14 字数:340 千字

1995 年 4 月第 1 版

1995 年 4 月第 1 次印刷

印数:1—1 600 册

定价:16.00 元

前 言

自动控制技术已经广泛应用于工农业生产、交通运输、国防和宇航等各个领域,并已形成成熟的理论体系。尽管如此,直至今天经典控制中的有关分析和设计方法,仍然还是本世纪 60 年代初的内容,没有与飞速发展的计算机等技术紧密结合。此外,诸如经典控制理论中的截止频率、相位裕量及幅值裕量的计算与验证、校正网络的设计、动态误差分析、根轨迹计算机辅助分析及作图、状态空间法中的极点配置、对干扰不变性设计、状态重构、可控性及可观测性计算、离散系统的设计等问题,仍然较复杂,不易被初学者或工程技术人员所接受。作者在学习自动控制课程时,为了加深对上述概念的理解和问题的解决,对解析根轨迹、频率域设计、状态空间设计等方法进行了系统地研究,并提出了一系列新方法。后来,又将这些方法在教学及实际控制系统设计中几十次应用并加以修正,这样,才从实际应用的角度出发,在本书中给予详细介绍。

本书共分九章:第一章为概论;第二章为基本的数学模型,包括了传递函数及状态空间的描述;第三章至第七章为频率域控制理论,重点介绍了根轨迹图形法与解析法、频率域分析方法、频率域综合、非线性系统的分析、采样控制等内容;第八章介绍了状态空间的有关分析与设计方法;第九章介绍了经典控制理论的神经网络分析与设计方法。

史忠科给出了全书的主要学术思想及主要内容,并与郑永安统稿,周炬给出了第九章神经网络的全部结构图,王晋霞、郑永安编写了第三章及第七章,胡至微、郑永安编写了第二章 § 2-1~§ 2-6 及第六章。

在例题及习题整理中,得到了吴涛等同学的协助,崔桃瑞、戴冠中老师曾对根轨迹法、离散系统设计方法提出意见和建议,在此一并表示感谢。

由于时间及作者水平的限制,本书难免有这样那样的问题,敬请读者批评指正。

编著者

1994 年 10 月

目 录

第一章 绪论	1
§ 1-1 自动控制的基本概念	1
§ 1-2 自动控制的基本方式	2
第二章 控制系统的数学模型、时域响应和实现方法	4
§ 2-1 数学模型的系统建立法	4
§ 2-2 传递函数和结构图等效变换	6
§ 2-3 时域响应	11
§ 2-4 状态方程描述法	14
§ 2-5 系统的可控可测性	17
§ 2-6 传递函数的最小实现	20
§ 2-7 状态方程的系统解法	23
§ 2-8 系统的性能指标分析	30
第三章 根轨迹法	39
§ 3-1 根轨迹方程的建立	39
§ 3-2 根轨迹的简化方程	40
§ 3-3 计算机辅助根轨迹法	46
§ 3-4 系统的根轨迹补偿方法	50
§ 3-5 根轨迹专家系统辅助作图与分析方法	53
§ 3-6 根轨迹专家系统辅助设计方法	56
第四章 频率响应法	58
§ 4-1 频率特性	58
§ 4-2 典型环节的频率特性	59
§ 4-3 对数稳定性判据和稳定裕度	69
§ 4-4 闭环频率特性的求解方法	76
第五章 系统的频率校正法	77
§ 5-1 超前校正和比例-微分(PD)控制	78
§ 5-2 串联滞后校正与PI控制	83
§ 5-3 滞后-超前校正与PID控制	85
第六章 非线性系统分析方法	87
§ 6-1 相平面法	87
§ 6-2 描述函数法	92

§ 6-3 非线性系统稳定性分析举例	96
第七章 离散控制系统	99
§ 7-1 脉冲传递函数	99
§ 7-2 差分方程	105
§ 7-3 离散控制系统的状态空间法	107
§ 7-4 离散系统的分析方法	112
第八章 线性系统的状态空间综合有关问题	122
§ 8-1 可控性与可观测性	122
§ 8-2 常用反馈结构及其对系统特性的影响	128
§ 8-3 系统的结构分析	132
§ 8-4 单输入-单输出系统的极点配置	142
§ 8-5 多输入-多输出系统的极点配置	147
§ 8-6 解耦控制	164
§ 8-7 输出反馈及状态重构	172
§ 8-8 最经济反馈问题	181
§ 8-9 系统的干扰不变性	184
§ 8-10 离散系统的状态空间分析及反馈设计	186
§ 8-11 状态调节器	195
第九章 神经网络经典控制方法	199
§ 9-1 神经网络的基本概念	199
§ 9-2 神经稳定性判据	200
§ 9-3 根轨迹校正的神经网络实现	207
参考文献	218

第一章 绪 论

§ 1-1 自动控制的基本概念

自动控制在工农业生产、交通运输、国防和宇航等各个领域都有广泛的应用。随着现代科学技术的发展,自动控制技术作用日趋重要,自动化的水平也日益提高。

所谓自动控制,是指在没有人的直接参与的情况下,利用控制装置使被控对象的某一物理量自动地按照预定的规律运行。例如,工业过程中的压力或温度自动维持恒定不变,鱼雷自动跟踪并击中目标、无人机按预定航迹自动飞行、发动机保持转速恒定、人造地球卫星在预定轨道上运行并准确回收等等,都是应用自动控制技术的结果。

自动控制系统是指能够对被控对象的工作状态进行自动控制的系统,它一般由控制装置和被控对象组成。被控对象是指要求实现自动控制的机器、设备或生产过程;控制装置则是指对被控对象起控制作用的设备总体。自动控制系统可以是只控制某一物理量的简单系统,也可以是包括一个企业、机构、国家运转/运行的全部过程的大系统;可以是一个具体的工程系统,也可以是抽象的社会系统、生态系统或经济系统。

自动控制理论来自于社会实践。1868年,在英国运行数万台蒸汽离心式调速系统出现了“晃动”现象,引起了科学界的极大兴趣和重视。Routh 与 Hurwitz 分别于 1877 年及 1895 年提出了稳定性定理,后来 Maxwell 又给出了微分方程描述,形成了经典的时域方法。1915 年,美国 Bell 实验室在敷设长距离电话线时遇到了信号衰减、畸变及高增益放大器的振荡等问题,促进了经典频率方法的形成。1927~1932 年, H. Black, Nyquist, Chamber, Fortex 等人对放大器在不同频率输入下的情况进行研究,发现了系统不稳定现象,产生了 Nyquist 频率域稳定性判据;1940 年, H. W. Bode 又提出了图形描述法,使频率方法工程化;1942 年, H. Harris 提出了传递函数概念,1948~1953 年, W. R. Evans 研究了根轨迹方法。这样,就形成了完整的经典控制理论。由于前苏联发射第一颗人造地球卫星,以及“状态”等概念的引入,又促进了现代控制理论的形成;随着计算机技术的发展及普及,计算机控制理论,大型系统的分布、分散、递阶控制理论,智能控制理论已逐渐形成。

经典控制理论主要是利用传递函数等工具,研究单输入单输出系统的分析和设计问题;现代控制理论主要是以状态空间法研究多输入多输出系统的分析和设计问题,它也适用于单输入单输出系统的研究。目前,现代控制理论正向大系统理论和智能控制等方面深入发展。

值得指出的是,现代控制理论的发展虽然解决了经典控制理论所不能解决的许多理论问题和工程问题,但决不意味着经典控制理论已经过时,相反,在自动控制技术的发展中,由于经典控制理论便于工程应用,特别是便于稳健控制系统的设计,今后还将继续发挥其理论指导作用。因此,至今仍将经典控制理论作为自动控制理论的基础,给予高度重视。

§ 1-2 自动控制的基本方式

自动控制系统一般可分为开环和闭环两种控制方式。

1. 开环控制

开环控制是指控制装置与被控对象之间只有顺向作用而没有反向联系的控制过程。因此,在开环系统中,开环控制的输出量不对系统的控制发生影响,如自动洗衣机、生产自动线、数控车床等等。

2. 闭环控制

闭环控制是指控制装置与被控对象之间既有顺向作用,又有反向联系的控制过程。闭环控制是自然界中一切生物控制自身运动的基本规律,也是工程自动控制的基本原理。它可以实现复杂而准确的控制。闭环控制是本书的重点,为了便于研究,我们将其进一步分为以下两种控制方式:

(1) 反馈控制:例如人可以用手准确地去拿放在桌上的书、笔等物。这个出现于日常生活中的现象,正好体现反馈控制原理。当人们去拿书时,大脑送出一个信号令手执行任务。这时,眼睛连续观测手的位置,并将这个信息送入大脑。然后,由大脑判断手对书的偏差,并根据其大小发出命令控制手臂移动,使偏差减小。只要这个偏差存在,上述过程就要反复进行。一旦手拿到书,偏差减小为零,人便完成了用手拿书的控制过程。在此例中,手为被控对象,手的位置为被控制量,控制的目的是使手的位置与书的位置相同;控制作用是通过眼睛、大脑和手臂来实现的。

(2) 复合控制:复合控制是开环控制与反馈控制相结合的一种控制方式。它是在反馈控制回路的基础上,附加一个输入信号或扰动信号的顺馈通路,用来提高系统的控制精度。顺馈通路通常由对输入信号的补偿器或对扰动信号的补偿器组成。复合控制的主要特点是具有很高的控制精度,可以抑制几乎所有的可测量扰动,特别是低频强扰动。在高精度的控制系统中,复合控制得到了广泛的应用。如火炮随动系统、雷达站随动系统、飞机自动驾驶仪以及人造地球卫星控制系统等,均采用了复合控制方式。

在工程实践中,为了实现对被控对象的闭环控制,系统中必须配置具有人的眼睛、大脑和手臂功能的装置,用来对被控制量进行连续测量和反馈,并进行按偏差的控制。这些装置分别称为测量装置、比较装置、放大装置和执行机构,并统称为控制装置。

在闭环控制中,被控量一般是由测量装置测量并反馈到输入端,然后由比较装置将它与系统输入量进行综合而得到偏差量,最后利用放大后的偏差信号经执行机构使被控对象的输出改变,使被控量接近或等于系统输出的希望值,从而减小或消除偏差,使系统输出保持某个恒值。

在控制系统中,由于系统中元部件具有惯性,故系统在外作用下由一个平衡状态(或稳态)过渡到另一个平衡状态(或稳态)需要有一个过程,这一过程称为过渡过程或瞬态过程,或称系统响应。瞬态过程有两种形式,一种是收敛的,对应的系统是稳定的;另一种是发散的,对应的系统是不稳定的。

系统要能正常工作,首先它的瞬态响应必须是收敛的,即系统是稳定的。其次系统的输出(响应)应能尽快地跟踪输入的变化或克服干扰的影响,即瞬态响应愈快愈好。系统到达稳态以

后,系统的输出与希望值之间的误差应尽量地小,即“准确度愈高愈好”。简而言之,对系统的要求就是稳(稳定性)、准(稳态准确度)、快(快速性)三个字。

对自动控制系统而言,一般认为阶跃函数输入对系统是最严峻的工作状态,如果系统在阶跃函数作用下的动态性能满足要求,那么在其它形式的函数作用下,其动态性能也能令人满意。控制系统在阶跃函数作用下的时间响应曲线称为阶跃响应,以 $h(t)$ 表示。为了便于分析和比较,假定系统在阶跃输入作用前处于静止平衡状态。对于大多数控制系统,这种假设是符合实际情况的。描述系统稳、准、快的定量数据指标是:

(1) 峰值时间 t_p : 阶跃响应曲线第一次越过稳态值而达到峰点所需要的时间。

(2) 超调量 $\sigma\%$: 阶跃响应超出稳态值的最大偏差量与稳态值之比的百分数,即

$$\sigma\% = \frac{h(t_p) - h(\infty)}{h(\infty)} \times 100\%$$

式中, $h(t_p)$ 为 $h(t)$ 的最大峰值; $h(\infty)$ 为 $h(t)$ 的稳态值。若 $h(\infty) = 1$ 时,超调量即为 σ_p 。

(3) 调节时间 t_s : 响应到达并停留在稳态值的 $\pm 5\%$ 误差范围内所需的最小时间。调节时间又称为过渡过程时间。

(4) 稳态误差 e_{ss} : 当时间 t 趋于无穷时,系统稳态响应的希望值与实际值之差叫做稳态误差。

上述指标中,峰值时间 t_p 表征系统响应初始段的快慢;调节时间 t_s 表征系统过程持续时间,从总体上反映了系统的快速性;超调量 $\sigma\%$ 反映系统响应过程的平稳性;稳态误差 e_{ss} 则反映了系统复现输入信号的最终(稳态)精度。今后我们侧重以超调量、调节时间和稳态误差这三项指标,分别评价系统单位阶跃响应的平稳性、快速性和稳态精度。

根据不同的具体情况,不同的系统,对稳、准、快的要求可以不同。一般来说,对同一个系统稳、准、快是相互制约的。提高过程的快速性,可能会引起系统的强烈振荡;改善了系统平稳性,过渡过程又可能很滞缓,甚至使稳态精度很低。总之,要综合分析和解决这些矛盾。

在控制系统的实际设计中,系统的校正设计与系统的性能指标分析同等重要。当系统构造好后,性能指标常常不满足要求,需要根据实际的响应设计校正网络。为此,本书将系统的设计技巧与系统的分析方法放在同等重要的地位,而不是仅仅作简单的介绍。

第二章 控制系统的数学模型、时域响应和实现方法

本章讨论用时域法解决系统控制中的一系列问题,包括建立数学模型、分析系统性能、求解时域响应以及最后的实现方法。

本章的主要特点在于综合应用经典控制理论和现代控制理论来解决问题,使得在不同条件、不同要求情况下,可以扬长避短,采用最好的方法。譬如建立数学模型和分析系统性能,对于单输入-单输出系统,传递函数显得简单明了,清晰生动,且易于计算。但传递函数只是对系统的外部描述,不能充分反映系统内部的状态。而状态方程用一组微分方程就将系统的运动完全表示出来了,且对于多变量时变系统,在形式上与简单的单变量定常系统完全相同。在系统的可控可测性问题上,现代控制理论作了较为详尽的分析,但在经典理论中并无提及,这是因为只要不出现零极点对消的情形,传递函数本身已包括了可控可测的信息。

§ 2-1 数学模型的系统建立法

为了从理论上对自动控制系统进行定性分析和定量计算,首先要建立系统的数学模型。因为通过数学模型来研究自动控制系统,可以摆脱各种不同类型系统的外部关系而抓住这些系统的共同规律。绝大多数的物理系统都有某种程度的非线性,线性系统实际上是忽略了系统中某些次要因素,对数学模型进行一次近似而得到的。一个物理系统,只有当其真实特性和工作范围符合线性假设时,才可以用线性数学模型来描述。系统数学模型的建立,一般采用解析法或实验法。解析法就是依据系统及元件各变量之间所遵循的物理定律和化学定律,列出变量间的数学表达式,从而建立数学模型。本节主要举例说明解析法的使用。

1. 由弹簧、物体和阻尼器组成的机械系统

如图 2-1 所示,根据牛顿定律可得

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F - F_s - F_d \quad (2-1)$$

式中, F ——外作用力;

F_s ——弹簧的弹性力;

F_d ——阻尼器粘性阻力。

F_d 与物体移动速度成正比,有关系式

$$F_d = f_0 \frac{dy}{dt} \quad (2-2)$$

式中, f_0 ——阻尼系数。

F_s 与物体位移量成正比,有关系式

$$F_s = ky \quad (2-3)$$

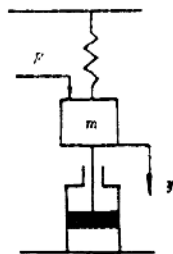


图 2-1

式中, k 为弹性系数。

将式(2-2)与式(2-3)代入式(2-1),得运动方程为

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} + f_0 \frac{dy}{dt} + ky = F \quad (2-4)$$

值得注意的是,在这个机械振动系统中,弹性系数 k 不是一个常数而是位移 y 的函数。也就是说,弹簧的刚度与形变有关系,阻尼系数 f 亦不是纯线性的。但是,如果位移 y 只在一定范围内变化时,弹性系数 k 就基本上是一个常数而与 y 无关,即力与形变的关系符合虎克定律;阻尼系数也基本上是线性的,它与速度成正比,这种近似处理就叫做线性化过程。上述系统经过线性化以后,就可用式(2-4)来描述,这个方程的解与实际系统的运动是相当符合的。这就是说,线性化只是简化了系统的数学模型,而并不会改变系统的“基本面貌”。尽管我们在以后的例子中不再花篇幅讨论线性化处理,但读者应该清楚这是建立系统数学模型的一个重要步骤。

2. 由电感电容组成的四端网络

如图 2-2 所示,其中 u_1 为输入量, u_2 为输出量,根据克希霍夫定律

$$u_1 = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

$$u_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i dt$$

消去上两式的中间变量 i 可得

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1 \quad (2-5)$$

若 R, L, C 均为常数,则描述四端网络的运动方程为二阶线性定常微分方程。

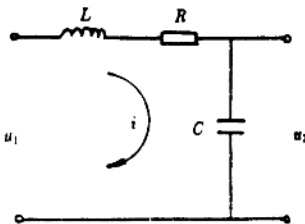


图 2-2

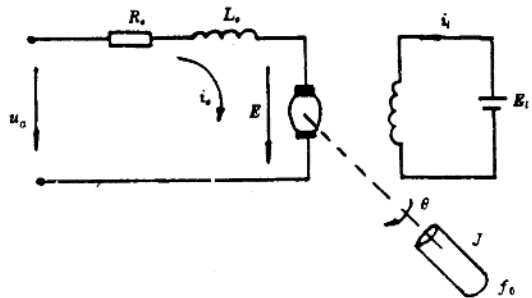


图 2-3

3. 直流电动机的电路

如图 2-3 所示,以电枢端电压 $u_a(t)$ 为输入量,以电动机输出转角 $\theta(t)$ 为输出量。根据克希霍夫定律,电动机枢回路的运动方程式为

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E = u_a \quad (2-6)$$

$$E = k \frac{d\theta}{dt} \quad (2-7)$$

式中, L_a, R_a ——电枢绕组的电感和电阻;

E ——电机的反电势;

k_e ——反电势比例系数。

电动机的力矩

$$M_e = k_m i_a \quad (2-8)$$

式中, k_m 为电机的力矩系数。

当电机空载时,其力矩平衡方程为

$$M_e = J \frac{d^2\theta}{dt^2} + f_0 \frac{d\theta}{dt} \quad (2-9)$$

式中, J ——电动机轴上的转动惯量;

f_0 ——阻尼系数。

将式(2-6)~式(2-9)中的中间变量 i_a 消去得

$$JL_a \frac{d^3\theta}{dt^3} + (JR_a + f_0L_a) \frac{d^2\theta}{dt^2} + (R_af_0 + k_e k_m) \frac{d\theta}{dt} = k_m u_a \quad (2-10)$$

4. 位置随动系统

其原理方框图如图 2-4 所示,从图中可清楚看到系统的组成元、部件及其相互关系。

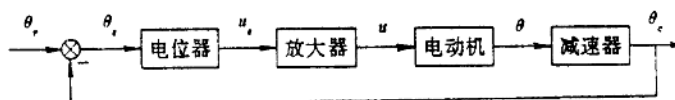


图 2-4

依次列写各元、部件的方程如下

$$\text{比较元件} \quad \theta_e = \theta_r - \theta_c \quad (2-11)$$

$$\text{电位器} \quad u_e = k_1 \theta_e \quad (2-12)$$

$$\text{放大器} \quad u = k_2 u_e \quad (2-13)$$

$$\text{电动机} \quad T_m \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{d\theta}{dt} = k_m u \quad (2-14)$$

$$\text{减速器} \quad \theta_c = \frac{1}{\alpha} \theta \quad (2-15)$$

联立式(2-11)~式(2-15),消去中间变量 θ_e , u_e , u 和 θ ,得

$$T_m \frac{d^2\theta_c}{dt^2} + \frac{d\theta_c}{dt} + \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha} \theta_c = \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha} \theta_r \quad (2-16)$$

取 $k = \frac{k_1 k_2 k_m}{\alpha}$,将上式写成标准形式,即有运动方程

$$\frac{T_m}{k} \frac{d^2\theta_c}{dt^2} + \frac{1}{k} \frac{d\theta_c}{dt} + \theta_c = \theta_r \quad (2-17)$$

§ 2-2 传递函数和结构图等效变换

传递函数是表征线性定常系统的一种重要方式。在经典控制理论中,传递函数与结构图一起形成了表示线性定常系统输入和输出关系的基础。

一、传递函数

定义传递函数的出发点是动态系统的微分方程

$$a_0 \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_n c(t) = b_0 \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_m r(t)$$

式中, $c(t)$ 是输出变量, $r(t)$ 是输入变量, 系数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ 和 $b_0, b_1, \dots, b_m$ 都是常数, 且 $n \geq m$ 。

对方程两边取拉氏变换, 并设初始条件为零, 可得

$$(a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n) C(s) = (b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m) R(s)$$

传递函数的定义为零初始条件下, 线性定常系统输出量的拉氏变换与输入量的拉氏变换之比, 其表达式为

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \cdots + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \cdots + a_n} \quad (2-18)$$

传递函数的拉氏反变换, 对应于系统零状态脉冲响应。

例 2-1 对于上节中提到的 RLC 串联网路, 求其传递函数。

我们已知网络的运动方程为

$$LC \frac{d^2 u_2}{dt^2} + RC \frac{du_2}{dt} + u_2 = u_1$$

对上式进行拉氏变换并令网络的初始条件为零, 则得

$$LC s^2 U_2(s) + RC s U_2(s) + U_2(s) = U_1(s)$$

传递函数为

$$G(s) = \frac{U_2(s)}{U_1(s)} = \frac{1}{LC s^2 + RC s + 1}$$

二、结构图及其等效变换

控制系统的结构图, 实质上是系统原理方框图和数学方程的结合。在结构图中, 用传递函数取代了原理方框图中各元、部件的具体物理结构。为了得到系统传递函数, 我们必须简化结构图, 也就是对它进行各种等效变换。等效变换的一般法则如下所述, 主要有串联、并联、反馈连接三类, 其余的如求和点移动、引出点移动等我们将在例题中说明其用法。

1. 串联

传递函数分别为 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 的元件串联连接, 其等效传递函数等于这两个传递函数的乘积, 如图 2-5 所示, 并有如下表达式:

$$G(s) = G_1(s) G_2(s) \quad (2-19)$$

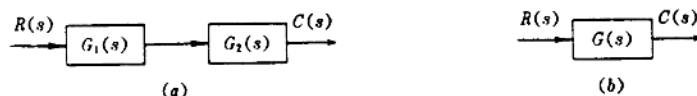


图 2-5

2. 并联

传递函数分别为 $G_1(s)$ 与 $G_2(s)$ 的元件并联连接, 其等效传递函数等于这两个传递函数的代数和, 即

$$G(s) = G_1(s) \pm G_2(s) \quad (2-20)$$

并联连接及其等效结构图如图 2-6 所示。

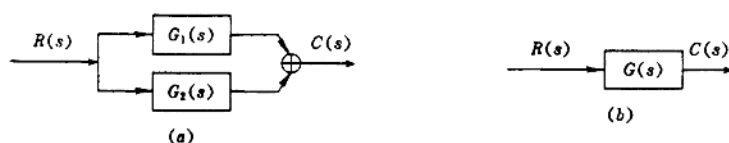


图 2-6

3. 反馈连接

反馈连接及其等效结构图如图 2-7 所示。由图可以知道反馈系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)H(s)} \quad (2-21)$$

则单位反馈系统的闭环传递函数为

$$\Phi(s) = \frac{G(s)}{1 \mp G(s)} \quad (2-22)$$



图 2-7

例 2-2 试简化图 2-8 所示系统结构图，并分别求出传递函数

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)}, \frac{C_1(s)}{R_2(s)}, \frac{C_2(s)}{R_1(s)} \text{ 及 } \frac{C_2(s)}{R_2(s)}$$

解 首先整理图 2-8 得图 2-9(a)，再将 $G_2(s)$ 引出点前移并将 $R_2(s)$ 与 $G_4(s)$ 间两求和点互换位置得图 2-9(b)，最后消去各反馈回路得图 2-9(c)。

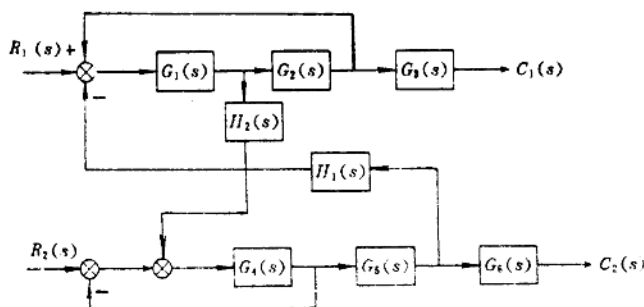
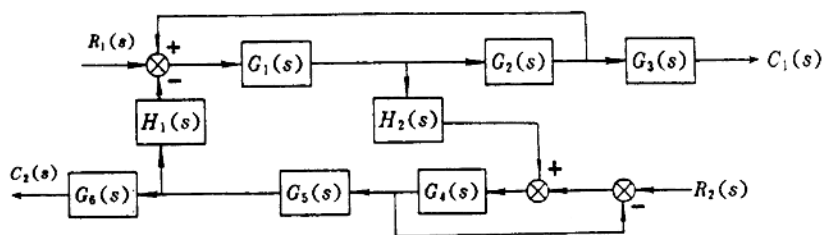
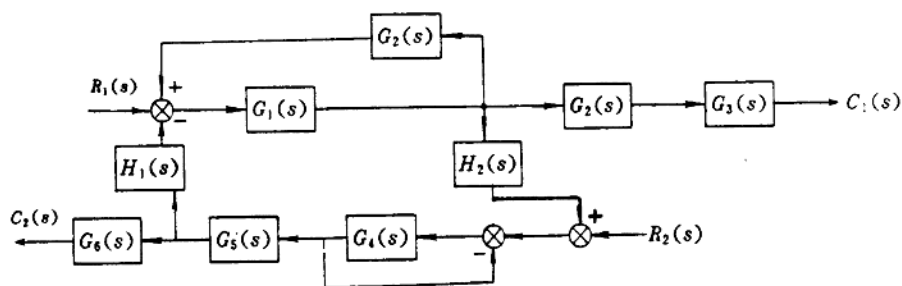


图 2-8

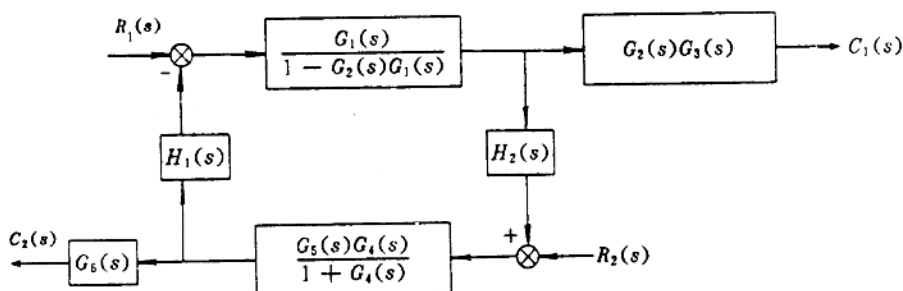
令 $R_2(s) = 0$ ，利用反馈连接和串联运算，可得 $\frac{C_1(s)}{R_1(s)}$ 和 $\frac{C_2(s)}{R_1(s)}$



(a)



(b)



(c)

图 2-9

$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)}$$

$$\frac{C_2(s)}{R_1(s)} = \frac{G_1(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)H_2(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)}$$

令 $R_1(s) = 0$, 可利用串联与反馈运算得 $\frac{C_1(s)}{R_2(s)}, \frac{C_2(s)}{R_2(s)}$

$$\frac{C_1(s)}{R_2(s)} = \frac{-H_1(s)G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_5(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)}$$

$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)} = \frac{G_4(s)G_5(s)G_6(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)G_6(s)}{1 + G_4(s) - G_1(s)G_2(s) - G_1(s)G_2(s)G_4(s) + H_1(s)H_2(s)G_2(s)G_4(s)G_5(s)}$$

例 2-3 试简化图 2-10 所示系统结构图, 并求传递函数 $\frac{C(s)}{R(s)}$ 。

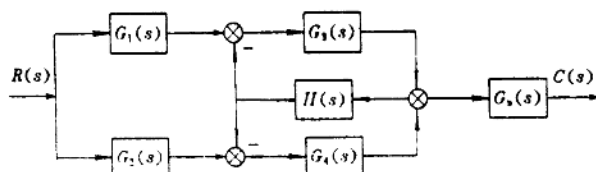


图 2-10

解 首先将 $G_3(s)$, $G_4(s)$ 方框前的两个比较点后移, 得图 2-11(a), 其次将 $H(s)$ 后的引出点前移得图 2-11(b), 然后改画成图 2-11(c) 的形式。最后合并比较点得图 2-11(d), 并利用串、并联及反馈运算得到传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_5(s)G_1(s)G_3(s) + G_2(s)G_4(s)G_5(s)}{1 + G_3(s)H(s) + G_4(s)H(s)}$$

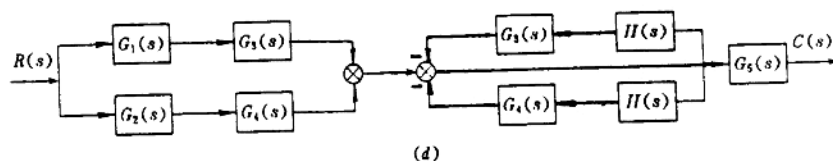
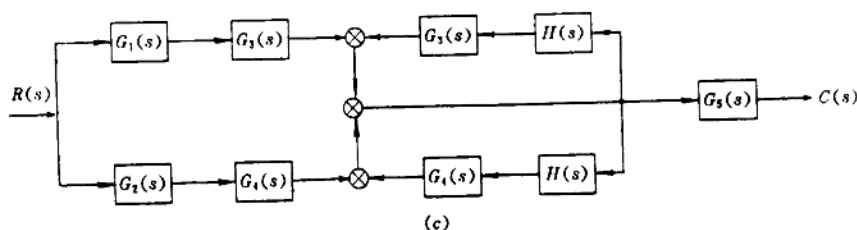
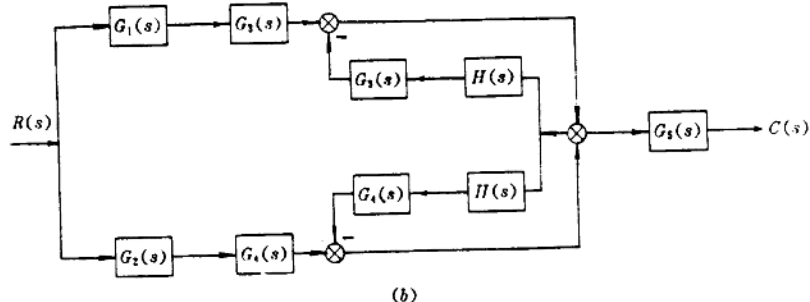
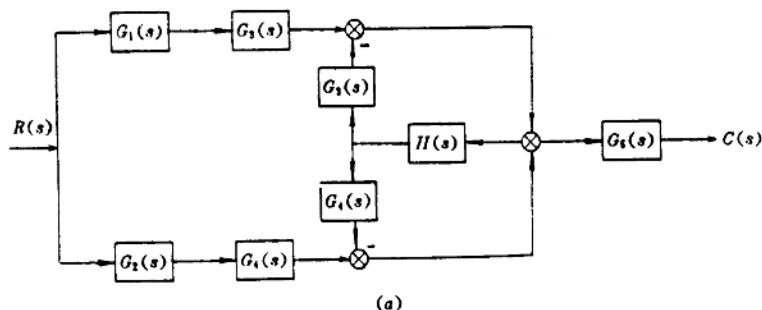


图 2-11

§ 2-3 时域响应

控制系统的时间响应通常分为暂态响应和稳态响应两部分。控制系统中的稳态响应,简单说来是指时间趋于无穷大时的确定的响应,而暂态响应是随时间增长而趋于零的那部分响应。由于系统中元、部件具有惯性,所以控制系统在达到稳态前,都呈现某种程度的暂态现象,这就是过渡过程。控制系统在典型输入信号作用下的过渡过程品质指标直接表征了系统的动态性能,而动态性能是控制系统的重要性能之一。本节要解决的问题就是求取系统在典型输入信号作用下的过渡过程,讨论系统参数对过渡过程品质指标的影响,以及用闭环主导极点的概念分析研究高阶系统的过渡过程,从而了解附加零极点对系统性能的影响。

一、一阶系统

一阶系统的传递函数可写为 $\Phi(s) = \frac{1}{Ts+1}$, 其中 T 为系统的时间常数。

1. 单位阶跃响应

$$h(t) = 1 - e^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0 \quad (2-23)$$

需要注意的是一阶系统的阶跃响应没有超调量。

2. 单位斜坡响应

$$C_r(t) = t - T + Te^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0 \quad (2-24)$$

一阶系统的单位斜坡响应在稳态时与输入信号之间是有差的。

3. 一阶系统的单位脉冲响应

$$k(t) = \frac{1}{T}e^{-\frac{t}{T}} \quad t \geq 0 \quad (2-25)$$

二、二阶系统

二阶系统的传递函数可写成下面的典型形式或标准形式

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{T^2s^2 + 2\zeta Ts + 1} \quad (2-26)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2-27)$$

二阶系统的响应特性完全可以由阻尼比 ζ 和自然频率 ω_n 两个参数确定,一般形式的闭环特征方程为

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

当阻尼比较小,即 $0 < \zeta < 1$ 时,方程有一对实部为负的共轭复根,系统时间响应具有振荡特性,称为欠阻尼状态。当 $\zeta = 1$ 时,系统有一对相等的负实根,系统时间响应开始失去振荡特性,或者说,处于振荡与不振荡的临界状态,故称为临界阻尼状态。当阻尼比较大,即 $\zeta > 1$ 时,系统有两个不相等的负实根,这时系统时间响应具有单调特征,称为过阻尼状态。

欠阻尼系统又称为振荡环节,其闭环特征方程有一对共轭复根,即

$$s_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$$

其中 $\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$, 称为阻尼振荡角频率。