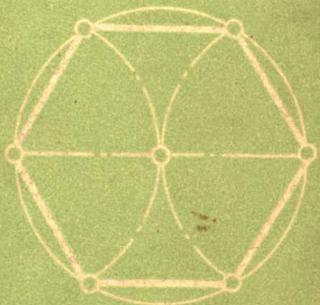


姜康甫 吉 星 編著

# 几何画的原理和作法

上海科学技术出版社



# 几何画的原理和作法

姜康甫 吉 星 編著

上海科学技术出版社

## 內容提要

本书就平面几何画的作法和原理作了比較全面的介紹，并着重說明各种画法的数学論証。可供制图教师及学生作参考。

本书初版于1957年，1963年增补了几种常用曲綫及其切綫的作法和原理等內容，作第二版发行。

## 几何画的原理和作法

(第二版)

姜康甫 吉 星 編著

---

上海科学技术出版社出版 (上海瑞金二路450号)  
上海市书刊出版业营业許可証出093号

---

上海市印刷六厂印刷 新华书店上海发行所发行

开本850×1156 1/32 印张9 20/32 拼版字数235,000

(原科技版印5,200册 1957年9月第1版)

1959年6月新1版印2次共印2,500册

1964年4月第2版 1966年1月第2次印刷 印数7,001—9,000

统一书号 13119·91 定价(科三)1.00元

## 編 者 的 話

随着祖國社会主义建設的需要，鑽研制圖的同志日益增多，大家都在尋求參考讀物，而一般的参考讀物中都是而且也應該是以画法为主，对于各种画法的原理很少全面介紹。本書为了節省同志們的鑽研時間，着重闡明各种画法的数学論据，以供参考。

本書的特点：

(一) 編寫順序和一般制圖教材的系統基本吻合，以便于教師和学生参考。

(二) 每种画法都与数学的理論根据緊密結合，对于画法的正确性都作了證明或演算。

(三) 对同一种圖形的作法編撰的材料較多，有的是搜集于他書，有的是作者的創作，有的是將既有的方法化繁为簡，以便讀者比較和選擇。

(四) 各章節后均舉出作法的实用示例，并附有参考圖例。

由于作者的教学經驗及实际生產斗争的經驗都还缺乏，書中缺点或錯誤的地方，尚希指正。

編 者 1957.

## 再 版 前 言

本书自 1957 年 9 月初版以来，承各方对本书提出了許多宝贵意見，謹表謝意！

为了滿足讀者的需要，这次再版时，在原有版面的基础上作了部分增訂，除了增补几种常用曲綫及其切綫的作法和原理而外，并充实了綫連接的部分內容。

虽然我們在本書內容上作了一定的充实和修訂，但缺点仍然是难免的，尚請讀者批評和指正。

姜康甫 吉 星 1963 年 12 月修訂。

# 目 錄

## 編者的話

## 再版前言

<b>第一章 圓周的等分和正多邊形</b>	<b>1</b>
§ 1. 正多邊形	1
(1·1) 正多邊形定義	1
(1·2) 正多邊形和圓的關係	1
(1·3) 正多邊形的角度計算 公式簡介	2
(1·4) 若圓周的 $n$ 等分为可作, 則圓周的 $n \cdot 2^m$ 等分亦为可作	2
§ 2. 圓周的三, 六等分( $3 \cdot 2^m$ )及正三, 六邊形	3
(2·1) 分已知圓為三等分, 作內接正三邊形法	3
(2·2) 已知一邊, 作正三邊形法	4
(2·3) 分已知圓為六等分, 作內接正六邊形法	4
(2·4) 已知一邊, 作正六邊形法	4
(2·5) 用 $30^\circ - 60^\circ$ 三角板分圓周為三, 六等分和作正三, 六邊形法	5
§ 3. 圓周的四, 八等分( $4 \cdot 2^m$ )及正四, 八邊形	8
(3·1) 分已知圓為四等分, 作內接正四邊形法	8
(3·2) 已知一邊, 作正四邊形法	8
(3·3) 分已知圓為八等分, 作內接正八邊形法	9
(3·4) 已知一邊, 作正八邊形法	10
(3·5) 用 $45^\circ$ 三角板分圓周為四, 八等分和作正四, 八邊形法	11
§ 4. 圓周的五, 十等分( $5 \cdot 2^m$ )及正五, 十邊形	13
(4·1) 分已知圓為十等分, 作內接正十邊形法	13
(4·2) 分已知圓為五等分,	
作內接正五邊形法	15
(4·3) 已知一邊, 作正十邊形法	16

(4·4) 已知一边, 作正五边形法	17
<b>§ 5. 圆周的十五等分(<math>15 \cdot 2^m</math>)及正十五边形</b>	18
(5·1) 分已知圆为十五等分, 作内接正十五边形法	18
(5·2) 已知一边, 作正十五边形法	19
<b>§ 6. 近似等分圆周, 作正多边形</b>	20
(6·1) 分已知圆为七等分, 作内接正七边形法	20
(6·4) 已知一边, 作近似正n边形法	29
(6·2) 分已知圆为九等分, 作内接正九边形法	21
(6·5) 近似n等分半圆法	30
(6·3) 作内接于定圆的近似正n边形法	22
(6·6) 正n边形查表作图法	32
	表 I. 已知半径(R)求边长用表.....33
	表 II. 已知边长(a)求半径用表.....33
<b>§ 7. 等分圆周和作正多边形的实用示例</b>	34
附等分圆周图例	36
<b>第二章 线的连接</b>	38
<b>§ 8. 线连接的几何性质</b>	38
<b>§ 9. 用直线连接圆弧</b>	39
(9·1) 过圆周上定点作切线法	39
(9·2) 过圆外定点作圆的切线法	39
<b>§ 10. 用圆弧连接直线</b>	41
(10·1) 用定长半径作弧, 切定直线于定点法	41
(10·3) 过定直线外两定点作弧, 切定直线法	42
(10·2) 过定直线外定点作弧,	
<b>§ 11. 用直线连接两圆弧</b>	43
(11·1) 作二定圆的外公切线法	43
(11·2) 作二定圆的内公切线法	44
<b>§ 12. 用圆弧连接两直线</b>	44
(12·1) 用圆弧连接二平行直线法	44
(12·2) 用圆弧连接二相交直线法	45
<b>§ 13. 用圆弧连接圆弧与直线</b>	49
(13·1) 外连接法	49
(13·2) 内连接法	54

§ 14. 用弧连接两圆弧和三圆弧.....	59
(14·1) 用圆弧连接两圆弧法.....	59
(14·2) 用圆弧连接三圆弧法.....	74
§ 15. 线连接的实用示例.....	77
<b>第三章 比例、斜率和锥度.....</b>	<b>86</b>
§ 16. 比例.....	86
(16·1) 两三角形相似的条件.....	86
(16·2) 比例的规格.....	86
§ 17. 图形的放大和缩小.....	88
(17·1) 三棱尺(比例尺)的应用.....	90
用.....	88
(17·2) 比例规的应用.....	93
(17·3) 角比例尺的应用.....	90
(17·4) 相似法作图的应用.....	93
(17·5) 坐标法的应用.....	95
§ 18. 分数比例尺.....	96
§ 19. 斜率.....	97
(19·1) 斜率的意义.....	97
(19·2) 如何确定一直线的斜率.....	98
率.....	98
(19·3) 如何作定斜率的直线.....	98
(19·4) 斜率的表示法.....	99
(19·5) 斜率的应用示例.....	100
§ 20. 锥度.....	102
(20·1) 锥度的意义.....	102
(20·2) 锥度与斜率的关系.....	102
(20·3) 锥度的作法.....	103
(20·4) 锥度的表示法.....	103
<b>第四章 曲线.....</b>	<b>106</b>
§ 21. 描述.....	106
§ 22. 放直圆周.....	108
§ 23. 改圆弧为直线和改直线为圆弧.....	111
§ 24. 不同半径的两弧的互换.....	114
§ 25. 圆锥曲线.....	115
§ 26. 椭圆.....	116
(26·1) 椭圆定义.....	116
(26·2) 椭圆的形成及其理由.....	117
(26·3) 椭圆方程.....	119
(26·4) 椭圆的几何性质.....	120
(26·5) 椭圆作图.....	124
§ 27. 近似椭圆.....	137
(27·1) 扁圆.....	137
(27·2) 卵圆.....	142

§ 28. 椭圆、扁圆、卵圆实用示例.....	144
§ 29. 抛物线.....	150
(29.1) 抛物线定义.....	150
(29.2) 抛物线的形成及理由	150
(29.3) 抛物线方程.....	152
(29.4) 抛物线的几何性质...	153
(29.5) 抛物线作图.....	157
(29.6) 抛物线实用示例.....	166
§ 30. 双曲线.....	169
(30.1) 双曲线定义.....	169
(30.2) 双曲线形成及其理由	169
(30.3) 双曲线方程.....	171
(30.4) 双曲线的几何性质...	171
(30.5) 双曲线作图.....	176
(30.6) 双曲线实用示例.....	188
§ 31. 摆线.....	194
(31.1) 基本性质.....	194
(31.2) 摆线作图.....	198
(31.3) 余摆线.....	208
(31.4) 摆线实用示例.....	216
§ 32. 漸伸线.....	217
(32.1) 基本性质.....	217
(32.2) 漸伸线作图.....	221
(32.3) 漸伸线的实用示例...	225
§ 33. 阿基米德螺线.....	227
(33.1) 基本性质.....	227
(33.2) 阿基米德螺线作图...	232
(33.3) 阿基米德螺线实用示例.....	235
§ 34. 正弦曲线.....	237
(34.1) 基本性质.....	237
(34.2) 正弦曲线作图.....	242
(34.3) 正弦曲线实用示例...	245
§ 35. 对数螺线.....	247
(35.1) 基本性质.....	247
(35.2) 对数螺线作图.....	253
(35.3) 对数螺线实用示例...	256
§ 36. 心脏曲线.....	260
(36.1) 基本性质.....	260
(36.2) 心脏线作图.....	265
(36.3) 心脏线实用示例.....	269
§ 37. 其他曲线.....	270
(37.1) 双纽线.....	270
(37.2) 立方抛物线.....	279
(37.3) 环索线.....	283
(37.4) 蚌线.....	289
(37.5) 蔓叶线.....	294

# 第一章 圓周的等分和正多邊形

圓周的等分和作正多邊形法，在制圖中应用的地方是很廣泛的。如機械圖中的法蘭盤、離合器等，日常生活中所習見的國旗上的五角星、鐘表面等，及建築器材中的瓷磚塊、窗花圖案等，常要用到圓周的等分或作正多邊形法。

## § 1. 正多邊形

### (1·1) 正多邊形定義

正多邊形（又称正多角形）是由若干綫段首尾相連組成的平面封閉幾何圖形。它必需具备两个条件：各邊相等和各內角相等。

例如 矩形的各角都是  $90^\circ$ ，但不是各邊都相等；菱形的四邊虽然相等，但不是各內角都相等，因此它們都不是正多邊形。

### (1·2) 正多邊形和圓的關係

如果把圓分成  $n$  等分 ( $n > 2$ )，則連接每相鄰兩分點的  $n$  条弦可組成一个內接正  $n$  边形；切于各分點的  $n$  条切線，可組成一个外切正  $n$  边形。反之，对于每一个正多邊形，均可作其外接圓和內切圓。

例如 (I) 已知定圓  $O$ ，將圓周四等分，可作內接及外切于此圓的正四邊形。

#### 作法 (圖 1-1)

自圓心  $O$  作相互垂直的二直徑， $\overline{AC}$  及  $\overline{DB}$ 。連  $AB$ 、 $BC$ 、 $CD$  及  $DA$ ，即得此圓的內接正四邊形  $ABCD$ 。過  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  各點作圓  $O$  的切線，則每

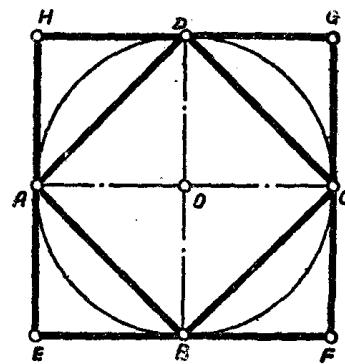


圖 1-1

两相鄰切綫分別相交于  $E, F, G, H$  各点，即得此圓的外切正四邊形  $EFGH$ .

例如 (II) 已知正三角形  $ABC$ ，可作  $\triangle ABC$  的內切圓及外接圓。

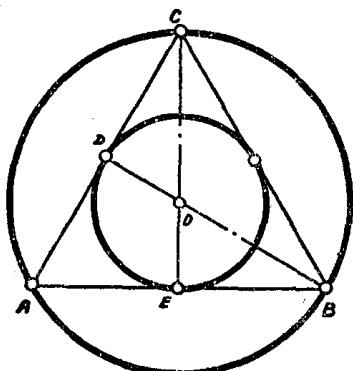


圖 1-2

### 作法 (圖 1-2)

分別自  $\angle B$  及  $\angle C$  的頂點  $B$  及  $C$  作對邊的垂線  $BD$  及  $CE$  相交于  $O$ . 以  $O$  为圓心,  $OE = OD$  为半徑規圓, 即得  $\triangle ABC$  的內切圓. 若以  $O$  为圓心,  $OC = OB$  为半徑規圓, 即得  $\triangle ABC$  的外接圓.

### (1·3) 正多邊形的角度計算公式簡介

(I) 正  $n$  边多邊形各內角和為:  $(n - 2)180^\circ$ . 因自正  $n$  边多邊形任一頂點引各頂點的連線，必分此正多邊形為  $(n - 2)$  個三  
角形。而每個三角形的三內角和為  $180^\circ$ ，則  $(n - 2)$  個三角形諸內角和必為  $(n - 2)180^\circ$ .

(II) 正  $n$  边多邊形的一內角為:  $\frac{(n - 2)180^\circ}{n}$ .

(III) 過正  $n$  边多邊形任一頂點的半徑與相鄰一邊的夾角為:  $\frac{(n - 2)180^\circ}{2n}$ . (因正  $n$  边多邊形的半徑平分頂角).

(IV) 正  $n$  边多邊形任意一邊所對的中心角為:  $\frac{360^\circ}{n}$ .

(V) 正  $n$  边多邊形任一內角與其任一邊所對的中心角互補。

(VI) 正  $n$  边多邊形任一外角與其任一邊所對的中心角相等。

(1·4) 若圓周的  $n$  等分为可作，則圓周的  $n \cdot 2^m$  等分亦为可作. ( $m$  为 0 及自然数).

**例如 (I)** 圓周的三等分为可作,

則圓周的  $3, \rightarrow 6, \rightarrow 12, \rightarrow 24, \dots$  等分亦为可作.

即  $(3 \cdot 2^0), \rightarrow (3 \cdot 2), \rightarrow (3 \cdot 2^2), \rightarrow (3 \cdot 2^3), \dots (3 \cdot 2^m)$  等分亦为可作.

**(II)** 圓周的四等分为可作,

則圓周的  $4, \rightarrow 8, \rightarrow 16, \rightarrow 32, \dots$  等分亦为可作.

即  $(4 \cdot 2^0), \rightarrow (4 \cdot 2), \rightarrow (4 \cdot 2^2), \rightarrow (4 \cdot 2^3), \dots (4 \cdot 2^m)$  等分亦为可作.

**(III)** 圓周的五等分为可作,

則圓周的  $5, \rightarrow 10, \rightarrow 20, \rightarrow 40, \dots$  等分亦为可作.

即  $(5 \cdot 2^0), \rightarrow (5 \cdot 2), \rightarrow (5 \cdot 2^2), \rightarrow (5 \cdot 2^3), \dots (5 \cdot 2^m)$  等分亦为可作.

**(IV)** 圓周的十五等分为可作,

則圓周的  $15, \rightarrow 30, \rightarrow 60, \rightarrow 120, \dots$  等分亦为可作.

即  $(15 \cdot 2^0), \rightarrow (15 \cdot 2), \rightarrow (15 \cdot 2^2), \rightarrow (15 \cdot 2^3), \dots (15 \cdot 2^m)$  等分亦为可作.

上面所列举的圓周的  $3, 6; 4, 8; 5, 10$  及  $15$  等分都是可以正确作圖的. 其余的等分圓周的方法,有的虽可正确作圖,但作法很繁,实际应用不多,(如圓周的  $17$  等分法等),有的根本不能正确作圖,制圖中常采用近似作法. 今分別在以下各節中研究之.

## § 2. 圓周的三,六等分( $3 \cdot 2^m$ )及正三,六邊形

### (2·1) 分已知圓为三等分, 作內接正三邊形法

**作法** (圖 2-1)

过圓心  $O$ , 作任意直徑  $\overline{3a}$ , 以  $a$  为圓心,  $\overline{ao}$  为半徑規弧交圓周于  $1, 2$  两点,連接  $12, 23, 31$ , 則  $\triangle 123$  即为所求正三邊形.

**解說** 若連  $o2, 2a$  則  $\triangle ao2$  为等边三角形,  $\therefore \angle ao2 = 60^\circ$ , 即  $\widehat{a2} = 60^\circ$ . 同理  $\widehat{a1} = 60^\circ$ , 而  $\widehat{23} = \widehat{a3} - \widehat{a2} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ . 同

理  $\widehat{13} = 120^\circ$ .  $\therefore \widehat{12} = \widehat{23} = \widehat{31} = 120^\circ$ . 故圆周被分为三等分，则  $\triangle 123$  为内接正三边形。

### (2·2) 已知一边，作正三边形法

**作法** (圖 2-2) 以已知边  $\overline{ab}$  的两端点  $a, b$  各为圆心，以  $\overline{ab}$  为

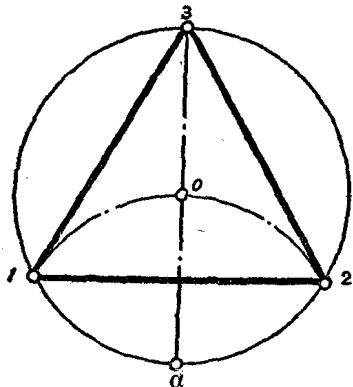


圖 2-1

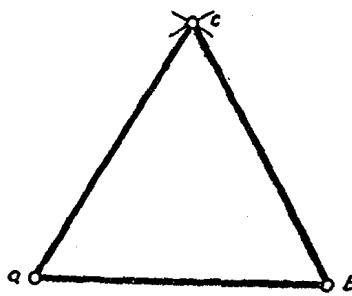


圖 2-2

半径分别作弧，两弧相交于  $c$ ，连接  $ac$  及  $bc$ ，则  $\triangle abc$  即为所求正三边形。

**解說** 三边相等，三角必等，故为正三角形。

### (2·3) 分已知圆为六等分，作内接正六边形法

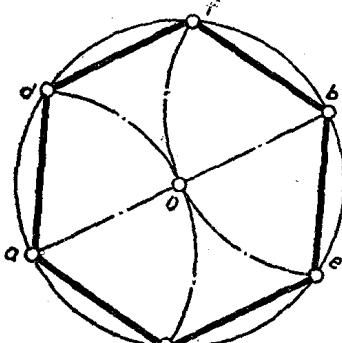


圖 2-3

**作法** (圖 2-3)

过圆心  $O$  作任意直徑  $\overline{ab}$ ，以  $a, b$  各为圆心，以  $\overline{ao}$  为半径分别规弧交圆周于  $c, d, e, f$  各点，则  $a, c, e, b, f, d$  各点分圆周为六等分，依次连接各分点，则得内接正六边形  $acebfd$ 。

**解說** 若连  $eo$ ，则  $\triangle beo$  为等边三角形， $\therefore \widehat{be} = 60^\circ$ . 同理  $\widehat{bf}, \widehat{ad}, \widehat{ac}$  均为  $60^\circ$ . 又  $\widehat{ce} = 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ$ ，同理  $\widehat{df} = 60^\circ$ ，故圆周被分为六等分，依次连接各分点，即得所求正六边形。

### (2·4) 已知一边，作正六边形法

**作法 (圖 2-4)**

以已知邊  $\overline{ab}$  的兩端  $a, b$  各為圓心，以  $\overline{ab}$  為半徑分別規  $ac$  及  $bd$  弧，兩弧相交於  $o$ ，連接  $ao$  及  $bo$  並適當延長之，再以  $o$  為圓心，以  $\overline{ao}$  為半徑，規圓與上述兩延長線交於  $e, f$  點；與  $\widehat{ac}$  及  $\widehat{bd}$  分別交於  $c$  及  $d$  點，依次連接各分點，即得所求正六邊形。

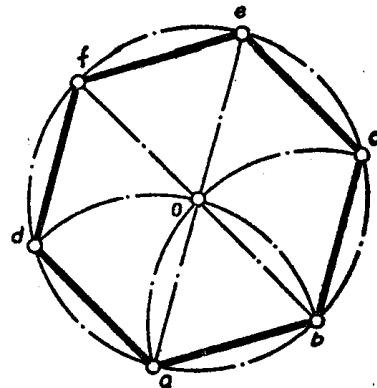


圖 2-4

**解說** 若連  $oc$ ，則  $\triangle obc$  及  $\triangle oab$  均為正三邊形， $\therefore \widehat{ab} = \widehat{bc} = 60^\circ$ ，那末  $\widehat{ce} = \widehat{ae} - (\widehat{ab} + \widehat{bc}) = 60^\circ$ 。同理可證得  $\widehat{ad} = \widehat{df} = \widehat{fe} = 60^\circ$ ，故輔助圓周被六等分，依次連接各分點，即得所求正六邊形。

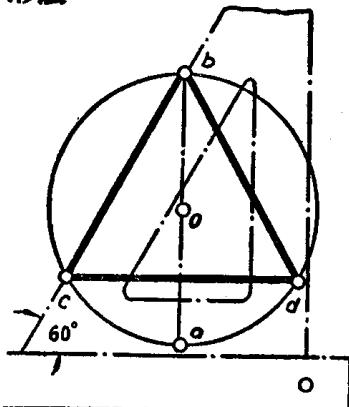
**(2·5) 用  $30^\circ - 60^\circ$  三角板分圓周為三，六等分和作正三，六邊形法**

圖 2-5

**(1) 已知圓  $O$ ，作內接正三邊形法(圖 2-5)**

**作法** 先在已知圓外平置丁字尺，過圓心  $O$ ，用  $30^\circ - 60^\circ$  三角板作直徑  $\overline{ab}$  垂直于丁字尺邊緣。平移三角板使斜邊過  $b$  點，作  $bc$  弦。翻轉三角板，使斜邊過  $b$  點，作  $bd$  弦。連接  $cd$ ，則  $\triangle bcd$  為圓的內接正三邊形。

**解說**  $\because \angle abc = \angle abd = 30^\circ$ ，則  $\widehat{ac} = \widehat{ad} = 60^\circ$ ，故  $\widehat{bc} = \widehat{bd} = 120^\circ$ 。所以，圓周被三等分。

**(2) 已知一邊  $\overline{ab}$ ，作正三邊形法(圖 2-6)**

**作法** 使丁字尺邊緣平行于已知邊  $\overline{ab}$ 。使  $30^\circ - 60^\circ$  三角板

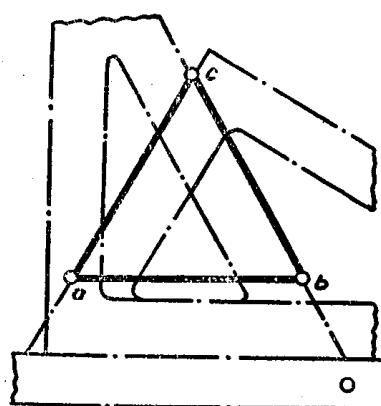


圖 2-6

斜边密合丁字尺，較短直角边过点  $a$  画直线。然后轉移三角板如圖，使斜边过点  $b$  画直线，两直线相交于点  $c$ ，則  $\triangle abc$  为所求正三邊形。

**解說** 各內角均为  $60^\circ$ ，故为等边三角形。

(3) 已知圓  $O$ ，作內接正六邊形法(圖 2-7)

**作法** 过圓心  $O$  作直徑  $ab$

垂直丁字尺邊緣。將三角板一直角边与丁字尺邊緣密合。然后平移三角板使斜边分別过  $a, o, b$  三点画相平行直线，则各平行直线分別交圓周于  $e, c, d$  及  $f$  各点。连接  $ec, cb, fd, da$  則得所求內接正六邊形。

**解說**  $\widehat{ad} = \widehat{cb} = 60^\circ$ ，又

$\angle eao = \angle aod = 60^\circ$ ，(內錯角相

等)。 $\therefore \widehat{eb} = 120^\circ$ 。而  $\widehat{ec} = \widehat{eb} - \widehat{cb} = 120^\circ - 60^\circ = 60^\circ$ ， $\therefore$  各弧

段均为  $60^\circ$ 。

(4) 已知一边  $ab$ ，作正六邊形法(圖 2-8)

**作法** 以丁字尺邊緣密合(或平行)于  $ab$ ，用三角板的較短直角边与丁字尺邊緣密合，使斜边过  $a$  及  $b$  画線  $ae$  及  $bd$ 。翻轉三角板同法画線  $ac$  及  $bf$ ， $ac$  及

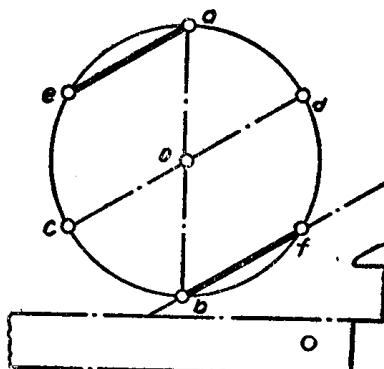


圖 2-7

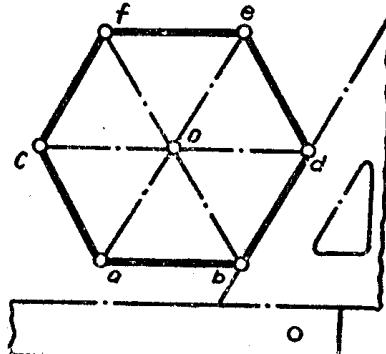


圖 2-8

$bf$  相交于  $O$ , 平移丁字尺过  $O$  点画  $\overline{ab}$  的平行線交  $ac$  于  $c$ , 交  $bd$  于  $d$ . 再使三角板之斜边过  $c$ , 作  $\overline{bd}$  的平行線交  $bf$  于  $f$ , 过  $d$  作  $\overline{ac}$  的平行線交  $ae$  于  $e$ , 連接  $ef$ , 則  $abdefc$  为所求正六邊形.

**解說** 顯然  $\triangle oab$  为正三邊形. 由于  $\overline{bd} \parallel \overline{ao}, \overline{od} \parallel \overline{ab}$  則  $\triangle bod$  亦为正三邊形. 同理可証得其余諸三邊形皆为正三邊形. 則六邊形  $abdefc$  各邊相等, 各內角均为  $120^\circ$ , 必为正六邊形.

### (5) 已知圓 $O$ , 作內接正十二邊形法(圖 2-9)

**作法** 过圓心  $O$ , 作互垂二直徑  $\overline{ab}$  及  $\overline{cd}$ , 將丁字尺邊緣平行于  $\overline{cd}$  置于圓外, 使  $30^\circ$ — $60^\circ$  三角板的較長直角邊密合于丁字尺, 使其斜边过  $O$  点画直線交圓周于  $e, f$ , 翻轉三角板同法作得  $g, h$ . 然后再使較短直角邊密合于丁字尺邊緣, 使其斜边过  $O$  点画直線交圓周于  $j, k$ , 又翻轉三角板同法作得  $m, n$ . 則圓上的各点分圓为 12 等分.

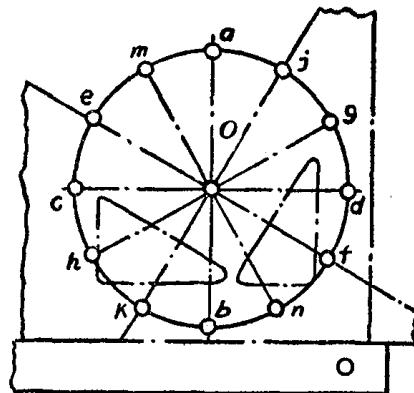


圖 2-9

**解說** 因为丁字尺邊緣平行于  $\overline{cd}$ , 則  $\widehat{gd} = 30^\circ, \widehat{jd} = 60^\circ$ , 而  $\widehat{dg} = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ .  $\widehat{aj} = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ . 同理可証得其余各弧段均为  $30^\circ$ , 故圓被分为 12 等分.

### (6) 已知一边, 作正十二邊形法(圖 2-10)

**作法** 分别自已知邊的两端  $a, b$  画与  $\overline{ab}$  夾角为  $75^\circ$  的直線(作  $75^\circ$  夾角可利用  $45^\circ$  及  $30^\circ$  三角板拼合而得), 此二直線相交于  $O$ , 以  $O$  为圓心  $\overline{ao} = \overline{bo}$  为半徑

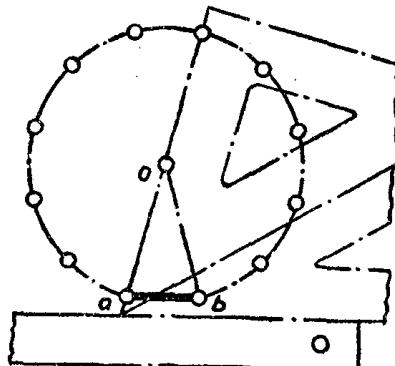


圖 2-10

規圓，若以  $\overline{ab}$  为半徑遞截圓周，必得 12 個等分點。依次連接各分點，則得正十二邊形。

**解說**  $\angle oba = \angle oab = 75^\circ$ ，則  $\angle aob = 180^\circ - 75^\circ \times 2 = 30^\circ$ ，  
 $\therefore \widehat{ab} = 30^\circ$ （為圓周的  $\frac{1}{12}$ ）

### § 3. 圓周的四、八等分 ( $4 \cdot 2^m$ ) 及正四、八邊形

#### (3·1) 分已知圓為四等分，作內接正四邊形法

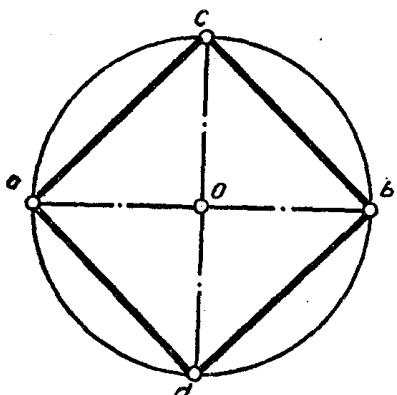


圖 3-1

#### 作法 (圖 3-1)

過圓心  $O$ ，作相互垂直的二直徑，交圓周于  $a, b, c, d$  四點。  
依次連接各點，則成內接正四邊形。

**解說** 各弧段皆為  $90^\circ$ 。故  $a, b, c, d$  分圓為四等分。

#### (3·2) 已知一邊，作正四邊形法

##### 作法 (1) (圖 3-2)

作已知邊  $\overline{ab}$  的中垂線  $of$  交  $\overline{ab}$  于  $f$ ，以  $f$  為中心， $\overline{bf}$  為半徑作半圓交  $of$  于  $O$ ，連接  $ao, bo$  并延長之。以  $O$  為圓心， $\overline{ao}$  為半徑，作圓分別交  $\overline{ao}$  及  $\overline{bo}$  的延長線于  $c$  及  $d$  点，若依次連接  $bc, cd, da, ab$ ，即得所求正四邊形。

**解說**  $\because \widehat{aob}$  為半圓。 $\therefore \angle aob = 90^\circ$ ，又因  $oa = ob$ ，故輔助圓必過  $a$  及  $b$ 。則  $\widehat{ab} = \widehat{bc} = \widehat{cd} = \widehat{da} = 90^\circ$

##### 作法 (2) (圖 3-3)

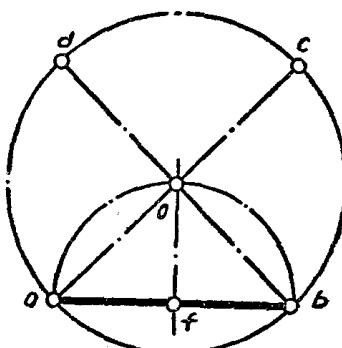


圖 3-2